地盤工学会誌

公益社団法人 地盤工学会

報告

# 不連続体解析 -個別要素法の現状と今後-

## 土の要素挙動の解析例

Reproducing Representative Volume Element (RVE) response of soil using DEM

松島　亘志（まつしま　たかし）　筑波大学システム情報系　教授

tmatsu@kz.tsukuba.ac.jp

Reid KAWAMOTO　(リード　カワモト)　筑波大学システム情報系　博士研究員

Xiaoyu JIANG（シャオユ　ジャン）　筑波大学システム情報工学研究科　博士後期課程 3 年

キーワード：個別要素法，要素挙動

## 1. はじめに

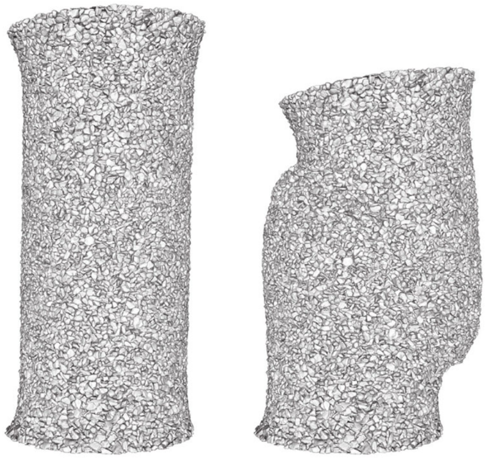
本稿では，土質力学の標準的な教科書で解説されるような土の基本要素挙動について，個別要素法(以下DEM)解析を通して土粒子スケールからの理解を深める事例を紹介する。近年は高精細な x 線 CT 観察により，実験での粒子スケール挙動が捉えることが可能となっている[1),2)]が，DEM を用いれば，単純化された条件ではあるが，粒子スケールのあらゆる物理量について，詳細に検討することが可能である。したがって，可視化実験と併用することで，土の複雑な要素挙動の微視的メカニズムを明らかにすることができ，これまで経験則に頼ってきた多くの実務設計に対して，その理論的根拠を与え，より合理的な修正を加えることが可能となる。

また，現行の実務では，主に現場の土の要素力学試験で得られる強度定数(せん断抵抗角 $\phi$ と粘着力 $c$)を用いて各種構造物の設計を行なうが，それとは別に粒子物性の計測を行ない，要素試験結果を照査したり，粒子物性が何らかの要因で変化した場合の強度定数の変化を予測するなどができれば有益である。

以下，具体的な事例として，(1)粒子形状の影響評価，(2)粘土の微視構造と圧縮性評価，(3)液状化の微視的メカニズム，(4)せん断速度の影響評価について述べる。なお，2014 年 11 月号特集テーマでも，本稿と関連の深い報告[3)]があるので，そちらも参考にしていただきたい。

