

斜面崩壊・流動解析における粒子形状モデリングの意義

Importance of Grain Shape Modeling in DEM Analyses for Slope Failure and Flow

松島 亘志*

Takashi MATSUSHIMA

1. はじめに

地盤材料は、土粒子と水と空気の混合体であり、その力学特性は複雑である。砂防に関わる斜面崩壊・流動現象においては、元々固体的であった地盤が破壊し、流体のように流動し、再度固体化して静止する。土砂災害危険区域の把握や、対策工の設計などでは、そのように状態変化する土砂の力学的性質を評価する必要があるが、実験のみから時間的・空間的に変化する様々な物理量の関係を明らかにするのは自ずと限界があるから、個別要素法のような粒子ベースの手法による数値実験が果たす役割は大きいと考えられる。

個別要素法は、個々の固体粒子の運動をそのまま時刻歴に解き進める解析手法であり、固体的な振る舞いをする高濃度粒子系から流体的な振る舞いをする中～低濃度粒子系の振る舞いまでシームレスに再現できることが期待できる。近年のコンピュータ性能の向上に伴って、複雑な粒子物性の評価や間隙流体との連成解析等も行われ、定性的のみならず定量的な検討も行われるようになってきている。

本稿では、そのような高度化モデルのうち、粒子形状に着目した研究について紹介する。自然の土粒子は複雑な粒子形状を有しているが、その形状が担う定性的、定量的な役割は重要である。例えば、個別要素法では、粒子同士の接触判定の容易さから円要素、球要素を用いることがよく行われるが、落石影響範囲の解析などでそのような要素を用いると、平らな面を延々と転がり続けるといった不都合な結果が得られる。また、様々な砂のせん断強度試験を行うと、強度の違いは、バルク密度(粒子濃度)と共に粒子形状の影響が強く現れることは昔から知られている^{2,3)}が、土粒子の複雑な形状特性と、集合体としての力学特性を理論的に結びつけることは容易ではなく、有効な粒子形状指標も未だ確立していない。

本稿では、まず個別要素法で複雑な粒子形状をモデル化する手法についての概要を2章で述べ、続く3,4章で、

イメージベース個別要素法解析例と実験との定量比較について紹介する。さらに5章では、このような個別要素法解析から得られる不規則形状粒子の微視力学的役割について考察し、それを元にした粒子形状指標について紹介する。最後に6章で、今後の展望について述べる。

2. 複雑な粒子形状のモデル化手法の概要

個別要素法において複雑な粒子形状を表現する手法は、大きく分けて(1)多角形・多面体を用いる手法^{4,5)}と、(2)円形・球形要素を接合(クランプ)して表現する手法^{6,8)}、そして、(3)より高次の関数によって形状を表現する手法^{9,10)}がある。多角形・多面体モデルは一般に接触判定に多くの分岐が必要で計算時間がかかるが、砕石など尖り部を多く含む粒子を表現するには適している。また、近年のコンピュータグラフィックスに用いられる表面メッシュデータをそのまま用いることができるメリットもあるが、その場合には粒子1個あたりの角数は多くなり、多数の粒子を扱おうとすると計算負荷は増大する。一方、クランプモデルは、少ない要素数で効率的に非円形・非球形を表現できるため、多くの研究で使われてきているが、やはり実際の粒子形状を精度良く再現するために、多数の球要素を規則配列して粒子を構成しようとする計算負荷は増大する。クランプの方法には、要素をバネで繋ぐか⁸⁾、剛接するか⁷⁾の2手法に分類できるが、前者は粒子破碎などを表現するのに使われることが多い。最後に、高次関数モデルは、楕円体モデルから、より高次の形状まで様々提案されており、数学的な形状表現としては一番スマートであるが、用いる関数によっては形状表現に制約があったり、接触判定の方法に特別な工夫や近似が必要となる。以上のような特徴から、現在のところ、汎用個別要素法プログラムでは、計算効率と汎用性を考えて、クランプモデルを使うことが多いようである。

