

粒子法を用いた広域長期間地形変動解析

地形変動解析 粒子法 長期間解析

筑波大学 国際会員 ○松島亘志

1. はじめに

これまでの地盤工学は、主に数秒から数分の短期的な土砂移動現象(斜面崩壊、土石流、液状化)の予測手法の高精度化を試みて成果を上げてきた[1]。一方で、土構造物の長期劣化、ダムの堆砂や海浜侵食などの長期土砂移動問題など、数十年ないしは数百年以上の長期予測を行うための力学解析手法については、その枠組すら構築されていないのが現状と思われる。本報告では、深さ方向に積分平均化した疑似 3 次元方程式ベースの粒子法に土砂輸送式[2]を組み込んで、流水による土砂の浸食・運搬・堆積現象を再現できる手法を開発し、大規模出水を繰り返し発生させることにより、地質学的時間スケールの地形変動を数値解析で再現できる手法の開発を目指す。

2. 解析手法の概要

深さ方向に積分した運動量保存則(Depth-integrated balance equation of linear momentum)は以下の式で表される[3]。

$$\frac{D\bar{\mathbf{v}}}{Dt} = g \frac{\partial(H_0 + h)}{\partial x} + \frac{1}{\rho h} \frac{\partial(h\bar{\sigma}^*)}{\partial x} - \frac{\tau_b}{\rho h} \quad (1)$$

ここに、 $\bar{\mathbf{v}}$ は深さ方向の平均土砂速度、 H_0 、 h は地形および水面高さ、 ρ は土砂の密度、 $\bar{\sigma}^*$ は深さ方向平均偏差応力、 τ_b は底面せん断応力、 g は重力加速度、 D は全微分を表す。本研究では、簡単のため偏差応力項は無視し、残りの項について粒子法で離散化し、時刻歴計算を行う。各計算粒子が受ける底面せん断応力は、Manning の平均流速公式に、流動限界勾配を導入した以下の式を用いる。

$$\tau_b = \left(\tau_{cr} \|\bar{\mathbf{v}}\|^m + \rho g \frac{n^2}{R_h^{1/3}} \|\bar{\mathbf{v}}\|^2 \right) \frac{\bar{\mathbf{v}}}{\|\bar{\mathbf{v}}\|} \quad \tau_{cr} = \rho g R_h i_{cr} \quad (2)(3)$$

ここに、 τ_{cr} は流動限界せん断応力、 R_h は径深（本研究では計算粒子サイズと等しいとしている）、 n は Manning の粗度係数（山地の自然河川では $n = 0.04 \sim 0.1$ 程度）、 m は、Bingham 流体的な bi-linear 型の関数を滑らかな関数に近似するためのパラメータであり、 m が小さいほど bi-linear に近づく[4]。本研究では $m = 0.01$ とする。流動限界勾配は、土砂が固体的であれば $30^\circ \sim 40^\circ$ 程度の安息角となり、土石流のように流体的であれば、実測より $5^\circ \sim 10^\circ$ 程度の値になると考えられる。一方、土砂水頭による圧力勾配 $\partial p / \partial x = -\rho g (\partial h / \partial x)$ は、本研究では計算粒子間の相互作用力の足し合わせて表現する。

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho g \frac{\partial h}{\partial x} = \rho g V_0 \sum_j \frac{12}{\pi R^4} \frac{\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i}{r} |r - R| \quad r = \|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\| \quad (4)(5)$$

ここに R は、相互作用する影響半径である。このモデルは、SPH 法において 2 次の smoothing 関数 $W(r) = 6(r - R)^2 / \pi R^4$ を用いた場合より導かれ、線形であるため計算の安定性を確保しやすい利点があるが、近傍粒子数が少ない場合の妥当性など、今後の検証が必要であると考えている。

土砂輸送モデルに関しては、流水と一体となって輸送される浮遊砂を対象としたモデルを採用する。まず、Rouse [5] に基づき、浮遊砂の卓越する流れの上部と下層部の境を表す基準深さ $z_a = 0.05h$ を考え、そこでの浮遊砂濃度 c_a と、それより上部の濃度に対して、Lane-Kalinske [6]によって与えられた平衡濃度分布を仮定する。すると、上部の平均濃度 $\bar{c}_{eq}$ は

$$\bar{c}_{eq} = c_a \left(-\frac{1}{6Z} \frac{h}{h - z_a} \right) \left[\exp \left(-6Z \left(1 - \frac{z_a}{h} \right) \right) - 1 \right] \quad (6)$$