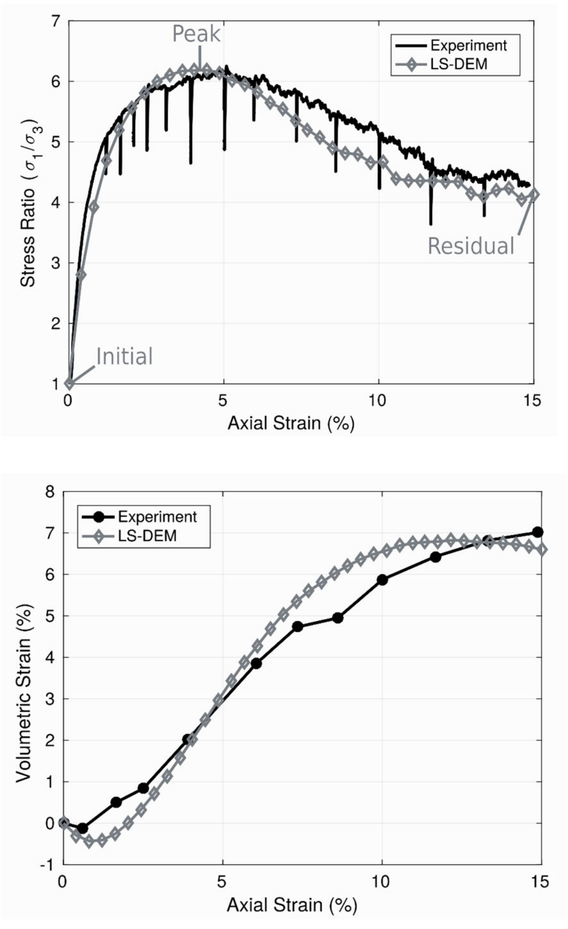
## 2. 粒子形状の影響評価

一般的に，粒子形状がいびつなほど，取り得る間隙比の値が大きく(詰まりにくく)なり，密詰めでのせん断強度も増加することが知られている。Katagiri et al.[4),5)]は，複数の球要素を剛接して豊浦砂の粒子形状を表現する手法を用い，様々な初期間隙比の試験体の単純せん断 DEM 解析を行い，実験と定量的に一致する結果を得ている。また，Kawamoto et al.[6)]は Level-set 法を用いて砂の粒子形状を高精度で再現した三軸圧縮試験 DEM 解析を行ない，やはり実験と整合する結果を得ている(図−1～図−2)。これらの結果は，X 線 CT などで三次元の粒子形状を取得することができれば，DEM を用いてその砂質土の力学特性をある程度予測することが可能であることを示している。



図−1　Hustun 砂モデルの LS-DEM 三軸圧縮試験解析[6)]

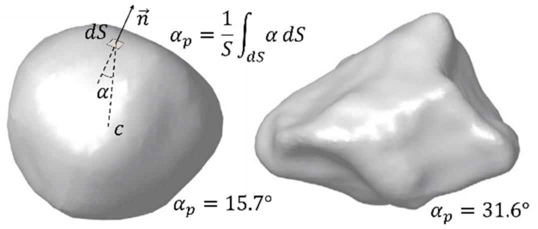
一方で，上述のような DEM 解析には，相当の手間と時間がかかることから，要素挙動の概略が，粒子形状情報のみから予測できれば便利である。Miura et al.[7], Tatsuoka[8] は，Lees[9] の提案した angularity という指標を用いて粒子形状の影響を定量評価しているが，この指標を計測することが難しいことや，せん断強度の関係について明確な物理モデルがないことなどから，実務応用は広がっていない。一方，Matsushima & Chang[10], Kawamoto et al.[11] は，DEM 解析の詳細検討を行ない，力学ベースの粒子形状指標$\alpha_p$を提案している(図−3)。これによれば，不規則形状粒子間の接触点に作用するモーメント抵抗を介して，$\alpha_p$と粒状体のせん断強度が直接関連づけられる(図−4)。また，$\alpha_p$の計測は，いわゆる偏角関数[12]の計測と同じように実施できるため，粒子形状をある程度精度良く捉えた写真があれば，２次元解析ならすぐに実施できる。近年の画像処理技術の進歩と共に，今後このような手法も実務に適用されていくと考えられる。



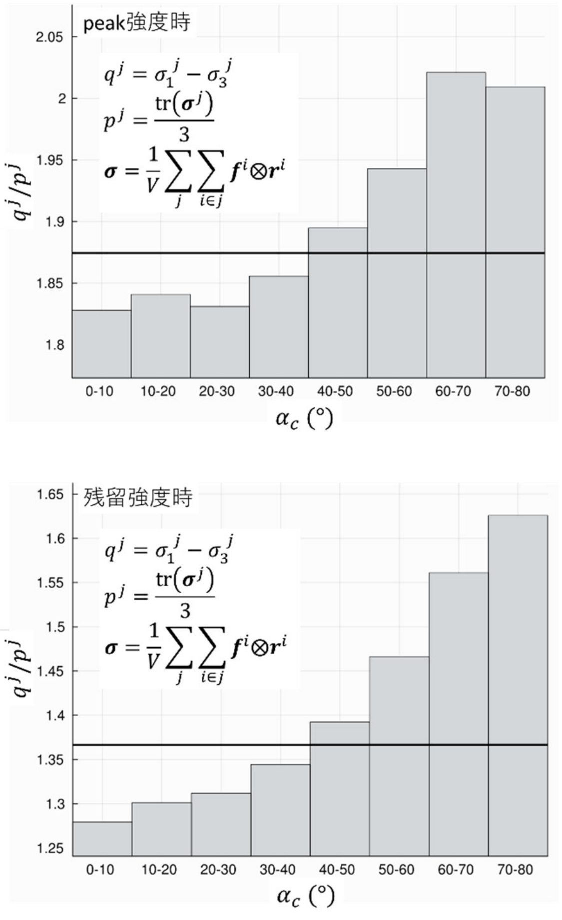

図−2　図−1 の解析で得られた応力-ひずみ関係(上)およびダイレタンシー関係(下)[6]