任意の粒子形状を円や球(あるいは3角形の面)などの基本要素の集まりとして表現する場合、それぞれの要

素の位置と大きさを適切に定めることで、少ない要素数で精度の良い形状モデルを作成することができる。しかしながら、それぞれの要素で粒子形状のどの部分をカバーすれば最も効率の良いモデル化となるかは、非線形の幾何学最適化問題であり、絶対的な解法は著者の知る限り、未だ提案されていない。Matsushima and Saomoto⁷⁾ が提案した動的最適化法は、この解を運動方程式を用いて求める手法である。すなわち、モデル化の対象となる不規則形状粒子の表面位置を示す離散データのそれぞれが、最も近い要素に仮想引力を及ぼすとして、それらの引力の合力(図-1)によって要素が並進移動および膨張・収縮を行う時刻歴計算を行い、最終的な収束解を得る。これを初期条件を変えて複数回行い、後述する表面誤差指標が最小となる解を最適解と見なす。図-2 および図-3 に、それぞれ2次元および3次元粒子のモデル化の例を示す。2次元モデルは対象粒子(豊浦砂)の画像で輪郭抽出を行ったものをターゲットとし、3次元モデルは、マイクロX線CTによって得られた豊浦砂3次元表面データをターゲットとしている。図を見ると、2次元モデルでは、10要素モデル(一つの粒子を10個の円形要素でモデル化したもの)で対象粒子の形状が良く近似できているのに対して、3次元モデルでは、同じ10要素モデルの精度は十分でないことが見て取れる。このようなモデル化の精度を定量的に議論するために、以下の表面誤差指標 *err* を導入する。

$$err = \frac{1}{N R_{eq}} \sum_{j=1}^N d_j \quad (1)$$

ここに、*N* はターゲット粒子の表面データポイント数、*d_j* は、*j* 番目の表面データポイントと、それに最も近い要素との距離、*R_{eq}* はターゲット粒子の等体積球の半径である。図-4 は、この誤差指標と、モデル化に用いた要素数 *n* の関係の例を示したものであるが、これによれば、2次元モデルと同じ精度を3次元で得るためには、ほぼ二乗分の要素数(2次元モデルで10要素の場合、3次元モデルでは100要素)が必要であることがわかる。

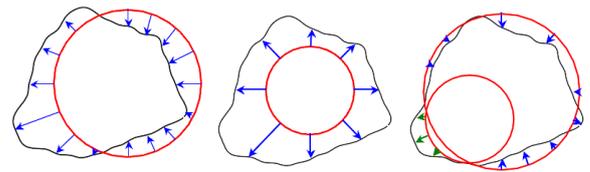


図-1 動的最適化法において、粒子表面から受ける仮想引力の概念図⁷⁾

Fig. 1 Illustration of virtual force used in dynamic optimization method

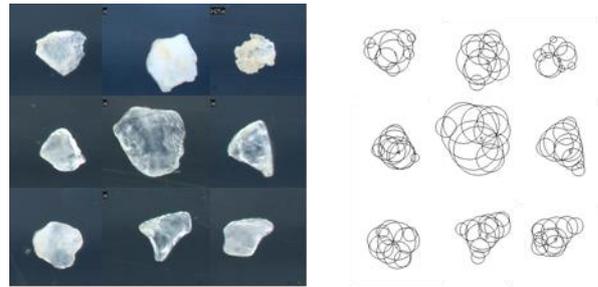


図-2 動的最適化法によるモデリング例: 豊浦砂2次元モデル(左: 対象粒子、右: 10要素モデル)⁷⁾

Fig. 2 Examples of 2D irregular grain shape modeling by dynamic optimization method

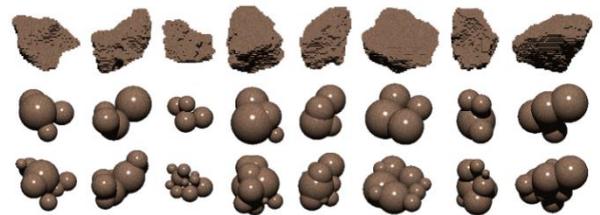


図-3 動的最適化法による不規則形状粒子モデリング: 豊浦砂3次元モデル(上段: 対象粒子形状、中段: 4要素モデル、下段: 10要素モデル)¹³⁾

Fig. 3 Examples of 3D irregular grain shape modeling by dynamic optimization method

