SVD-FDD 法による橋梁健全性評価の可能性検討
FEASIBILITY STUDY OF BRIDGE INTEGRITY ASSESSMENT BY SVD-FDD METHOD

酒井　真清
Masaki SAKAI
（指導教員 山本 亨輔）

Abstract - In this study, the Singular Value Decomposition (SVD) method and the Frequency Domain Decomposition (FDD) method were applied to bridge vibrations caused by traffic loads to investigate the possibility of evaluating the bridge integrity by obtaining the mode shapes. The numerical simulations showed that the two methods had different accuracy in estimating the mode shapes and sensitivity to damage, suggesting that the combination of the two methods could be used to detect changes in the dominant mode and thus identify damage. It was also confirmed that there was a difference between the mode shapes estimated by the SVD method and those estimated by the FDD method by conducting actual vibration bridge measurement experiments.

1. まえがき

橋梁の損傷は局所的に発生することが多く、近接目視や打音検査などによって点検されることが多い。しかし、このような点検方法は客観性に乏しく、点検技術者の技能に精度が依存する。また、点検に要する時間、労力、費用が大きく、非効率的[1]である。つまり、橋梁点検の分野において、迅速で省力的かつ低コストに実施でき、点検者の技能に依存しない客観性を備えた健全性評価手法が求められている。

それらの条件を満たす手法の一つとして、橋梁振動の利用が考えられる。橋梁に加速度センサを設置し[2]、得られた振動データを分析することで、橋梁の健全性を評価する。評価指標として代表的なものは、固有振動数やモード形状、減衰などのモーダルパラメータ[3]-[16]が挙げられる。特に、モード形状は、各次モードの空間的な振幅比を表したもので、クラック等で生じる局所的な剛性低下に対して鋭敏に反応するとされる。モード形状は空間的な特性を把握しやすく、構造全体の状態把握だけでなく損傷位置・規模を推定するのに向いていると言える。しかし、モード形状を精緻に推定するには、比較的高価な高感度加速度計を密に配置する必要がある。[17]

構造物の加振によってモーダルパラメータを求める際は、加振力と振動応答の両方が既知である必要がある。しかし、橋梁に振動を加える外力は、風や交通車両に起因することが多く、未知である場合が殆どである。つまり、作用荷重が未知のまま、振動応答のみを用いてモーダルパラメータを同定する必要がある。これを実稼働モード分析と言う。モード形状の推定法には様々なものがあり、例えば、クロスパワースペクトル法や SVD（Singular Value Decomposition：特異値分解）法、FDD（Frequency Domain Decomposition：周波数領域分解）法[18]が挙げられる。

SVD 法はモード形状の直交性に着目したモード推定法である。SVD 法は、基準座標の無相関性[20]を仮定した方法で、センサが橋梁上に幾何対称的に配置され、橋梁が自由振動しているという条件下において、モード形状が推定できる。実稼働モード分析手法としては一般的でなく、特に、橋梁の場合、交通振動を対象とすると、基準座標の無相関性を必ずしも保証できないため、適用性は低いと予想される。

一方、FDD 法は実稼働モード分析手法としてよく知られている方法で、白色雑音入力で生じる常時微動、または車両通過後の自由振動への適用が想定される。本研究のように車両通過中の強制振動を分析対象とする場合の適用性は明らかでない。但し、常時微動および車両通過後の自由振動は振幅が小さく、外乱の影響が大きいため、高感度な加速度計を必要とする。また、常時微動や自由振動では、局所損傷に反応しやすい高次モードは顕在化しにくい。一方で、交通振動――即ち、車両通過中の強制振動は、常時微動および自由振動と比べて振幅が大きいため、計測が容易で、高次モードが卓越し易いと期待される。ただし、交通振動に SVD 法または FDD 法を適用して得られる結果の

信頼性には限界がある。浅川ら[21][22]は VBI（Vehicle-Bridge Interaction : 車両-橋梁相互作用）システムモデルを用いた数値シミュレーションを行い、SVD 法および FDD 法の交通振動への適用性を検討した。浅川らによると、SVD 法は高次モードの推定が可能である一方、FDD 法は卓越モードを求めがちである。また、損傷前後で、SVD 法と FDD 法が推定するモード形状はそれぞれ異なる変化を示した。このことは、SVD 法と FDD 法の推定モード形状を比較することで、損傷の有無や進展を推定できる可能性を示唆している。毛利らおよび浅川ら[17][23]は MEMS（Micro-Electro-Mechanical Systems : マイクロマシン）センサを製作し、橋梁の多点振動実験を行って、得られた振動データに SVD 法および FDD 法を適用している。但し、計測点は 4 点しかなく、十分な考察は難しかった。

そこで、本研究の目的は、交通荷重によって発生した橋梁振動への SVD-FDD 法適用による橋梁健全性評価の可能性を検証することである。鋼主桁橋に MEMS 振動センサを 10 基設置し、諸元が既知のトラックを走行させて交通振動を励起させ、得られた振動データに SVD-FDD 法を適用してモード形状を推定する。また、実環境実験を模した数値シミュレーションを行い、本手法の適用性を考察する。

2. 分析手法

2.1. SVD 法の理論

任意の$n \times m$行列$\boldsymbol{D}$は次のように分解できる。

$$\mathbf{D} = \mathbf{U\Sigma V}^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

ここで$\mathbf{U} \in R^{n\times n}$、$\mathbf{V} \in R^{m\times m}$は直交行列である。また$\mathbf{\Sigma} \in R^{n\times m}$は次式のような行列である。

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_n & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \tag{2}$$

σ_1、$\cdots$、σ_nは、$\mathbf{D}$の特異値であり、降順に並んでいるとする。このような行列操作を特異値分解という。

構造物をn点計測した結果から得られた時刻歴波形データを次式のようにデータ行列化する。

$$\mathbf{Y} = [\boldsymbol{y}(\boldsymbol{t_0})\ \boldsymbol{y}(\boldsymbol{t_1})\ \cdots\ \boldsymbol{y}(\boldsymbol{t_N})] \tag{3}$$

$\mathbf{Y}$に直接、特異値分解を適用すると次式を得る.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{USV}^{\mathrm{T}} = \mathbf{UQ} \tag{4}$$

$\mathbf{U}$はモード形状の推定値であり、$\mathbf{Q}$は基準座標$\boldsymbol{q}(t)$の推定値をデータ行列化したものである。このようなモード形状推定手法を SVD 法と呼ぶ。

2.2. FDD 法の理論

橋梁n点計測により、橋梁の FRF（Frequency Response Function : 周波数応答関数）行列を求める。得られたデータはフーリエ変換を用いて、角振動数$\boldsymbol{\omega}$に対する関数ベクトルに変換する。各点での加振力$\boldsymbol{F}(\omega)$および橋梁振動$\boldsymbol{Y}(\omega)$、FRF 行列$\mathbf{H}(\omega)$は式(5)のような関係で表される。

$$\boldsymbol{Y}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\boldsymbol{F}(\omega) \tag{5}$$

交通振動計測において、$\boldsymbol{F}(\omega)$は交通荷重である。多くの場合、交通荷重は未知なので、FRF 行列もそのフーリエ逆変換である IRF（Impulse Response Function：インパルス応答関数）行列も同定できない。そこで、長江ら[24]の方法に従い、モーダルパラメータの推定を試みる。

先ず、$\boldsymbol{Y}(\omega)$の各成分間クロスパワースペクトルから推定される FRF と、相互相関関数から推定される IRF をそれぞれ疑似 FRF、疑似 IRF と呼ぶこととする。$\mathbf{H}(\omega)$はr次のモード形状$\boldsymbol{\psi}_r$および極λ_rを用いて次式のように表される[25]。

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\omega}) = \sum_{r=1}^{n}\left(\frac{\boldsymbol{\psi}_r\boldsymbol{\psi}_r^{\mathbf{T}}}{j\boldsymbol{\omega}-\boldsymbol{\lambda}_r} + \frac{\boldsymbol{\psi}_r^*\boldsymbol{\psi}_r^{\mathbf{T}}}{j\boldsymbol{\omega}-\boldsymbol{\lambda}_r^*}\right) \tag{6}$$