## 3. 粘土の微視構造と圧縮性評価

土は粗粒土と細粒土に大別されるが，土粒子スケールの力学挙動を検討したこれまでの研究は，圧倒的に粗粒土を対象としたものが多い。これは，載荷を受け




図−3　粒子形状指標$\alpha_p$ [10,11]（粒子表面の微小部分における法線方向角度$\alpha$を全ての表面に対して足し合わせて計算され，いびつな粒子ほど$\alpha_p$は大きくなる）

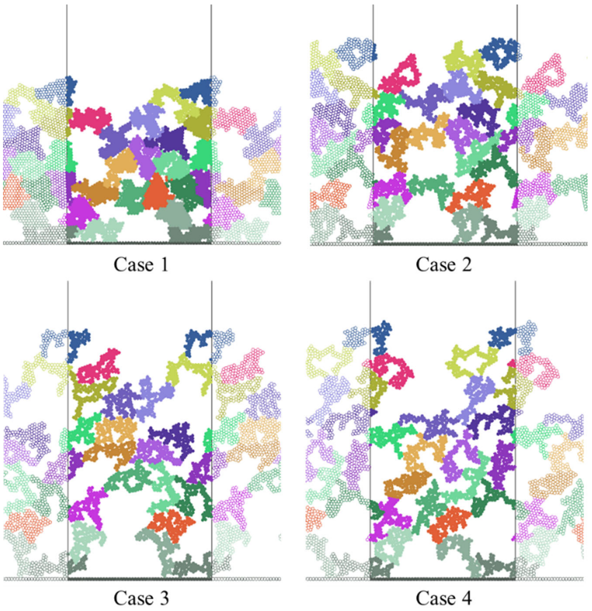



図−4　peak 強度時(上)および残留強度時(下)における，接触点での法線方向角$\alpha_c$の大きさ毎の各グループ$j$(横軸)で受け持つせん断応力比$q^j/p^j$ [11]（$p^j, q^j$ の定義図中の式を参照。なお$\boldsymbol{f}$および$\boldsymbol{r}$は代表体積$V$内の接触点$i$での接触力ベクトルおよび粒子中心を元にした接触点の位置ベクトルを表す。$\alpha_p$の大きな粒子の接触点ほど$\alpha_c$も大きいことが確認されており[11]，すなわち，粒状体の中で大きなせん断応力比を受け持っていることがわかる。）

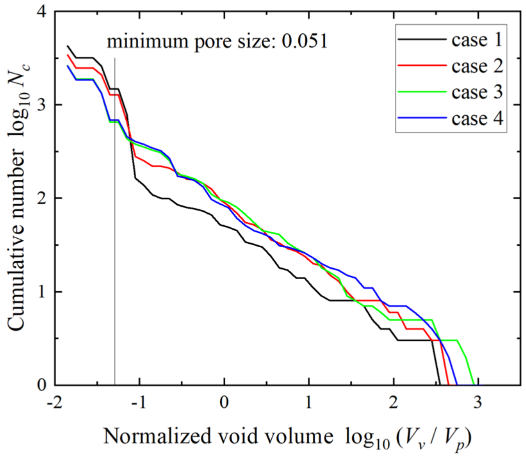
る細粒土の土粒子を直接観察する手法が未だに存在しないこと，粘土の巨視的力学モデルとして，一次元圧密理論やカムクレイモデルなどが，ある程度の精度で実務に適用できることなどが原因と考えられるが，細粒土も土粒子から構成されていることを考えると，土質力学の統一的な理解と体系化のためには細粒土のマイクロメカニックスの検討は重要である。