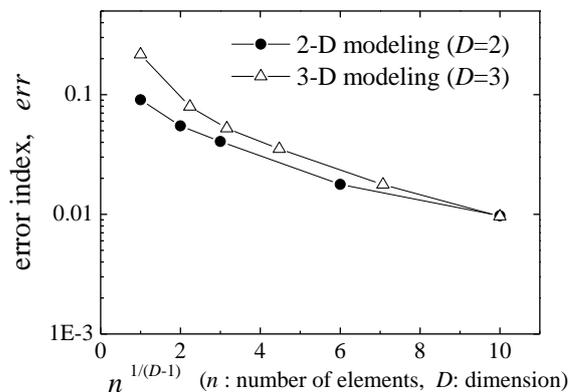


図-4 モデル化に用いる要素数 *n* と表面誤差指標 *err* との関係

Fig. 4 Surface error index, *err*, with respect to the number of primitive elements used in the modeling

3. 安息角試験のシミュレーション¹¹⁾

本章では、粒子形状を考慮した個別要素法解析例として、月面表層砂の模擬砂として作成された FJS-1¹²⁾を用いた安息角シミュレーションについて紹介する¹¹⁾。前章のような手順で作成した粒子 300 個を複製し、計 600 個または 3000 個の粒子を重力落下によって堆積させて、図-5 のような試験体を作成する。試験体の前後は周期境界、側面は摩擦のない壁としている。安定化後、片側の側壁を、底面の粒子数層分を残して取り除き、粒子を流動させる。最終的に流動せずに残った部分の傾斜角を安息角として計測する。図-6 は、1 要素モデル(すなわち球形粒子モデル)および、10 要素モデルにおける斜面最終形状である。当然ながら複雑形状を有する粒子の安息角は、球粒子の安息角より大きくなる。実際の FJS-1 粒子および球形のガラスビーズを用いて、試験体サイズは異なるものの同様の境界条件で実実験を行った結果が図-7 であるが、数値解析結果と良く整合していることがわかる。

図-8 は、数値解析によって得られた安息角が、個々の粒子をモデル化する要素数によってどのように変化するかを示したものである。図中には実実験結果における安息角も示している。これによれば、2 要素モデルではすでに実験と同等の安息角を示し、以降、モデル化要素数を増やしても、結果はそれほど変化しないことがわかる。また、図-9 は、粒子間摩擦係数 μ を変化させた場合の結果であるが、 $\mu \geq 20^\circ$

のときは、やはり安息角はほぼ一定になることがわかる。更に、粒子間のばね定数や減衰定数の影響は限定的であることもわかっている¹¹⁾。

このように、安息角シミュレーションについては、適切な粒子形状モデルおよび粒子物性設定により、定量評価が可能であることが示された。

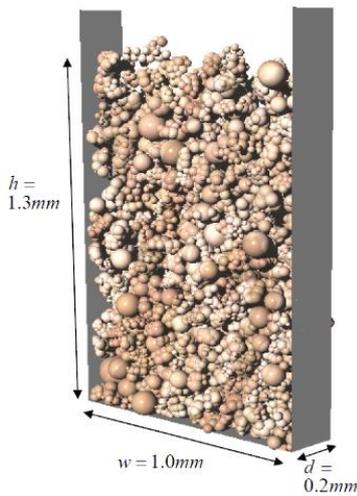


図-5 作成した試験体
Fig. 5 A specimen used for angle-of-repose simulation



図-6 安息角シミュレーション結果(左:球形粒子、右:10要素 FJS-1 モデル)¹¹⁾
Fig. 6 Results of angle-of-repose simulation for spheres (left) and FJS-1 model (right)