と与えられる。ここに、 $Z = \hat{v}_0 / \kappa u^*$ は Rouse number、 $u^* = \sqrt{\tau_b / \rho_w}$ は摩擦速度、 $\hat{v}_0$ は粒子の沈降速度、 $\kappa = 0.4$ はカルマン定数である。次に基準深さの濃度 c_a に関しては、Garcia and Parker [7] によって与えられた以下の実験式を用いる。

$$c_a = \frac{\alpha Z^*}{1 + \frac{\alpha}{0.3} Z^*} \quad \alpha = 1.37 \times 10^{-7} \quad Z^* = \left(\frac{u^*}{\hat{v}_0} \right)^5 R_{ep}^3 \quad (7)(8)(9)$$

ただし、 $R_{ep} = D \sqrt{(\rho_s / \rho_w - 1) g D} / \nu$ は粒子レイノルズ数である。最後に粒子の沈降速度 $\hat{v}_0$ は、乱流領域を含む広い範囲で成立する実験近似式として Rubey [8]の式を用いる。

$$\frac{\hat{v}_0}{\sqrt{(\rho_s / \rho_w - 1) g D}} = \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36}{R_{ep}^2}} - \sqrt{\frac{36}{R_{ep}^2}} \quad (10)$$

以上の式から、土砂の粒径 D および流速 v が決まれば、浮遊砂の平均平衡濃度 $\bar{c}_{eq}$ が図 1 のように求められる。この平衡濃度と、現在の土砂濃度 $\bar{c}$ を比較して、 $\bar{c}$ が小さければ流れの下部から土砂を巻き上げ(erosion)、大きければ土砂を沈降させる(sedimentation)。ただし、このプロセスは瞬間的に起こるわけではないから、濃度差に比例した量を地形の上

下変動として与え、地形を更新しながら計算を進めている。また、上述のアルゴリズムのみでは、流水によってある場所が大きく挟まれ、その周りの傾斜がどんどん急になる場合がある。実際の地形変動においては、過度に洗掘された場所では側方の斜面が崩壊し、地形が平準化されるメカニズムが存在することが実験などでも確かめられている[9]。これを表現するために、本研究では拡散方程式を援用した平準化アルゴリズムを付加している。すなわち、ある限界斜面勾配以上の斜面が存在する場合、拡散方程式によって勾配方向に標高を平準化する。これにより、長時間の安定的な地形変動解析を行うことができる。

3. 解析例

3.1 傾斜面に水を流した場合の侵食・堆積解析

図2に示すような、500m×500mの領域の半分が勾配 30° の斜面になっている初期地形を考える。領域の分割は 5m メッシュとし、粒子法で扱う粒子サイズも 5m とした。材料物性としては、土砂粒子サイズ $D=0.1(\text{mm})$ 、土粒子と水の密度をそれぞれ $2.66(\text{g/cm}^3)$ 、 $1.0(\text{g/cm}^3)$ 、斜面崩壊の限界角度 $\theta_s=45(\text{deg.})$ 、土砂を含んだ水の流動限界勾配 $\theta_F=5(\text{deg.})$ とした。斜面高さの 80%の位置に、4 秒おきに 5m^3 の水粒子を発生させ、5.5 時間の計算を行った結果が図2(b)である。流水によって斜面が侵食され、谷が形成されており、運搬された土砂は下流の平坦地に堆積している様子がわかる。谷の最大勾配は θ_s によって制御されており、極端な急勾配にはならない。

3.2 円錐状地形にランダムに水を流した場合の侵食・堆積地形

図3(a)に示すような、勾配 30° の円錐状地形(平坦部も含めた領域サイズは $1000(\text{m})\times 1000(\text{m})$)に、ランダムに水粒子を発生させた場合の地形変動解析を行った。材料や水粒子発生頻度などの解析条件は、3.1 の解析と同様である。1 日経過後の地形を図3(b)に示す。水粒子をランダムに発生させてにもかかわらず、大きな谷が形成されていることがわかる。これは、一旦谷が形成されると、水が集水され、更に谷の侵食が進む、という局所化現象が発生することによる。同様の地形は、富士山の大沢崩れなどにも見られる。

4. おわりに

本報告では一部の解析例のみ示したが、解析条件を変えると結果としての地形も変化する。特に土砂濃度の平衡状態に至るまでの緩和時間の設定によって結果が大きく変わることもわかっており、今後はこのようなパラメータを妥当に決定する手法の検討を行う予定である。