DEM を用いて細粒土(特に粘土)の力学挙動を解析するためには，粘土粒子間の相互作用力のモデル化が必要であるが，これに関しては，DLVO 理論[13]などコロイド科学の分野での知見を利用することが可能であり，計算機の能力向上と共に，多くの検討がなされてきている[14),15]。図–5 は，そのような相互作用力を設定した直径 10 nm の円形粒子 100 個を様々な初期配置から凝集させて凝集体を 20 個作成し，それらを横方向周期境界の条件下でひとつずつ落下させて堆積層を作成したものである[16]。図中で同じ色の粒子群がひとつの凝集体を表している。このプロセスは，水中で成長した凝集体がある大きさになると沈降して堆積層を形成するプロセスを模擬している。Case 1～Case 4 は，粒子間力特性(最大粒子間付着力と粒子間摩擦係数)を変化させており，Case 1 から Case 4 になるほど強い粒子間力を設定している(詳細は文献 16)を参照)。これらの間隙サイズ分布を図–6 に示す。横軸は間隙面積$V_v$を粒子面積$V_p$で正規化したもの，縦軸は，ある間隙面積以上の間隙の個数で，いずれも対数を取っている。これによると間隙のサイズ分布は，何れの場合も 3 オーダーのスケールにわたって，べき分布となっており，その勾配(べき)はおおよそ 1/2 となっている。このような間隙サイズのフラクタル性は実験などでも確かめられている[17]。なお，Case 1 および Case 2 では，互いに接触した円 3 つの間の間隙(最小間隙体積／粒子体積=0.051)より少し大きい間隙サイズで直線性が破れており，これは図–5 でも見られるように，凝集体の内部空隙と凝集体間の空隙という，２種類の空隙の存在を示唆している[18),19]。

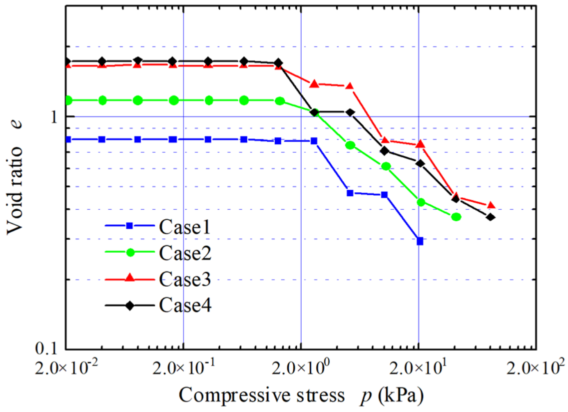
更に図–7 は，これらの 4 種類の試験体の一次元圧縮試験解析における，鉛直圧力と間隙比の関係を示す。これより，4 つの試料で塑性圧縮時の log e – log p 関係（e-log p でなく）が同程度の勾配の直線で表されることがわかる。このような勾配の大きさと，図–6 の間隙分布の関係など，DEM を用いることで，その微視的メカニズムに迫れる可能性がある。




図–5　異なる相互作用力での粘土粒子クラスターの堆積構造[16]（Case 1 から Case 4 になるほど強い粒子間力を設定している）




図–6　図–5 の堆積構造内の間隙サイズの累積分布[16]




図–7　図–5 の試料の一次元圧縮試験解析における鉛直圧力$p$と間隙比$e$の関係（両対数）[16]

## 4. 液状化の微視的メカニズム

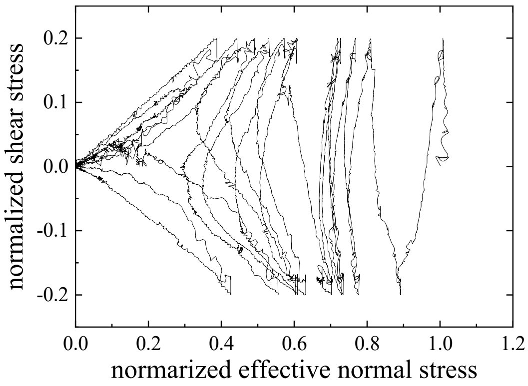
強い地震動に伴い発生する地盤の液状化現象は，1964 年の新潟地震以降，日本の地盤工学研究者を中心として活発に実験的研究がなされてきた[20]。ただし，その微視的メカニズムに関しては，「非排水状態での繰返しせん断によって土粒子同士のかみ合いが外れる」といった定性的な理解に留まっている。