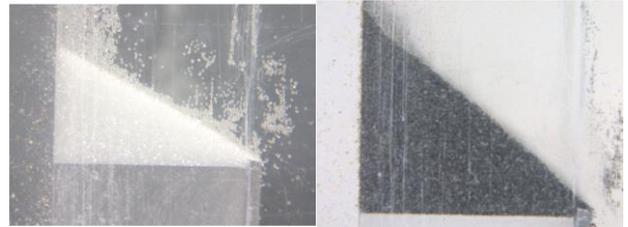


図-7 安息角実験結果(左:球形ガラスビーズ、右:FJS-1)¹¹⁾
Fig. 7 Results of angle-of-repose experiment (Left: glass beads, Right: FJS-1)

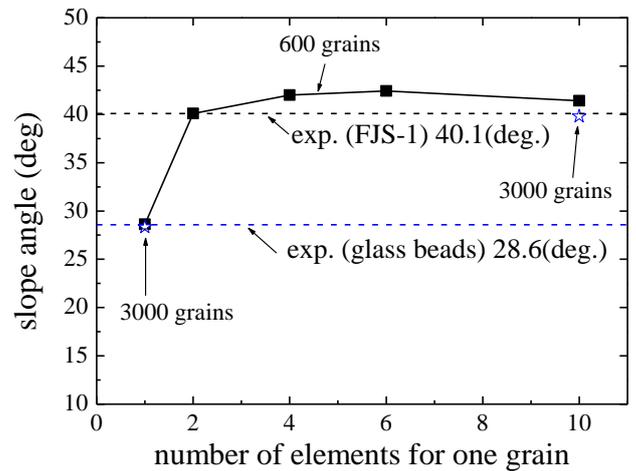


図-8 斜面安息角に及ぼすモデル化要素数の影響¹¹⁾
Fig. 8 Effect of grain shape modeling accuracy on the resulting angle of repose

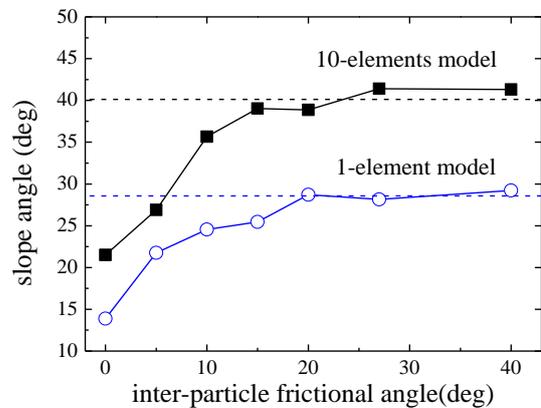


図-9 斜面安息角に及ぼす粒子間摩擦係数の影響¹¹⁾
Fig. 9 Effect of inter-granular friction on the resulting angle of repose

4. 単純せん断試験のシミュレーション¹³⁾

本章では、様々な初期間隙比や拘束圧での粒状体のせん断挙動を解析することを目的として、豊浦砂モデルの単純せん断試験のシミュレーションを行い、既往の実験結果と比較した事例を紹介する。

まず側面を周期境界とする直方体の試験体を作成する。その際に、普通より小さな粒子間摩擦係数を与えて堆積させると、表面の引っかかりが減少し、密づめの試験体を作成できる。このようにして様々なバルク密度の試験体を作成し、その後、粒子間摩擦係数を 0.5 に固定し、一定上載圧 σ_n のもとでせん断応力 τ を加える単純せん断試験シミュレーション(図-10)を行って、せん断強度を求める。図-11 は、10 要素モデルの場合で、応力比(τ/σ_n)と、試験体の平均的なせん断ひずみの関係を、実実験(ねじりせん断試験¹⁴⁾)結果と合わせて示している。両者を比較すると、初期間隙比が同程度の場合に、同程度のせん断強度を発揮しており、定量的に妥当な結果となっている。ただ、密づめ試料におけるせん断初期の応答は、実実験よりも個別要素法結果が大きくなっている。これは、前述のように、試料作成時に粒子間摩擦係数を調整しているせいで、通常の実験と同様に振動締固めによって作成した試料は、実実験と同様の応答になることが確かめられている¹⁵⁾。

