

補強コンクリート部材のひび割れ幅算定式

その 1 付着構成則を bi-linear でモデル化した場合の理論解

PREDICTION METHOD OF CRACK WIDTH IN REINFORCED CONCRETE MEMBERS

Part 1 Theoretical solution by the bi-linear model of bond constitutive law

大和 伸行*, 金久保 利之**

Nobuyuki YAMATO and Toshiyuki KANAKUBO

This research leads the theoretical solution of crack width in reinforced concrete members based on the equilibrium of axial forces and compatibility conditions between concrete and reinforcement and the condition of crack occurrence. In the case of bi-linear bond stress - slippage relationship model, the theoretical solution of crack width is led as the relationship between loaded end strain of reinforcement and crack width. The pullout bond test and tensile bond test is conducted to investigate the adaptability of proposed method for deformed steel bar and AFRP reinforcement. The calculated relationship between reinforcement strain and crack width shows a good agreement with the experimental result.

Keywords : Crack width, Bond stress, Slippage, FRP, Tensile test, Pullout test

ひび割れ幅, 付着応力, すべり量, FRP, 両引き試験, 引抜き試験

1. はじめに

補強コンクリート構造物において部材に生じるひび割れ幅を制御することは、構造物の美観を保つことに加え、耐久性維持といった点において最も重要な設計課題の 1 つである。そのため、現在までに鉄筋コンクリートのひび割れ幅に関する研究は多数行われ、ひび割れ幅算定式も数多く提案されている^{1~4)}。これらのひび割れ幅算定式においては、補強コンクリート部材のひび割れ性状を支配する補強筋とコンクリートとの付着性状を、実験結果から回帰的に取り入れている算定式もあるが、付着性状を決定づける付着応力-すべり量関係（以下、付着構成則と呼ぶ）を陽に取り入れているものはない。その理由として、ひび割れ幅、ひび割れ間隔を包含する付着性状に及ぼす付着構成則の影響の評価の困難さが挙げられる。付着性状は補強筋とコンクリートの局所区間における付着構成則と付着問題に関する基礎微分方程式（以下、付着基礎式と呼ぶ）で決定される⁵⁾。しかし、一般に任意の関数形で与えられる付着構成則に対して付着基礎式を解くことは困難であり、付着構成則を完全弾塑性型等に限定し解いたとしても、得られる解は煩雑で実用的でない。

既往のひび割れ幅算定式は、試験体の荷重端と中央部（ひび割れ発生位置）における補強筋の荷重差から把握されるマクロな付着性状に着目し、影響因子（コンクリート強度、補強筋径、補強筋比、かぶり厚等）を基に、実験結果を回帰的に評価することで、ひび割れ間隔定常状態および補強筋平均ひずみを簡易な式で定めている。しかしながら、マクロな付着性状も付着構成則より導かれるもので

あるため、既往の算定式の理論展開にも限りがある。現に、ひび割れ間隔の定常状態は、補強筋の弾性係数に強く影響を受けると考えられるが、既往の算定式は補強筋が鉄筋の場合に限られた式であるため、ひび割れ間隔を算定する項に補強筋弾性係数が取り入れられていない。

本研究では、補強コンクリート部材のひび割れ幅評価に関し、一般的な形で与えられる理論算定式の構築を行うことに主眼を置き、まず最も単純なコンクリートブロック中に 1 本の補強筋が配された両引き試験を対象に、理論的かつ簡易な形のひび割れ幅算定式の構築を試みる。既往のひび割れ幅算定式や実設計での評価の簡易さを考慮すると、求める関係は補強筋ひずみとひび割れ幅関係で十分であり、付着基礎式を完全に解く必要はない。局所区間のコンクリートと補強筋において成立する力の釣合い、変形の適合条件、およびひび割れが発生する条件式から、両者の関係を理論的に導くことが可能である。さらに本研究では、理論解の妥当性を確認するため、引抜き試験および両引き試験を行い、ひび割れ幅に関する実験値と理論解との適合性を検討する。

2. 荷重端補強筋ひずみに関するひび割れ幅の理論解

2.1 荷重端補強筋ひずみ-荷重端すべり量関係

コンクリートと補強筋の局所間で成立する力の釣合い、変形の適合条件、およびひび割れ発生条件式から、荷重端補強筋ひずみ-荷重端すべり量関係を導く。

* 筑波大学大学院システム情報工学研究科 大学院生

Graduate Student, Graduate School of Systems & Information Engineering, University of Tsukuba

** 筑波大学大学院システム情報工学研究科
准教授・博士(工学)

Assoc. Prof., Graduate School of Systems & Information Engineering, University of Tsukuba, Dr. Eng.