故に、$\mathbf{H}(\omega)$はr次の固有モードに関する情報を持つことが分かる。 $[m]^{\mathrm{T}}$は転置を表す。

次に振動応答$\boldsymbol{Y}(\omega)$のクロスパワースペクトルを求める。$\boldsymbol{Y}(\omega)$のクロスパワースペクトル$\mathbf{G}_{\boldsymbol{YY}}(\omega)$は式(5)を利用することで次のように表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{\boldsymbol{YY}}(\boldsymbol{\omega}) &= \boldsymbol{Y}(\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{Y}^{\mathbf{H}}(\boldsymbol{\omega}) \\ &= \mathbf{H}(\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{F}^{\mathbf{H}}(\boldsymbol{\omega})\mathbf{H}^{\mathbf{H}}(\boldsymbol{\omega}) \\ &= \mathbf{H}(\boldsymbol{\omega})\mathbf{G}_{\boldsymbol{FF}}(\boldsymbol{\omega})\mathbf{H}^{\mathbf{H}}(\boldsymbol{\omega}) \end{aligned} \tag{7}$$

$[m]^{\mathrm{H}}$は複素共役転置を表す。今、加振力$\boldsymbol{F}(\omega)$は交通荷重で未知で、クロスパワースペクトル$\mathbf{G}_{\boldsymbol{FF}}(\omega)$も未知である。そこで各点の加振力が同じ周波数を持たず、加振力のパワー平均fが周波数と加振点に依らず一定であるような仮定をする。これより式(4)が成り立つ。

$$\mathbf{G}_{\boldsymbol{FF}}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{f}^2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \boldsymbol{f}^2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{f}^2\mathbf{I} \tag{8}$$

$\mathbf{I}$は$n \times n$の単位行列である。なお、交通荷重がこのような仮定を必ず満たすとは限らない。$\boldsymbol{\psi}_r$に比例するモード形状$\boldsymbol{\phi}_r$を式(9)のように定義する。

$$\boldsymbol{\phi}_r = \sqrt{\frac{\boldsymbol{\psi}_r^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi}_r^*}{2h_r\omega_r}}\,\boldsymbol{\psi}_r \tag{9}$$

式(7)に式(6)、(8)、(9)を代入すると式(10)が得られる。

$$\mathbf{G}_{\boldsymbol{YY}}(\omega)=f^2\mathbf{H}(\omega)\mathbf{H}^{\mathrm{H}}(\omega)$$
$$=f^2\sum_{r=1}^{N}\left(\frac{\phi_r\phi_r^H}{j\omega-\lambda_r}+\frac{\phi_r^*\phi_r^H}{j\omega-\lambda_r^*}+\frac{\phi_r\phi_r^H}{-j\omega-\lambda_r}+\frac{\phi_r^*\phi_r^H}{-j\omega-\lambda_r^*}\right) \tag{10}$$

式(10)より$\mathbf{G}_{\boldsymbol{YY}}(\omega)$の正の遅延成分$\mathbf{G}_{\boldsymbol{YY}}^{+}(\omega)$は式(11)のように求められる。

$$\mathbf{G}_{\boldsymbol{YY}}^{+}(\omega)=f^2\sum_{r=1}^{N}\left(\frac{\phi_r\phi_r^{\mathrm{H}}}{j\omega-\lambda_r}+\frac{\phi_r^*\phi_r^{\mathrm{H}}}{j\omega-\lambda_r^*}\right) \tag{11}$$

式(11)を式(6)と比較すると全く同様な形状をしていることが分かる。式(11)より$\mathbf{G}_{\boldsymbol{YY}}^{+}(\omega)$は$\mathbf{H}(\omega)$と同様に全てのモーダルパラメータに関する情報を持つ。よって、$\mathbf{G}_{\boldsymbol{YY}}^{+}(\omega)$は疑似 FRF 行列である。

式(8)で仮定したように加振力のパワー平均fが周波数と加振点に依らず一定であるという条件を交通荷重が満たすように山本ら[26]を参考にしてデータの平均化を行った。対象となる全データに対して、75%ずつオーバーラップさせながらデータを 1024 個ずつ取り出し、それぞれのデータに対して$\mathbf{G}_{\boldsymbol{YY}}^{+}(\omega)$を求めた後に平均化し、疑似 FRF 行列を求めた。

FDD 法とは$\mathbf{G}_{\boldsymbol{YY}}^{+}(\omega)$を特異値分解し、特異値スペクトルと推定モード形状を得る手法である。Brincker らは、強制加振下の構造物のモード形状同定に FDD 法が有効であることを示した[19]。本研究では Brincker に従い、$\mathbf{G}_{\boldsymbol{YY}}^{+}(\omega)$の特異値分解を次式で与える。

$$\mathbf{G}_{\boldsymbol{YY}}^{+}(\omega)=\mathbf{U}(\omega)\mathbf{S}^{+}(\omega)\mathbf{U}^{\mathrm{H}}(\omega) \tag{12}$$

ここで、$\mathbf{U}(\omega)$はユニタリ行列であり、$\omega=\omega_r$（ω_rはr次モードの固有角振動数）の時、その各列は推定モード形状ベクトル$\hat{\boldsymbol{\phi}}_r$である。また、$\mathbf{S}^{+}(\omega)$は特異値を降順に成分とする対角行列である。縦軸に$\mathbf{S}_i^{+}$、横軸に周波数をプロットして得られる特異値スペクトル密度—周波数曲線図において、周波数が小さい方からr番目に出現するピークを、r次卓越モードとする。その点での周波数ω_rはr次卓越固有角振動数であり、ここでは推定固有角振動数と扱う。なお、推定固有振動数は$f_r=\omega_r/2\pi$である。また、$\boldsymbol{\phi}_r$の推定値$\hat{\boldsymbol{\phi}}_r$として適当なのは、式(8)において$\mathbf{S}_r^{+}$の 1 行目（第 1 成分が特異値の最大値で他はゼロ）に対して乗算を行う$\mathbf{U}(\omega_r)$の第 1 列目となる。したがって、$\hat{\boldsymbol{\phi}}_r$は次のように表される。

$$\hat{\boldsymbol{\phi}}_{\boldsymbol{r}}=\boldsymbol{u}_{r1} \tag{13}$$

ただし、$[\mathbf{U}(\omega_r)]_{ij}=u_{ij}$である。

2.3. 比較方法について

本研究では SVD 法および FDD 法を構造同定手法として採用しているが、どちらも満たすべき仮定があった。SVD 法については$\mathbf{Q}$の行ベクトルである基準座標$\boldsymbol{q}(t)$が無相関であることを仮定した。橋梁振動が実際にこの仮定を満たしているかは確認できていない。また、SVD 法で求めた推定モードの次数は応答の大きいものから順に決まるため、推定モード形状は実際の実稼働モードとは次数も一致しない可能性がある[5]。

FDD 法は各計測点の加振力が同じ周波数を持たず、加振力のパワー平均fが周波数と加振点に依らず一定であるような仮定をした。この仮定が成り立つならば、固有振動数ω_iで卓越するモードは必ず、i次モードのみであると言える。しかし、実際にこの仮定が成り立つことはほぼないと言える。よって、結果の信頼性は高いとは言えない。

そこで、SVD 法および FDD 法で推定されるモード形状の比較分析を行う。比較には式(14)に示される MAC（Mode Assurance Criterion：モード信頼性評価基準）値[27][28]を用いる。

$$\mathbf{MAC_{kl}}=\frac{\left(\boldsymbol{\Sigma_j}\bar{\boldsymbol{A}}_{\boldsymbol{jk}}\bar{\boldsymbol{A}}_{\boldsymbol{jl}}\right)^{\boldsymbol{2}}}{\left(\boldsymbol{\Sigma_j}\bar{\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{2}}{}_{\boldsymbol{jk}}\right)\left(\boldsymbol{\Sigma_j}\bar{\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{2}}{}_{\boldsymbol{jl}}\right)} \tag{14}$$