また図-12 は、peak 応力に対応する内部摩擦角($\phi = \tan^{-1}(\tau/\sigma_n)$)を初期間隙比の関数としてまとめたものである。これによれば、4 要素モデルは 10 要素モデルに比べて 4 度程度低い内部摩擦角になること、供試体のサイズ(粒子数)が少ないと、境界の影響で大きめのせん断強度となること、などが示唆されている。したがって、今後は更にモデル要素数および供試体粒子数を多くして、結果が収束することを確認する必要があると言える。

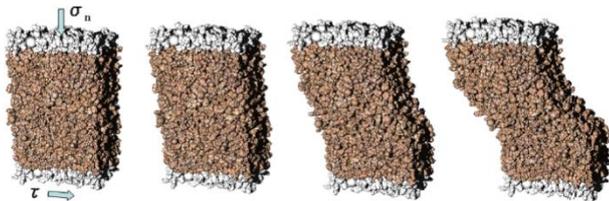


図-10 単純せん断試験シミュレーションにおける変形状(側面は周期境界、上下面の白粒子は剛接)¹³⁾

Fig. 10 Deformation mode in simple shear simulation

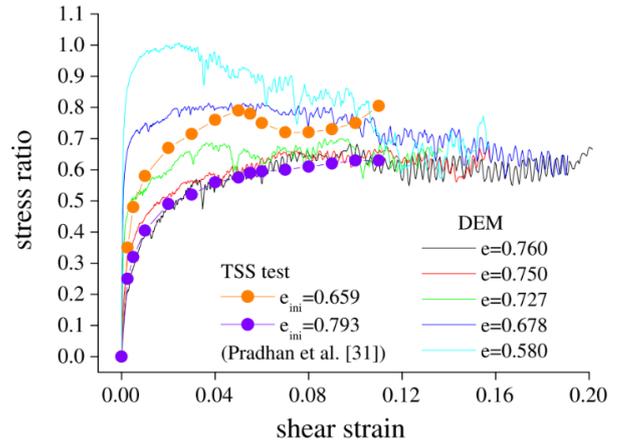


図-11 応力比-せん断ひずみ関係¹³⁾

Fig. 11 Relation between the stress ratio and the shear strain in the simple shear simulation

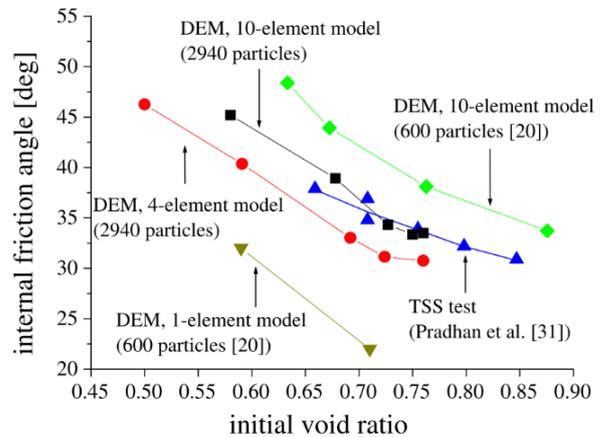


図-12 内部摩擦角に及ぼす初期間隙比、粒子モデル化要素数、試験体粒子数の影響¹³⁾

Fig. 12 Resulting internal friction in terms of initial void ratio, modeling accuracy and specimen size

5. 粒子形状効果の微視的メカニズム

前章までの結果は、境界条件によって、粒子形状が及ぼす効果が異なることを示している。粒子形状の最適化のためにも、また、実際の不規則形状粒子のせん断強度をある程度の精度で予測するためにも、粒子形状効果のメカニズムを検討することは重要である。