中瀬ら[21]はDEMによる粒子運動と間隙水運動の連成解析を行ない，液状化挙動を再現する先駆的な研究を行なった。その後，DEMによる液状化解析は，中瀬らと同様に間隙水と連成する方法[22]と，間隙水をモデル化せず，定体積繰返しせん断として解析する方法[23,24]の２種類が行なわれている。

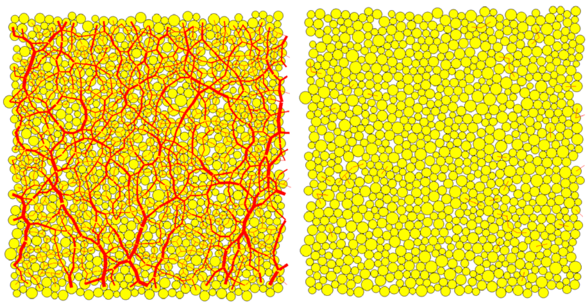
平尾ら[25]は，後者の方法を用いて２次元 DEM による繰返し単純せん断試験解析を行ない，液状化の条件等について，詳しい検討を行なっている。図−8 は，得られた応力経路図を示しているが，液状化実験での挙動と類似した応力経路が得られている。図−9 は，このときの初期状態および液状化直後の供試体内の粒子配置および接触力分布(赤線，太さは接触力の大きさを表す)を示しているが，粒子配置はほとんど変わっておらず，それぞれの粒子がほんのわずかだけ相対移動するだけで，粒子間接触が失われ，液状化が発生することを示している。図−10 は，このときの液状化に至るまでの粒子間距離の累積頻度分布の変化を表しているが，有効鉛直応力$\sigma_n{}'$が初期値$(\sigma_n{}')_0$から減少するにしたがって，負の粒子間距離を持つ(すなわち接触して食い込んでいる)粒子ペアの数が減少し，液状化時にはほとんど 0 になっていることがわかる。一方，粒径の 0.5%程度離れた距離では，液状化前後の累積頻度分布がほぼ一致しているが，これは巨視的には定体積条件が成立していることが原因である。したがって，液状化の発生は，極めて局所的な粒子の相対移動に起因していることがわかる。また，平尾ら[25]は，拘束圧が大きくなるほど，また粒子剛性が小さくなるほど液状化が発生しにくくなることを示しているが，これは，地盤の深い場所や粘土地盤では液状化が発生しにくいことと関連している可能性がある。

## 5. せん断速度の影響評価

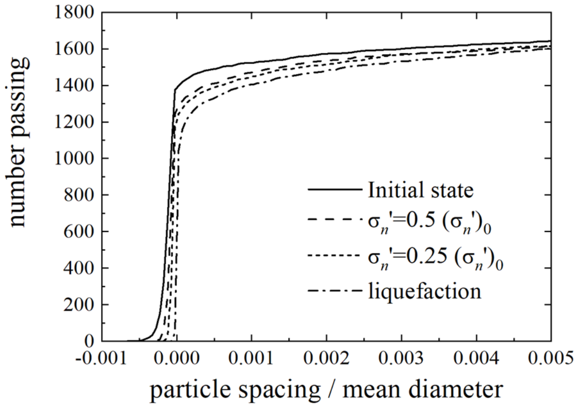
斜面災害で土砂が高速で流動するときの応力-ひずみ関係は，実験が難しく，また間隙水の影響なども含まれるため，よく分かっていないのが現状と思われる。間隙流体の影響を考慮しない，粒状体のみの流れは乾燥粒子流(dry granular flow)と呼ばれ，粉体物理や粉体工学の分野で多くの研究がなされている。近年，$\mu(I)$レオロジーモデルと呼ばれるモデルが提案され[26),27]，多くの研究により，その有効性が検証されている。Jiang & Matsushima[28]は，２次元楕円形粒子の流れを検討し，




図−8 2 次元 DEM による定体積繰返しせん断試験における応力経路[25]



図−9 初期状態と液状化時の粒子配置および接触力分布(太い赤線ほど大きな接触力を表す)[25]