MAC_{kl}はk次モードとl次モードの形状の近さを表し、値が 1 に近いほど形状は近い。つまり、2 つのモード形状の 2 乗相関である。SVD 法および、FDD 法を橋梁振動分析に用いるにはともに、異なる仮定を満たす必要があり、どちらも単独で適用する場合は信頼性が低いと考えられる。しかし、両方の推定値が一致する場合はある程度の信頼性があると言える。つまり、両手法の推定モードが一致するならば固有振動モードの可能性が高い。

3. 数値シミュレーション

3.1. 数値シミュレーションモデルの作成

SVD-FDD 法の交通振動への適用性を検討するために、VBI（Vehicle-Bridge Interaction：車両－橋梁相互作用）システムの数値シミュレーションを行う。車両モデルには 3 次元剛体ばねモデルを、橋梁には Kirchhoff-Love 板理論に基づく 2 次元有限要素曲げ板モデルを用いた。VBI システムモデルを**図 1** に示す。車両は橋梁振動と路面凹凸の和から成る強制変位によって振動し、橋梁は車両の接地力を外力として振動する。適用した路面凹凸を**図 2** に示す。この路面凹凸は、実計測データに基づきランダムに発生させたものを用いている[20]。**表 1** には、車両と橋梁のパラメータを示す。これ

らのパラメータは実環境実験で使用した車両および橋梁の値と既往の研究[21]を参考に設定した。また、**表２**には橋梁モデルおよび車両モデルの固有振動数を示す。数値シミュレーションでは健全橋梁として、モデル全体で曲げ剛性が均一なモデルを作成した。また、局所損傷モデルとして走行車線進入側の端部に長さ 2m 幅 5m にわたって剛性が 20%低下しているモデルを作成した。

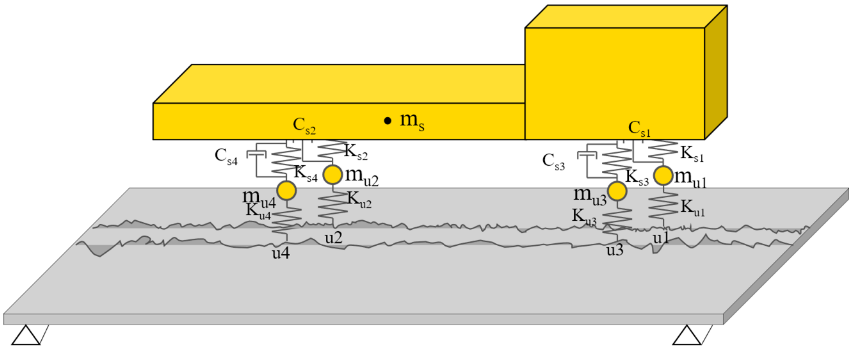

図１ 数値シミュレーションで使用した VBI モデル

表１　数値計算モデルの力学パラメータ

a) 車両パラメータ

Sprung-	Mass	m_s	12,500 [kg]
	Stiffness	k_s	2.0×10^5 [N/m]
	Damping	c_s	2.0×10^3 [N/s]
	Interia	Ix	1.2676×10^4 [kg m^2]
		Iy	7.554×10^4 [kg m^2]
	Distance	dx	4.65 [m]
		dy	2.12 [m]
Unsprung-	Mass	m_u	1,000 [kg]
	Stiffness	k_u	3.0×10^6 [N/m]
Run speed		v	10.0 [m/s]

b) 橋梁パラメータ

Span length	Lx	30.0 [m]
Width	Ly	10 .0 [m]
Mass per unit area	ρt	9.00×10^2[kg/m^2]
young's ratio	E	3.96×10^{10} [N/m^2]
Poisson's ratio	ν	0.25
damping ratio	ζ	0.02
Rayleigh coefficients	α	1.6969
	β	2.3572×10^{-4}
Elements	type	2D-quad-shell
	size	1.0[m]×0.5[m]
	number	600

表２ 車両・橋梁モデルの固有振動数

vehicle model Natural frequencies [Hz]		bridge model Natural frequencies [Hz]	
1st	1.042	1st	3.352
2nd	1.297	2nd	13.496
3rd	9.003	3rd	14.282
4th	9.003	4th	30.510
5th	9.007	5th	30.891
6th	9.008	6th	51.644
7th	9.010	7th	54.399
		8th	76.300
		9th	77.730
		10th	85.136

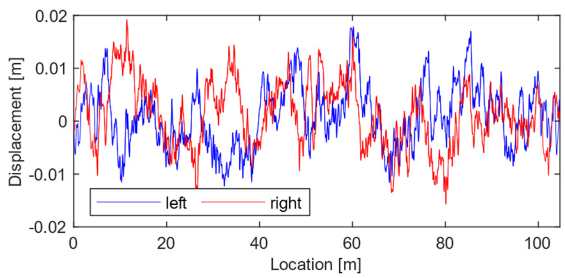

図２ 数値計算で用いた路面凹凸

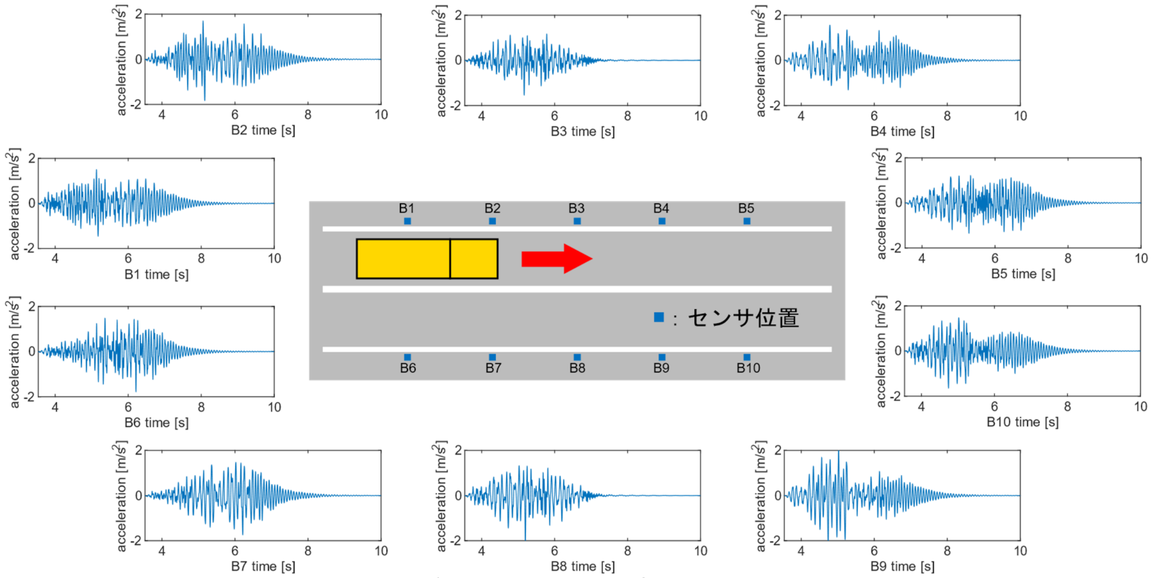

図 3 各センサ位置での加速度振動波形

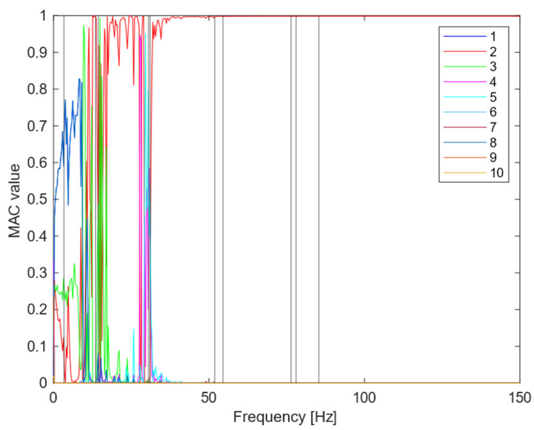

図 4 FDD 法推定モードと固有モード正解値の MAC 値—周波数曲線図

3.2. 数値シミュレーションの結果と考察

数値シミュレーションでは実環境実験と条件を合わせるために、橋梁上の 10 点で加速度センサによる計測を行ったと仮定する。各センサは橋梁をスパン方向に 6 等分するように両車線の縁石の淵に設置した。また、センサのサンプリングレートは実環境実験で使用したセンサと条件を揃えるため 300[Hz]と仮定する。健全モデルの各センサ位置での橋梁上車両通過中の加速度振動波形を**図 3** に示す。各計測点での波形に注目すると、車線の違いによる振幅の大小の違いはあまり確認できない。各計測点の振動のピークはどれも 5~6 秒の間付近であり、スパン方向での違いはあまり見受けられない。車両通過後は減衰によって振幅が 0 に収束していく。