図-13 は、2次元モデルの単純せん断シミュレーションにおける粒子間接触力を、接触点を中心とする線分で示したものである。太い線分は相対的に大きな接触力がかかっていることを表している。ここで注目すべきは、多くの粒子が近傍粒子のそれぞれと複数点で接触している、という点である。このような複数点接触は、粒子間の相対回転を抑制する効果がある。特に、粒状体のせん断強度に大きな影響を及ぼすと考えられている force

30 なお、地盤材料における粒子形状効果については、地
 盤工学会誌の講座でも議論されている²¹⁾。また、地盤工
 学会アカデミックロードマップ委員会では、個別要素法
 などの不連続体解析手法の今後の展望について議論がな
 されている²²⁾。是非ご参照いただきたい。

35 参考文献

- 1) Cundall, P. A. (1971) A computer model for simulating progressive, large-scale movements in blocky rock systems. Symp. ISRM, Nancy, France. Proc., 2: 129-136.
- 40 2) 小田匡寛 (1978) 粒状体の基本的特性とその土質工学的意義, 講座: 粒状体力学の現状とその応用, 土と基礎, 26-9, 63-70.
- 3) Tatsuoka, F (2011) Laboratory stress-strain tests for engineering research and practice, Bishop lecture, Deformation Characteristics of Geomaterials: Proceedings of the Fifth International Symposium on Deformation Characteristics of Geomaterials, IS-Seoul 2011, 1-3 September 2011, Seoul, Korea. Vol. 2. IOS Press.
- 45 4) Cundall, P. (1988). Formulation of a three-dimensional distinct element model Part I. A scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 495 25(3), 107-116.
- 55 5) G. Nezami, E., M. A. Hashash, Y., Zhao, D., and Ghaboussi, J. (2006) Shortest link method for contact detection in discrete element method, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 30(8), 783-801.
- 60 6) Favier, J., Abbaspour-Foud, M., Kremmer, M., and Raji, A. (1999) Shape representation of axi-symmetric, non-spherical particles in discrete element simulation using multi-element particles, Engineering Computations, 16(4), 467-480.
- 65 7) Matsushima, T. and Saomoto, H. (2002), Discrete element modeling for irregularly-shaped sand grains, Proc. Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Ponts

chain (応力鎖)は、この回転抑制効果によって、より大きな力を伝達できると考えられる。すなわち、この例のような、粒子間の拘束条件が高い場合には、粒子形状効果が顕著に表れるため、より精度の高い形状モデリングが求められると推察できる。

5 このような、粒子間の回転拘束(あるいは接触点でのモーメント抵抗)に基づく粒子形状指標の概念や、せん断強度の評価モデルが、Matsushima¹⁶⁾, Matsushima and Chang¹⁷⁾によって提案されている。また、土石流における force chain の重要性については、前田¹⁸⁾らによって指摘されている。

6. おわりに

15 本稿では、個別要素法における粒子形状効果の検証を目的とした要素挙動に焦点を当てたが、実際の斜面崩壊や土石流現象などへの個別要素法の応用も進みつつある。森口ら¹⁹⁾は流体力を考慮した不規則形状粒子群の流動シミュレーションを行い、スリット型ダム透過性を調べている。また、香月ら²⁰⁾は土石流中の流木の挙動に着目して、流木形状が流動性や衝撃力に及ぼす影響について実験と個別要素法シミュレーションにより検討している。

前述のように、斜面の崩壊・流動現象には、粒子形状効果のみならず、粒度分布や粒子破碎性の影響、粒子と
 25 間隙流体の相互作用など、多くの検討事項が残されてい

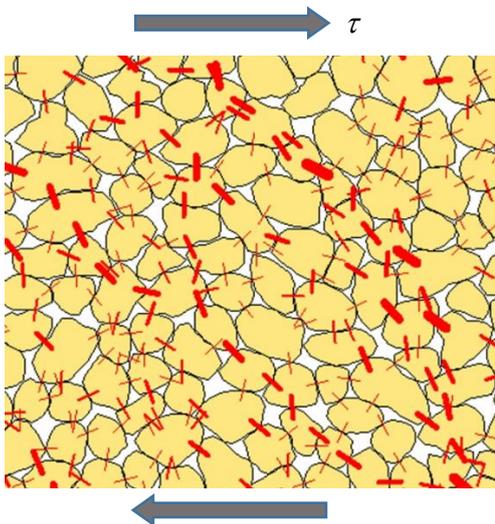


図-13 2次元個別要素法シミュレーションにおいて、不規則形状粒子間に作用する接触力。2粒子間の複数点接触により柱構造が安定化する

Fig. 13 Inter-granular forces (in red) acting on the irregularly-shaped grains. Multiple contacts between the two grains stabilize the force chain