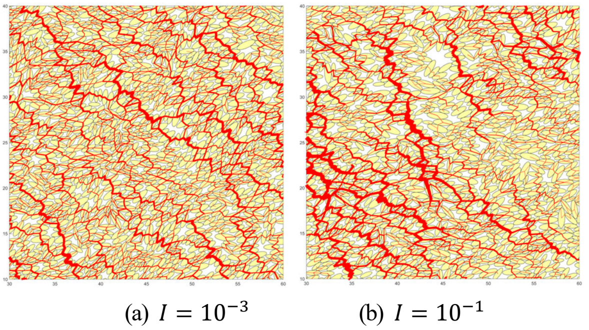



図−10 液状化に至るまでの粒子間距離累積頻度分布の変化[25]

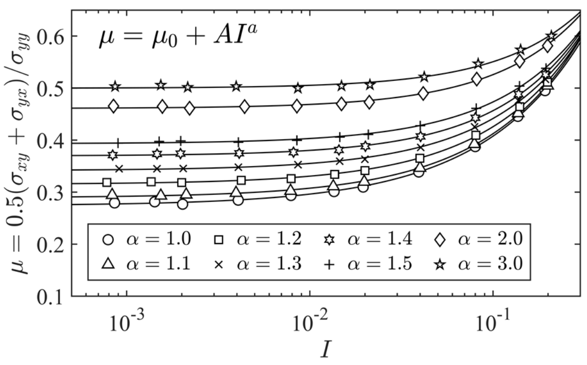
そこでも$\mu(I)$レオロジーモデルの枠組みが成立することを確かめ，その流動パラメータに及ぼす粒子長軸短軸比$\alpha$の影響を検討している。図−11 は，正規化されたひずみ速度を表す慣性数(Inertial number) $I$が十分小さい準静的流れ領域($I=10^{-3}$)と，ひずみ速度の影響が現れる領域($I=10^{-1}$)での，定常状態でのスナップショットを表している。後者では粒子の衝突により大きな粒子接触力が発揮されている一方，隙間も多くなっていることが見て取れる。また図−12 は，様々なひずみ速度での定常状態でのせん断応力比$\mu$を，異なる粒子長軸短軸比$\alpha$に対して調べたものであるが，$\mu(I)$レオロジーモデルで提案されている関係式$\mu=\mu_0+AI^a$（ここに，$\mu_0$は準静的せん断でのせん断応力比，$A$および$a$はせん断速度の影響に関する物性値）で精度良く評価できることを示している。ただし，このような関係が成立するミクロなメカニズムは，まだはっきりわかっておらず，今後の研究が待たれる。

## 6. おわりに

これまでの土質力学・地盤工学における理論は，主に連続体力学に基づいて構築されてきたが，本稿で紹介したような DEM 解析によって得られる土粒子レベルの知見は，粒状体力学ベースの土質力学・地盤工学の体系化に大きな役割を果たし，今後の実務にも変革を与えるものと期待したい。




図−11　異なる慣性数(Inertial number)$I$での楕円粒子集合体のせん断中のスナップショット(太い赤線ほど大きな接触力を表す)




図−12　異なる粒子長軸短軸比$\alpha$に対する，慣性数(Inertial number) $I$とせん断応力比$\mu$の関係[28)]