3.2.1. SVD-FDD 法を適用した結果

ここでは数値シミュレーションで得た、各センサ位置での加速度振動データに SVD-FDD 法を適用した結果を示す。数値シミュレーションの結果に FDD 法を適用するにあたって、疑似 FRF 行列を求める際に平均化を行う。そのため、平均化を行うのに十分なデータ長を確保する必要があることから、車両通過中の強制振動および、車両通過後の自由振動を分析対象とする。**図 4** に健全モデルについて FDD 法で推定される各周波数帯において、最も卓越した実稼働モードと 10 次までの固有モードの MAC 値を示す。これは FDD 法のモード形状推定精度を表している。また、**図 5** には、健全モデルに対して SVD 法および FDD 法によってそれぞれ推定されたモード形状と、固有モード形状を示す。各グラフにおいて、中央

より左側の曲線が走行車線側のモード形状を、右側の曲線が反対車線側のモード形状を示す。Accuracy は固有モード形状に対する SVD 法または FDD 法で推定されたモード形状の精度を表し、coincidence は SVD 法と FDD 法で推定されるモード形状の一致度を表す。Accuracy と Coincidence のいずれの評価指標にも MAC 値を用いた。**図 5** を見ると 1 次固有モードはたわみ 1 次モードである。**図 4** に注目すると 0～10[Hz]では固有 1 次モードに対する MAC 値が大きくなっていることから、この周波数帯でたわみ 1 次モードが実稼働モードとして推定されたことが読み取れる。同様に、15～27[Hz]、32[Hz]～の周波数帯でたわみ 2 次、10[Hz]付近でねじり 1 次、28[Hz]付近でたわみ 3 次、30[Hz]付近でねじり 2 次モードが実稼働モードとして FDD 法により推定されている。図 4 中の直線は固有振動数を示しており、1～5 次固有モードが対応する固有振動数付近で卓越していることが読み取れる。次に図 5 において、SVD 法で推定された振動モード（赤線）に注目すると、卓越 1 次モードとしてたわみ 2 次モードが推定される一方で、卓越 2 次モードにたわみ 1 次モードが推定されている。これは SVD 法で求めた推定モードの次数は応答の大きいものから順に決まるため、前述したように幅広い周波数帯で卓越しているたわみ 2 次モードの応答が大きく、卓越 1 次モードとして推定されたためと考えられる。1 次、2 次モードでは SVD 法による推定モードは固有モードに対して次数が逆転してしまったが、3 次~5 次での

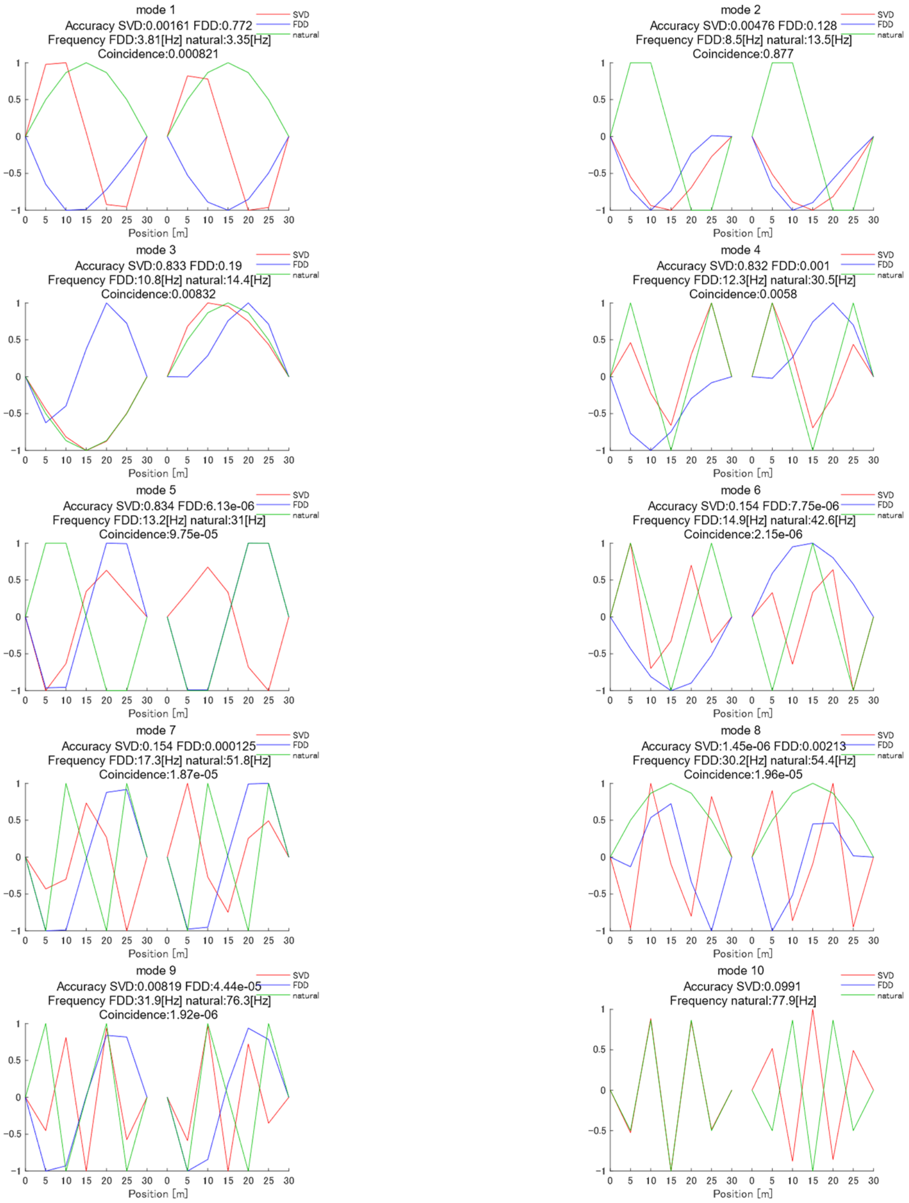

図 5 健全モデルの推定モード形状および固有モード形状

Accuracy は 0.8 以上を保っており、概ね固有モード形状を推定できている。また、6 次以降でも次数は一致していないものの、形状だけなら精度良く推定できているものが多い。一方、**図 5** において、FDD 法で推定された振動モード形状（青線）に注目すると、1 次では Accuracy が 0.722 と概ね固有モードを推定できている。2 次〜9 次では推定している卓越モードの振動数が固有振動数から大きくずれており、一概には比較できないが、固有振動数に近い振動数で推定したモード形状を見ると、固有振動モードを推定できているものも存在する。

次に図 6 に局所損傷モデルに対して SVD 法および FDD 法により推定されたモード形状と、固有モード形状を示す。図 6 を見ると局所損傷モデルの固有モード形状および SVD 法による推定モード形状は健全モデルのものとほぼ同じであることが分かる。FDD 法による推定モード形状に注目すると、卓越 1 次モードとしてたわみ 1 次モードが推定され、Accuracy は 0.819 と良好である。FDD 法は健全時同様、概ね固有 1 次モードを推定できていると言える。また、健全時では推定できなかった固有 3 次モード（ねじり 1 次モード）についても、FDD 法の Accuracy は 0.849 で、健全時にはほとんど推定できていなかったのとは対象的である。4 次〜8 次では健全時と同様で推定している振動数が固有振動数とはずれてしまっているが、固有振動数付近を推定しているその他のモードを見ると、形状が合致するものも存在する。