るが、コンピュータ性能の進歩とともに、不連続体解析

- et chassees, 239-246.
- 8) Cheng, Y. P., Y. Nakata, and M. D. Bolton. "Discrete element simulation of crushable soil." *Geotechnique* 53.7 (2003): 633-641.
- 5 9) Williams, J. and Pentland, A. (1989). Superquadric and modal dynamics for discrete elements in concurrent design, Proc. of the 1st U.S. Conf. on Discrete Element Methods, CSM press.
- 10 10) Hogue, C. (1998). Shape representation and contact detection for discrete element simulations of arbitrary geometries." *Engineering Computations*, 15(3), 374-390.
- 11) Matsushima, T., Katagiri, J., Uesugi, K., Tsuchiyama, A., & Nakano, T. (2009). 3D shape characterization and image-based DEM simulation of the lunar soil simulant FJS-1. *Journal of Aerospace Engineering*, 22(1), 15-23.
- 15 12) Kanamori, H., Udagawa, S., Yoshida, T., Matsumoto, S., and Takagi, K. (1998) Properties of Lunar Soil Simulant Manufactured in Japan, *Space98*, ASCE,462-468.
- 13) Katagiri, Jun, Takashi Matsushima, and Yasuo Yamada. "Simple shear simulation of 3D irregularly-shaped particles by image-based DEM." *Granular Matter* 12.5 (2010): 491-497.
- 20 14) Pradhan, T.B.S., Tatsuoka, F., Horii, N.: Strength and deformation characteristics of sand in torsional simple shear. *Soils Found.* 28(3), 131-148 (1988)
- 25 15) 片桐 淳, 松島 亘志, 山田 恭央, DEM による試料作製方法が粒状体のせん断挙動に及ぼす影響の定量的評価, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol. 68, No. 1, 2012.
- 30 16) Matsushima, T.: Effect of irregular grain shape on quasi-static shear behavior of granular assembly. In: García-Rojo, R., Herrmann, H.J., McNamara, S. (eds.) *Powders & Grains 2005*, Taylor & Francis, vol. 2, pp. 1319-1323 (2005)
- 35 17) Matsushima, Takashi, and Ching S. Chang. "Quantitative evaluation of the effect of irregularly shaped particles in sheared granular assemblies." *Granular matter* 13.3 (2011): 269-276.
- 40 18) 前田健一, 舘井恵, 福間雅俊 (2011) 個別要素法を用いた粒子流れの構造と大粒径の浮き上がりのマイクロメカニクス, 砂防学会誌, 64(4), 3-14.
- 19) 玉置秀行, 青木尊之, 森口周二 (2007) 複雑形状の岩石を含んだ土石流シミュレーション, 第 56 回理
- 砂防学会誌, Vol. 67, No. 6, p. 73-77, 2015
論応用力学講演会, pp.195-196
- 45 20) 香月 智, 渋谷 一, 大隅 久, 國領 ひろし, 石川 信隆 (2013) 個別要素法による透過型砂防堰堤の流木混じり土石流捕捉解析, 土木学会論文集 A2 (応用力学) Vol. 69, No. 1, 16-29.
- 50 21) 松島亘志, 前田健一, 石川達也 (2007) 粒子特性の評価と工学的意義 4. 粒子形状の評価と土の力学挙動, 土と基礎, 55(6), 37-44.
- 22) 地盤工学会アカデミックロードマップ, https://www.jiban.or.jp/jgs_bbs/index.php