## 参考文献


1) Andò, E., Viggiani, G., Hall, S.A. and Desrues, J.: Experimental micro-mechanics of granular media studied by X-ray tomography: recent results and challenges, Géotechnique Letters, 3(3), pp.142-146, 2013.
2) Fukushima, Y., Higo, Y., Matsushima, T. and Otake, Y.: Liquid bridge contribution to shear behavior of unsaturated soil: modeling and application to a micromechanics model, Acta Geotechnica, 16(9), pp.2693-2711, 2021.
3) 松島亘志・片桐　淳・河野昭子：個別要素法解析の現状と将来展望，地盤工学会誌, 62(11/12), pp.26-29, 2014.
4) Katagiri, J., Matsushima, T. and Yamada, Y.: Simple shear simulation of 3D irregularly-shaped particles by image-based DEM, Granular Matter, 12(5), pp.491-497, 2010.
5) Katagiri, J., Matsushima, T. and Yamada, Y.: Variations in shear behavior among specimens with different packing patterns, Granular Matter, 16(6), pp.891-901, 2014.
6) Kawamoto, R., Andò, E., Viggiani, G. and Andrade, J.E.: All you need is shape: predicting shear banding in sand with LS-DEM, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 111, pp.375-392, 2018.
7) Miura, K., Maeda, K., Furukawa, M. and Toki, S., 1998. Mechanical characteristics of sands with different primary properties, Soils and foundations, 38(4), pp.159-172.
8) Tatsuoka, F.: Laboratory stress-strain tests for developments in geotechnical engineering research and practice, Bishop Lecture, In Proc. 5th Int. Symp. on Deformation Characteristics of Geomaterials, pp. 3-50, 2011.
9) Lees, G.: A new method for determining the angularity of particles, Sedimentology, 3(1), pp.2-21, 1964.
10) Matsushima, T. and Chang, C.S.: Quantitative evaluation of the effect of irregularly shaped particles in sheared granular assemblies, Granular matter, 13(3), pp.269-276, 2011.
11) Kawamoto, R., Andrade, J. and Matsushima, T.: A 3-D mechanics-based particle shape index for granular materials, Mechanics Research Communications, 92, pp.67-73, 2018.
12) 松島亘志・前田健一・石川達也：講座「粒子特性の評価と工学的意義」4. 粒子形状の評価と土の力学挙動，土と基礎 55(6), pp.37-44, 2007.
13) J.N.イスラエルアチヴィリ／大島広行(訳)：分子間力と表面力(第３版)，朝倉書店, 2013.
14) Anandarajah, A.: On influence of fabric anisotropy on the stress–strain behavior of clays, Computers and geotechnics, 27(1), pp.1-17, 2000.
15) Ebrahimi, D., Pellenq, R.J.M. and Whittle, A.J.: Mesoscale simulation of clay aggregate formation and mechanical properties, Granular Matter, 18(3), pp.1-8, 2016.
16) Suzuki, A. and Matsushima, T.: Meso-scale structural characteristics

of clay deposit studied by 2D Discrete Element Method, Proc. IS-Cambridge, Geomechanics from Micro to Macro, Soga et al. Eds, Taylor & Francis, pp.33-40, 2014.
17)Houben, M.E., Desbois, G. and Urai, J.L.: Pore morphology and distribution in the Shaly facies of Opalinus Clay (Mont Terri, Switzerland): Insights from representative 2D BIB–SEM investigations on mm to nm scale, Applied clay science, 71, pp.82-97, 2013.
18)Delage, P. and Lefebvre, G.: Study of the structure of a sensitive Champlain clay and of its evolution during consolidation, Canadian Geotechnical Journal, 21(1), pp.21-35, 1984.
19)Wang, Y.H. and Xu, D.: Dual porosity and secondary consolidation, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 133(7), pp.793-801, 2007.
20)Ishihara, K.: Liquefaction and flow failure during earthquakes, Geotechnique, 43(3), pp.351-451, 1993.
21)中瀬　仁・石川博之・武田智吉：個別要素法による室内せん断試験のシミュレーション，地震工学研究発表会講演論文集, 24, pp.489-492, 1997.
22)Sizkow, S.F. and El Shamy, U.: SPH-DEM simulations of saturated granular soils liquefaction incorporating particles of irregular shape, Computers and Geotechnics, 134, p.104060, 2021.
23)Sitharam, T.G., Vinod, J.S. and Ravishankar, B.V.: Post-liquefaction undrained monotonic behaviour of sands: experiments and DEM simulations, Géotechnique, 59(9), pp.739-749, 2009.
24)Kuhn, M.R., Renken, H.E., Mixsell, A.D. and Kramer, S.L.: Investigation of cyclic liquefaction with discrete element simulations, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 140(12), p.04014075, 2014.
25)平尾剛久・松島亘志・山田恭央：粒状体の液状化と剛性回復挙動に関する微視力学的検討，第13回日本地震工学シンポジウム，CD-ROM，7p, 2010.
26)MiDi, G. D. R.: On dense granular flows, The European Physical Journal E, 14(4), 341-365, 2004.
27)Jop, P., Forterre, Y., & Pouliquen, O.: A constitutive law for dense granular flows, Nature, 441(7094), pp. 727-730, 2006.
28)Jiang, X. and Matsushima, T.: Rheological and microstructural characteristics in granular shear flow of 2D ellipitcal particles, Journal of Japan Society of Civil Engineers, Ser. A2 (Applied Mechanics), Vol. 77, No.2 (Journal of Applied Mechanics, Vol 24), 掲載決定.

（原稿受理　2021.11.15）