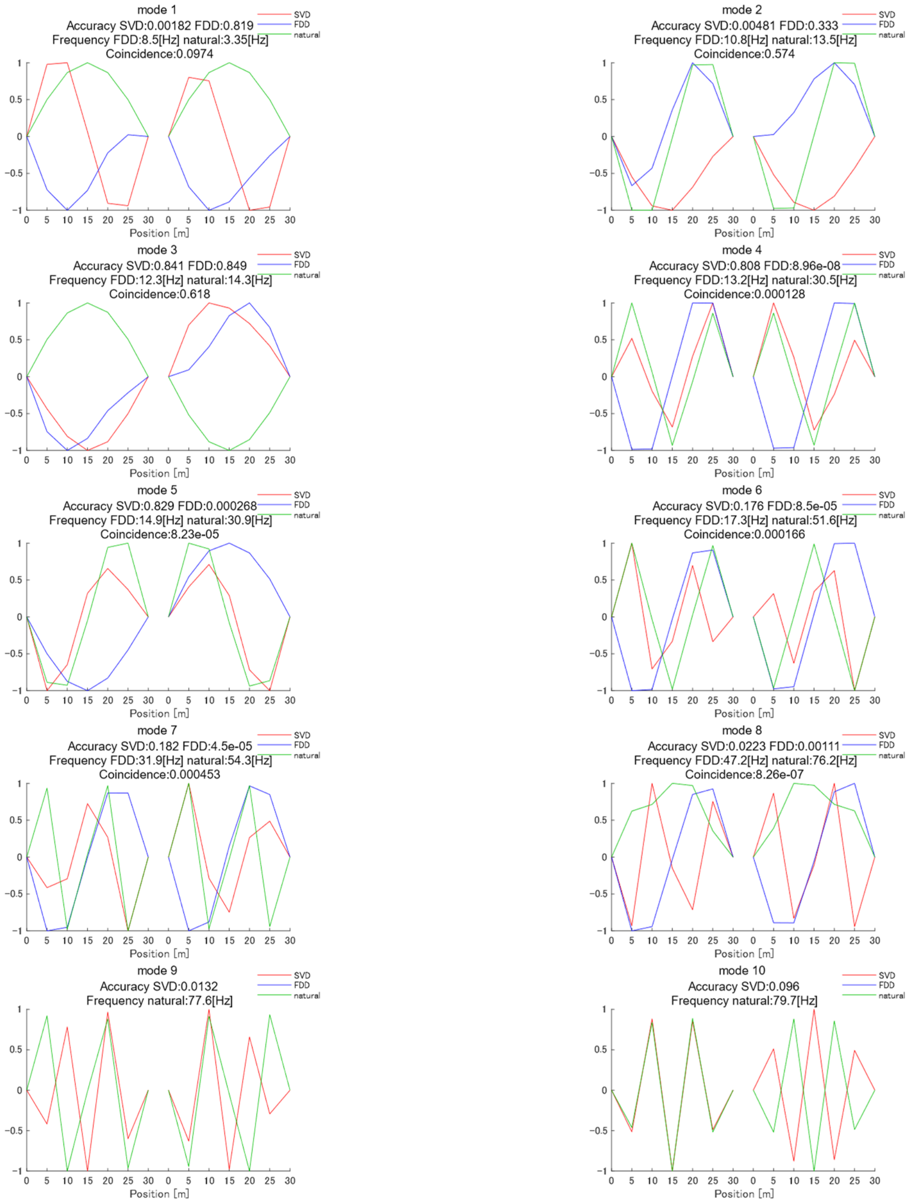

図 6 局所損傷モデルの推定モード形状および固有モード形状

図 5、図 6 を見比べると FDD 法による推定モード形状には違いが生じていることが確認できる。具体的な違いは健全モデルでは固有振動数 3.81[Hz]のたわみ 1 次モードが卓越 1 次モードとして推定されたのに対して、局所損傷モデルでは固有振動数 8.5[Hz]のたわみ 1 次モードが卓越 1 次モードとして推定されている点が挙げられる。また、健全モデルにおける卓越 2 次モードと局所損傷時の卓越 1 次モードは形状、周波数が一致する。つまり、健全モデルにおいて推定できていたモードが、局所損傷モデルではできていない。局所損傷モデルで卓越 2～6 次モードとして推定された振動モードは健全モデルにおいて卓越 3～7 次モードとして推定されている振動モードと一致する。局所損傷モデルで卓越 7 次モードとして推定された振動モードは健全モデルにおいて卓越 9 次モードとして推定されており、健全モデルで卓越 8 次モードとして推定されている振動モードを検出できていない。一方、局所損傷モデルで卓越 8 次モードとして推定されている振動モードを健全モデルでは推定できていない。

図 7、図 8 には、健全時と損傷時のそれぞれにおいて、FDD 法で求められる特異値スペクトルを示した。特異値スペクトルはある周波数における振動モードの振幅に相当する。図中の黒線は固有振動数を示す。FDD 法には「各計測点の加振力が同じ周波数を持たず、加振力のパワー平均fが周波数と加振点に依らず一定である」という仮定があった。また、この仮定が成り立つとき、「固有振動数ω_iで卓越するモードは必ず、i次モードのみである」とされた。図 7 と図 8 では、共に、固有振動数付近で複数のモードの特異値スペクトルが大きくなっている。これは前述した FDD 法の仮定と矛盾しており、これが FDD 法の精度を低下させる原因になったと考えられる。つまり、FDD 法そのものは、交通振動のような白色性が仮定できない振動には、予想通り適用が難しいと言える。

以上より、SVD 法と FDD 法では、モード形状の推定精度や損傷に対する感度が異なることが明らかとなった。SVD 法は安定してモード形状を高精度に推定できる方法である。しかし、損傷が発生しても、推定モード形状に変化が生じにくく、損傷影響を評価することが難しい。SVD 法は、基準座標の無相関性を仮定しているため、各モードに生じる僅かな損傷影響が平均化されてしまうためと考えられる。一方で、FDD 法は必ずしも精度良くモード形状を推定できるわけではない。

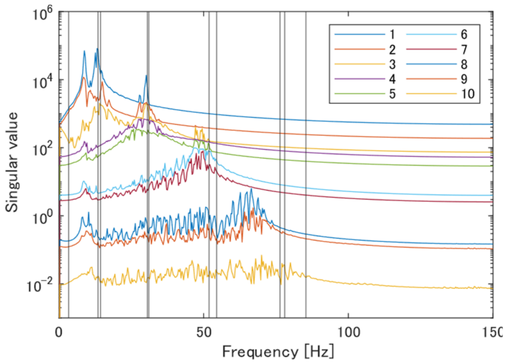

図 7 健全モデルの特異値スペクトル —周波数曲線図

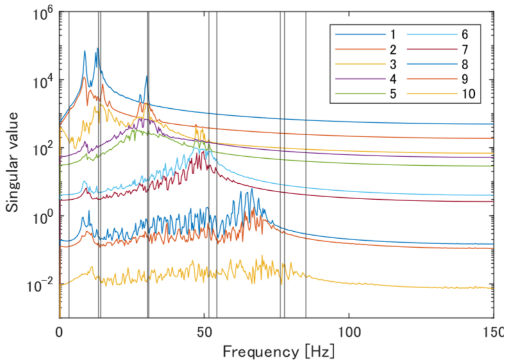

図 8 局所損傷モデルの特異値スペクトル —周波数曲線図

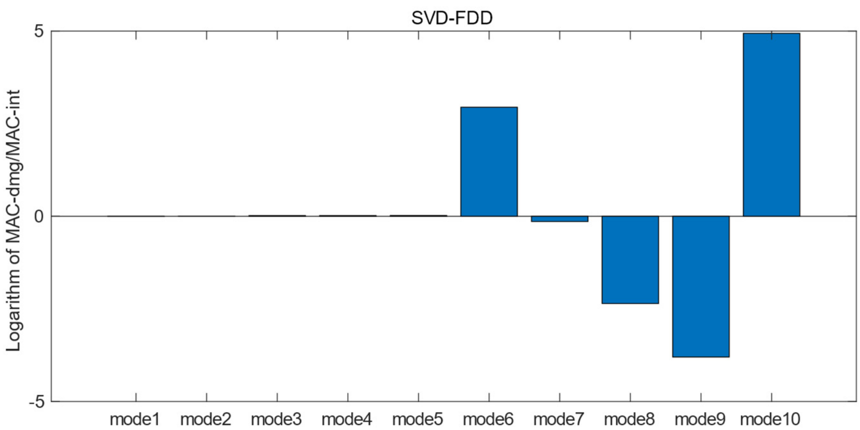

図 9　健全モデルと局所損傷モデルでの SVD-FDD 相似モード形状の不一致度

これは、FDD 法が、より実稼働モード推定法として、卓越したモードを優先的に検出しようとする方法であるためで、ほとんど励起されなかった高次固有モードを推定するには精度が不十分である。しかし、局所損傷発生後は、2 次以上のモード形状が励起されやすくなり、FDD 法の精度が変化する。したがって、SVD 法と FDD 法を組み合わせて、卓越モードの変化を検知することで、損傷の影響を分析できる可能性がある。