参考文献

- [1] 山田恭央, 「地震による斜面崩壊予測とそれによる家屋・道路被害推計の統合システムの開発」, 国土交通省建設技術研究開発助成制度, 基礎・応用研究開発課題(平成 21~22 年度) 最終報告書, <http://granular.kz.tsukuba.ac.jp/200905mlit/>
[2] 関根正人, 移動床流れの水理学, 共立出版, 2005. [3] Pastor, M. et al., Application of a SPH depth-integrated models to landslide run-out analysis, Landslides, 11, 793-812, 2014. [4] ホアン ジャクエン, 松島亘志, 山田恭央, 衛星画像から得られる 2.5m メッシュ標高データを用いた土砂流動解析, 地盤工学会関東支部発表会講演概要集, pp.427-431, 2010.11. [5] Rouss, H.: Modern conceptions of the mechanics of turbulence, Trans. ASCE, 102, 463-543, 1937. [6] Lane, E.W., Kalinske, A.A., Engineering calculations of suspended sediment, Trans. AGU, 22, 307-603, 1941. [7] Garcia, M.H., Parker, G., Entrainment of bed sediment into suspensions, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 114, 4, 414-435, 1991. [8] Rubey, W. W., Settling velocities of gravel, sand and silt particles, Amer. J. Sci. Ser. 5, 25, 325-338, 1933. [9] 貝阿彌淳, 河川の侵食・堆積作用による地形変動に関する模型実験と数値解析, 筑波大学修士論文, 2011.

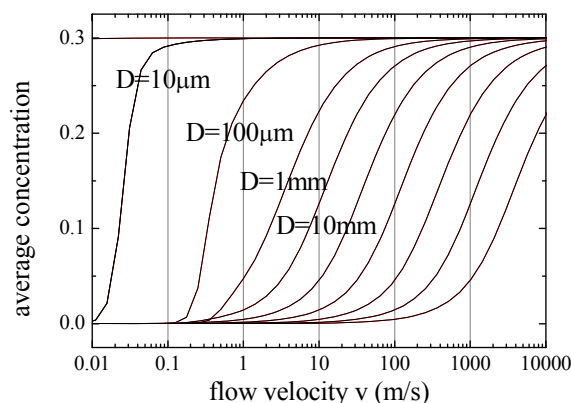


図1 浮遊砂の平均平衡濃度

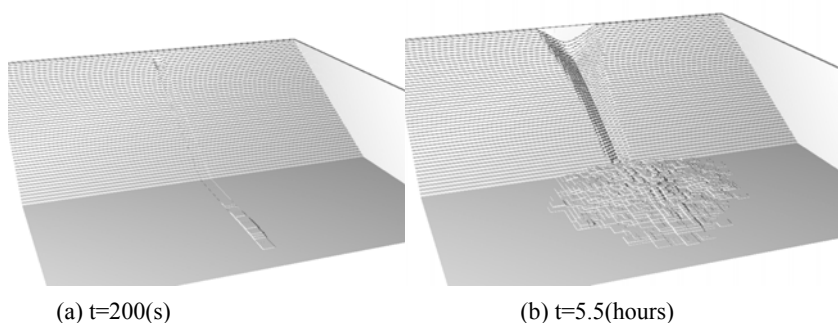


図2 傾斜面に水を流した場合の侵食・堆積解析

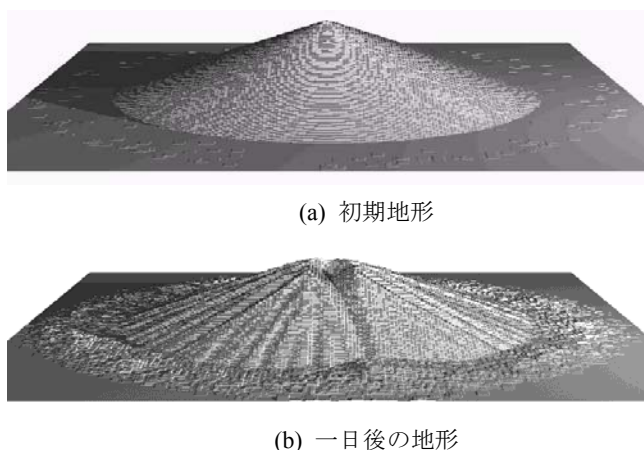


図3 円錐状地形にランダムに水を流した場合の侵食・堆積地形