そこで図 9 に健全モデルと局所損傷モデルに対して SVD-FDD 法を適用した結果を示す。これは健全モデル、局所損傷モデルのそれぞれについて FDD 法により計算された全ての周波数での振動モードの内、SVD 法で推定された卓越 1 次～10 次モードとの MAC 値が最大となったものを FDD 法による推定値と仮定し、各卓越モード同士で MAC 値を計算したとき、健全モデルと局所損傷モデルでの MAC 値の比を示したものである。つまり、SVD 法により推定された卓越モードと最も形状が似ていた FDD 法の計算結果による相関の 2 乗値を健全モデルと局所損傷モデルで比較したものである。縦軸は自然対数で示しているため、値が正であれば局所損傷モデルでの MAC 値が大きく、値が負であれば健全モデルでの MAC 値が大きいことを示している。また、0 であれば健全モデルと損傷モデルで MAC 値は一致している。図 9 を見ると低次のモードでは健全モデルと損傷モデルでは MAC 値にほとんど差がないことが分かる。一方で 6 次以上の高次モードでは MAC 値に大きな違いが発生していることが確認できる。まず、正の値をとっている、つまり、局所損傷モデルの MAC 値が健全モデルより大きい、卓越 6 次、10 次モードに注目する。SVD 法で推定される卓越 6 次モードは健全モデル、損傷モデルどちらもたわみ 4 次モードに似ている。卓越 10 次モードはねじり 5 次モードである。負の値になっている、つまり、健全モデルの MAC 値が局所損傷モデルより大きいのは卓越 8 次、9 次モードである。卓越 8 次はねじり 4 次モード、卓越 9 次はたわみ 5 次モードである。高次モードであるが健全モデルと局所損傷モデルで MAC 値のほぼ一致している卓越 7 次モードはねじり 3 次モードである。このことから、3 次以下のたわみ、ねじりモードでは健全モデルと局所損傷モデルの間でほとんど差がないことが分かる。また、4 次以上のたわみ、ねじりモードでは健全モデルと局所損傷モデルには違いが存在することが分かった。これは、3 次以下のたわみ、ねじりモードではモード形状のピーク間距離が大きく、今回のようなセンサ配置では変化を検出できなかったと考えられる。一方で 4 次以上のたわみ、ねじりモードではピーク間距離が小さくなり十分な変化を検出できたと考えられる。しかし、なぜ、たわみ 4 次、ねじり 5 次モードでは局所損傷モデルの MAC 値が大きくなり、ねじり 4 次、たわみ 5 次では健全モデルの MAC 値の方が大きくなったかは不明である。今後、様々なモデルでの追加検証が必要である。

4. 実環境実験

4.1. 実験諸元

本研究で橋梁振動計測実験の対象としたのは、茨城県つくば市の県道 200 号藤沢豊里線に架かる旭橋（図 10）である。旭橋は全長 30.9mの合成桁橋である。平面図および縦断図、センサ設置位置を図 11 に示す。橋梁の両端左右に車両通過判定を行うため、GPS センサを 4 か所電子基準点として設置した。また、加速度センサを左右 5 か所ずつ、計 10 か所設置した。また、車両の外観およびその諸元を図 12、図 13 と表 3 に示す。本車両は、車体重量が 7.6t であり、荷台に砕石を搭載して総重量が約 14t となるようにカスタムされている。


図 10 旭橋概観

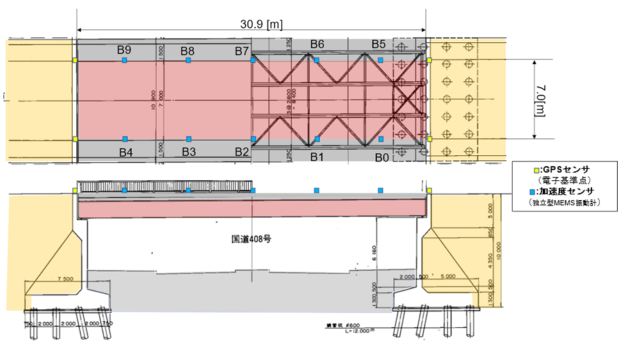

図 11 センサ配置図

図 12 実環境実験で使用した車両

表 3　車両諸元

車体重量 (kg)	前軸重 (kg)	後軸重 (kg)	全重 (kg)
7, 600	3, 980	9, 680	13, 730

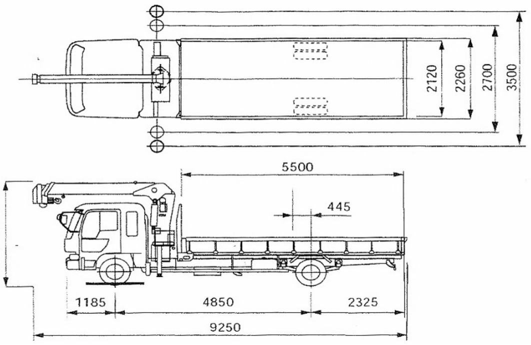

図 13 車両寸法

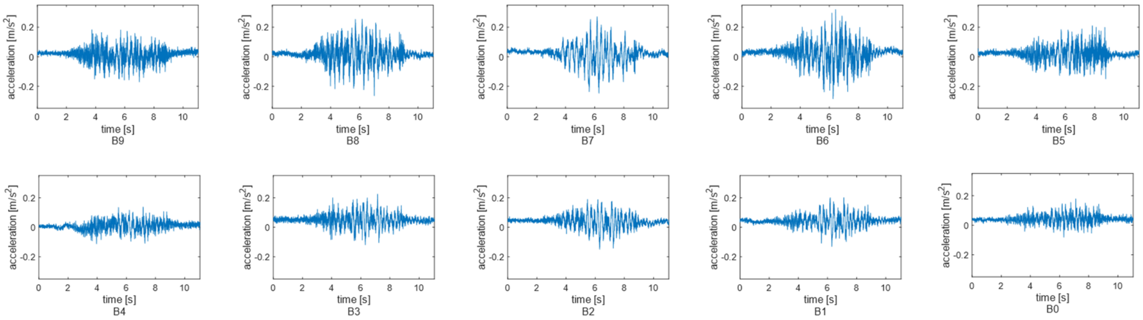

図 14 各センサで計測された加速度振動波形

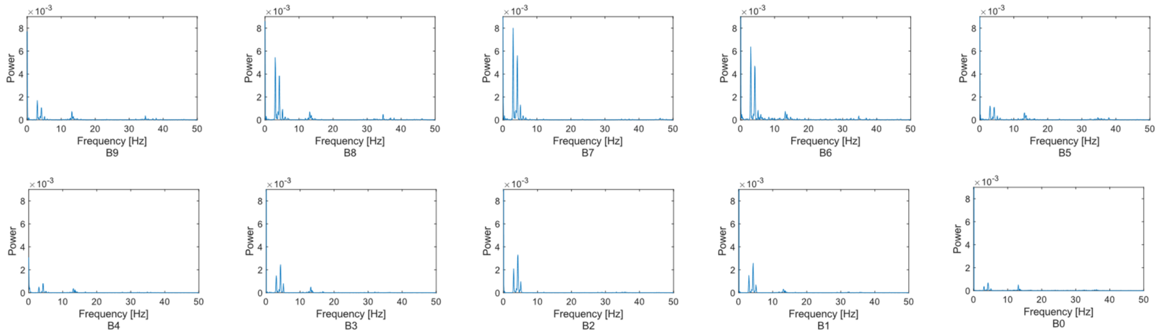

図 15 各センサで計測された加速度振動波形のパワースペクトル

4.2.　実環境実験の結果と考察

今回の実験では FDD 法を適用するにあたって、データを平均化することから、十分なデータ長を確保するために橋梁車両通過中の振動に加えて、その前後 1024 データを追加で取得して分析を行う。ただし、今回の実験で使用した MEMS センサのサンプリングレートは 300[Hz]である。ここからは実環境実験で得られた計測データの特徴を示す。実環境実験では車両が**図 11** の左側から右側に向けて左側通行で通過した。**図 14** に各センサが計測した橋梁の鉛直加速度振動波形を示す。また, **図 15** はその各周波数におけるパワースペクトルである。**図 14** に注目する。車両が走行した車線側に設置されていたセンサ B5～B9 の波形と反対車線側に設置されていたセンサ B0～B4 の波形を比較すると全体的に車線側に設置されていたセンサのほうが反対車線側に設置されていたセンサと比較して、振幅が大きいことが確認できる。橋のスパン方向では紙面左側から右側にかけて、つまり、車両が通過した順番に振動のピークが遅くなっていることが分かる。また、全てのセンサで車両通過していない時間にも微細な振動を計測している。**図 15** に注目すると**図 14** と同様に車両が通過した側の車線のパワースペクトルが大きくなっていることが確認できる。また、全てのセンサにおいて 3.0, 4.2,[Hz]に、B2、B7 以外のセンサにおいて 13[Hz]付近にパワースペクトルのピークが存在する。

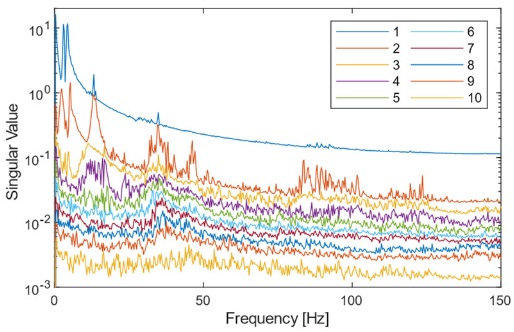

図 16　特異値スペクトル―周波数曲線図

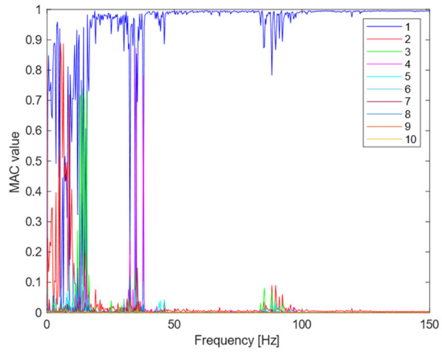

図 17　SVD-FDD 法による一致度―周波数曲線図

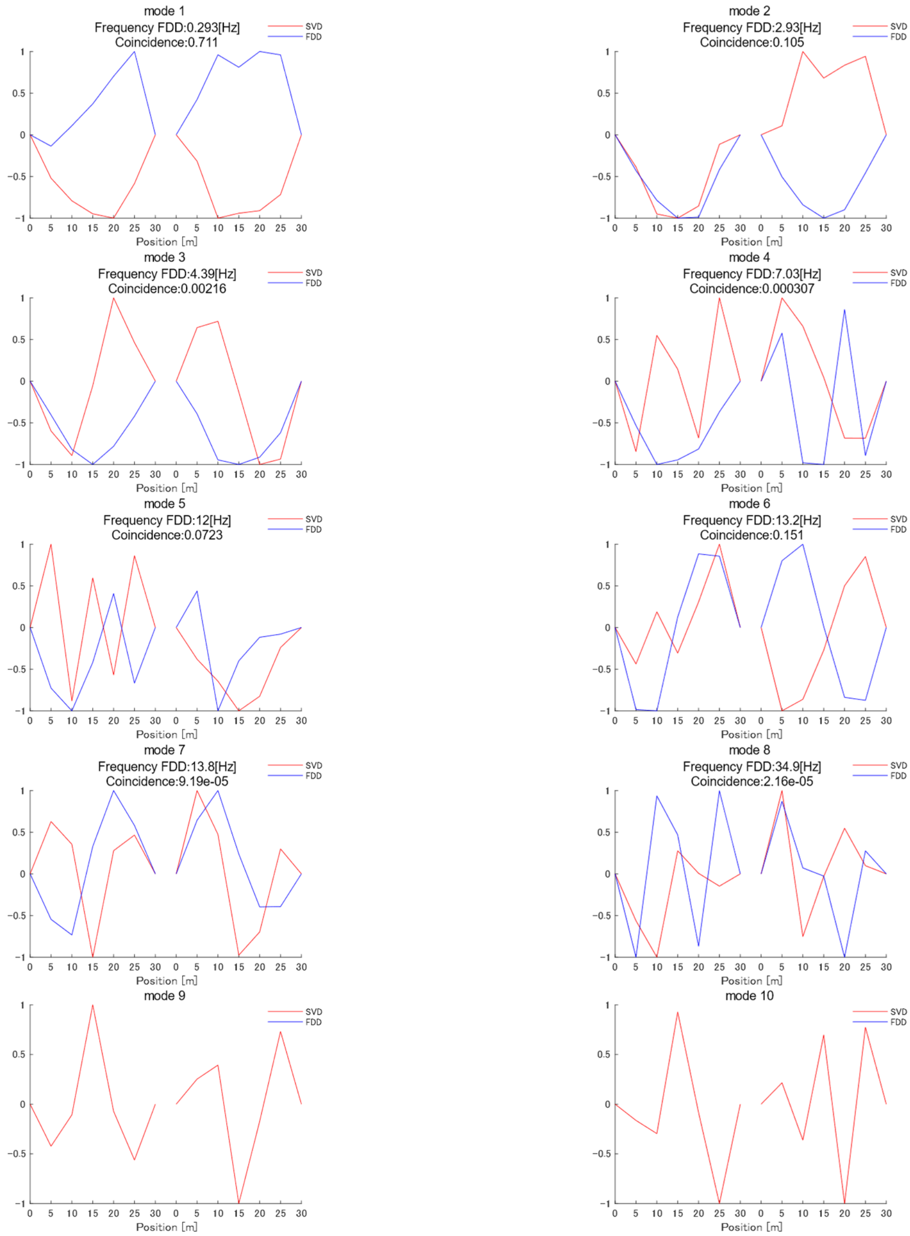

図 18 SVD-FDD 法による推定モード

4.2.1. SVD-FDD 法を適用した結果

ここでは計測によって得られた振動データに対してSVD-FDD 法を適用した結果について考察する。図 16 にFDD 法により求められる、各周波数における特異値スペクトルを示す。数値シミュレーションと同様に同じ周波数で複数のモードの特異値スペクトルが大きくなっており、FDD 法の仮定をみたしていないことが分かる。そのため、FDD 法ではモード形状の推定があまりよくできていないと考えられる。図 17 に FDD 法で推定される各周波数帯において、最も卓越した実稼働モード形状と SVD 法による推定モード形状の MAC 値を示す。図 17 を見ると 0～5.0[Hz]、8.2～13[Hz]、15~34[Hz]、38[Hz]～の周波数帯では卓越 1 次モードが、5.2[Hz]～6.4[Hz]では卓越 2 次モード、13[Hz]～15[Hz]では卓越 3 次モード、35[Hz]付近では卓越 4 次モードがそれぞれ実稼働モードとして推定されていることが分かる。図 18 は SVD 法および FDD 法によってそれぞれ推定されたモード形状を示す。卓越 1 次モードとしては SVD 法と FDD 法はともにたわみ 1 次モードを推定している。Coincidence は 0.711 であるためおおよそ一致していると言える。2 次以降の SVD 法による推定モード形状に注目すると、卓越 2 次にねじり 1 次、卓越 3 次にねじり 2 次、卓越 7 次にたわみ 3 次、卓越 8、9 次にねじり 3 次モードを推定している。FDD 法による卓越 2 次以降の推定値は形状の安定しないものが多く、たわみ 1 次、もしくはねじり 2 次モードが見られるだけで、SVD 法による推定モードとは一致しない。実環境実験では単一の橋梁を計測したのみであるから、数値シミュレーションのように損傷の有無で結果の比較を行うことはできないが、数値シミュレーションと同様に、SVD 法による推定値と FDD 法に依る推定値には差が生じていることを確認できた。

5. まとめと課題

5.1. まとめ

本研究では数値シミュレーションおよび、実環境実験を実施し、SVD-FDD 法による橋梁健全性評価の可能性を検討した。その結論を以下にまとめる。

[1] 有限要素法により 3 次元車両モデルと 2 次元板モデルからなる VBI システムを作成し、交通荷重による橋梁振動の数値シミュレーションを行った。得られた加速度振動に対して SVD 法を適用した結果、SVD 法では安定して卓越モードを高精度に推定できるが、次数は必ずしも固有モードと一致しない。

[2] また、FDD 法は適用仮定を満たさず、推定振動数が固有振動数とずれてしまうが、固有振動数付近の推定振動数を持つ振動モードには固有モードと形状の一致するものが存在する。

[3] 損傷が存在しても、SVD 法と FDD 法はどちらも健全時とほとんど同じような結果になるが、FDD 法には若干の差がある。

[4] そこで、SVD 法と FDD 法の結果の違いを MAC 値に基づいて損傷前後で比較すると明確な差があった。

[5] しかし、損傷検知までは至らなかった。

[6] 実環境実験においても、FDD 法は仮定を満たさず、精度よくモード推定を行うことはできない。

[7] 実環境実験でも SVD 法の推定モード形状と FDD 法による推定モード形状は異なることが確認された。

5.2. 今後の課題

本研究では橋梁はシェル要素を用いて、剛性が均一な板としてモデル化したため、実橋梁が数値シミュレーションのように振動しているかは定かでない。今後はソリッド要素などを用いて、より高度な橋梁モデルを作成する必要がある。また、車両モデルはトラックを模した立体図形の 4 か所に独立懸架式のサスペンションが配置されているように作成したが、実環境実験で実際に使用した車両は荷台部分がリジッドアスクルでリーフサスが装備されている。今後はより車両の実態に即したモデリングが求められる。また、実環境実験では常時微動、および他車による交通振動が計測された振動に含まれていることから、数値シミュレーションにおいてこれらの影響を検討することが必要である。実環境実験では今回の計測だけでは橋梁が健全か否かは判別できないが、

SVD 法と FDD 法による推定モード形状には確かに差異があることが確認できた。今後、再び同じ橋梁を計測して SVD-FDD 法を適用し、今回の結果と比較する。または損傷の有無が確認できる、同一橋梁で計測を行う必要がある。

参考文献

[1] 稲垣博信, 水野裕介, 藤野陽三, 河村圭 : 地方自治体における橋梁の維持管理の状況と投資効果に関する調査検討, 土木学会論文集 Vol.66F, pp.351-359, 2010

[2] 吉岡 勉, 原田 政彦, 山口 宏樹, 伊藤 信 : 斜材の実損傷による鋼トラス橋の振動特性変化に関する一検討 構造工学論文集 Vol.54A pp.199-208, 2008

[3] Zhu, X.Q. and Law, S.S.: Wavelet-based crack identification of bridge beam from operational deflection time history, International Journal of Solids and Structures, 43, pp.2299-2317, 2006.

[4] Toshinami, T., Kawatani, M. and Kim, C.W.: Feasibility investigation for identifying bridges fundamental frequencies from vehicle vibrations, Bridge maintenance, safety, management and life-cycle optimization, IABMAS 2010, pp.317-322, 2010.

[5] 古川愛子, 清野純史, 大塚久哲 : 独立成分分析を用いた起振応答の抽出法と損傷同定問題への適用, 応用学論文集, Vol.9, pp.43-54, 2006

[6] Kim, C. W., Kawatani, M. and Ozaki, R.: Modal identification of short and medium span bridges under moving loads, Proc. of 10th ICOSSAR, pp.2446-2452, 2009.

[7] Hearn, G. and Testa, G. R.: Modal analysis for damage detection in structures, Journal of Structural Engineering, Vol.117, pp.3042-3063, ASCE, 1991.

[8] Xia, Y., Hao, H., Brownjohn, J. M. W. and Xia, P.-Q.: Damage identification of structures with uncertain frequency and mode shape data, Earthquake Engineering and Structure Dynamics, Vol.31, pp.1053-1066, 2003.

[9] A. Gonzalez, E.J. Obrien, P.J. McGetrick: Identification of damping in a bridge using a moving instrumented vehicle, Journal of Sound and Vibration, Vol.331, pp.18-27, 2012

[10] 吉岡勉, 伊藤信, 山口宏樹, 松本泰尚 : 鋼トラス橋の斜材振動連成とモード減衰変化を利用した構造健全度評価, 土木学会論文集, Vol.66A, pp.516-534, 2010

[11] 貝戸清之, 阿部雅人, 藤野陽三 : 不確実性に起因する振動特性変化の定量化とその有意性検定手法, 土木学会論文集 I56, pp.399-414, 2001

[12] Y.-B.Yang, C.W.Lin, J.D.Yau : Extracting bridge frequency from the dynamic response of a passing vehicle, Jounal of Sound and Vibration, Vol.272, pp.471-493, 2004

[13] 伊藤学, 片山恒雄: 橋梁構造の振動減衰, 土木学会論文報告集, 第 117 号, pp. 12～21, 1965. 5.

[14] 金哲佑, 川谷充郎 : 単一車両走行による橋梁振動データを用いた橋梁の健全度評価, 鋼構造論文集, 第 15 巻第 58 号, pp37-46, 2008.

[15] Hearn, G. and Testa, G. R.: Modal analysis for damage detection in structures, Journal of Structural Engineering, Vol.117, pp.3042-3063, ASCE, 1991.

[16] 西村昭 藤井学 宮本文穂 加賀山泰一 : 橋梁の損傷評価における力学的挙動の有効性 土木学会論文集第 380 号 , I-7, pp355-364, 1987

[17] 浅川一樹 : MEMS 利用による交通振動計測の可能性検証, 筑波大学理工学群工学システム学類卒業論文, 2014

[18] Brincker, R., Zhang, L., and Andersen, P.: Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition, IMAC XVIII, San Antonio, USA, 2000

[19] 山本亨輔, 大島義信, 杉浦邦征 : 車両応答に基づくモード形状推定法, 土木学会論文集 A1(構造・地震工学), Vol. 67, No. 2, p247-257, 2011

[20] 浅川一樹, 山本亨輔, 森川みどり : 橋梁の健全評価手法としての短時間 SVD 法の適用性に関する数値的検討, 第 43 回土木学会関東支部技術研究発表会, 2016

[21] 浅川一樹, 山本亨輔, 石川幹生 : DD 法および SVD 法の交通振動への適用性に関する基礎的研究, 土木学会第 70 回年次学術講演会(平成 27 年 9 月), 2015

[22] 毛利宏輔 : GPS 時刻同期型 MEMS センサの橋梁モニタリングへの適用, 筑波大学理工学群工学システム学類卒業論文, 2016

[23] 長江信顕, 渡瀬正泰, 玉木利裕 : 相互相関関数を用いた実稼働モード解析, 構造工学論文集, Vol.57A, 2011

[24] Allemang, R. J.: Vibrations: experimental modal analysis, UC-SDRL-CN-20-263-662, 1994.

[25] 山本亨輔, 伊勢本遼, 大島義信, 金哲佑, 杉浦邦征 : 鋼トラス橋の部材破断が橋梁および走行車両

の加速度応答に及ぼす影響，構造工学論文集, Vol.58A, P180-193, 2012

[26] Balmes, E. and Leclere, J. M.: Structural Dynamics Toolbox / FEMLink user’s guide version 5.3, SDTools, pp.416 – 417, 2006.

[27] Ewins, D.: Modal testing, theory and practice, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1984.

謝辞

本研究を実施するにあたって、ご指導をいただいた山本亨輔先生、松島亘志先生に甚謝の意を表する。また、研究の細部の相談に応じてくださった先輩方および、実験に協力していただいた研究室の皆様に感謝申し上げる。最後に両親とこれまでの人生を支えてくださった全ての人々に謝意を表する。