(1) 式は、補強コンクリートの微小区間 dx において補強筋に作用する力の釣合いより導かれる（局所付着応力の定義）。(1) 式の左辺を補強筋ひずみに関する式に変換すると (2) 式となる。なお、補強筋は弾性範囲内で挙動するものとする。

$$\frac{dP_{bx}}{dx} = \tau_{bx} \cdot \phi_b \quad (1)$$

$$\frac{d\varepsilon_{bx}}{dx} = \frac{\phi_b}{E_b A_b} \cdot \tau_{bx} \quad (2)$$

ここで、

- P_{bx} : 補強筋荷重
- τ_{bx} : 付着応力
- ϕ_b : 補強筋の周長
- ε_{bx} : 補強筋ひずみ
- E_b : 補強筋弾性係数
- A_b : 補強筋断面積

また、微小区間における補強筋のすべり量増分 ds_x は、その区間におけるコンクリートと補強筋の変形量の差に等しいことから (3) 式が導かれる。

$$\frac{ds_x}{dx} = \varepsilon_{bx} - \varepsilon_{cx} \quad (3)$$

ここで、

- s_x : 補強筋のコンクリートに対する相対すべり
- ε_{cx} : コンクリートひずみ

ここで、図 1 に示す補強コンクリート部材の両引き加力試験体を考える。ひび割れ間のコンクリートおよび補強筋荷重の釣合いより (4) 式が成立する。(4) 式を補強筋ひずみおよびコンクリートひずみで表し、(3) 式に代入すると、(5) 式が導かれる。

$$P_{bx} + P_{cx} = P_{bl} \quad (4)$$

$$\frac{ds_x}{dx} = (1+np) \cdot \varepsilon_{bx} - np \cdot \varepsilon_{bl} \quad (5)$$

ここで、

- P_{bl} : 荷重端補強筋荷重
- n : 弾性係数比 ($= E_b/E_c$)
- p : 補強筋比 ($= A_b/A_c$)
- E_c : コンクリート弾性係数
- A_c : コンクリート断面積
- ε_{bl} : 荷重端補強筋ひずみ

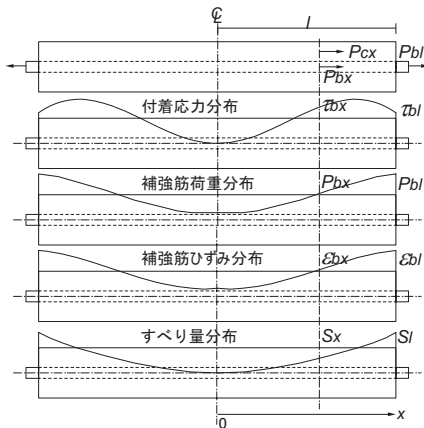


図 1 両引き試験における各分布図

(2) 式および (5) 式から、(6) 式が導かれる。

$$\frac{d\varepsilon_{bx}}{ds_x} = \frac{\phi_b}{E_b A_b} \cdot \frac{\tau_{bx}}{(1+np) \cdot \varepsilon_{bx} - np \cdot \varepsilon_{bl}} \quad (6)$$

(6) 式を両引き加力試験体の試験体中央部から荷重端まで積分し、

(7) 式を得る。

$$\int_{\varepsilon_{bo}}^{\varepsilon_{bl}} \{(1+np) \cdot \varepsilon_{bx} - np \cdot \varepsilon_{bl}\} d\varepsilon_{bx} = \int_{s_o}^{s_l} \frac{\phi_b}{E_b A_b} \cdot \tau_{bx} ds_x \quad (7)$$

ここで、

- ε_{bo} : 中央部補強筋ひずみ
- s_l : 荷重端すべり量
- s_o : 中央部すべり量 (通常 $s_o = 0$)

(7) 式の積分を解くと、(8) 式が導かれる。

$$\frac{1+np}{2} (\varepsilon_{bl}^2 - \varepsilon_{bo}^2) - np \varepsilon_{bl} (\varepsilon_{bl} - \varepsilon_{bo}) = \frac{\phi_b}{E_b A_b} \int_{s_o}^{s_l} \tau_{bx} ds_x \quad (8)$$

一方、両引き加力試験において、試験体中央部で新たなひび割れが発生する条件は、付着力によりコンクリート部分に伝達される引張力がコンクリートの引張強度と等しくなったときであるので、(9) 式で示される。

$$\sigma_{ct} A_c = \phi_b \cdot \int_0^l \tau_{bx} dx \quad (9)$$

ここで、

- σ_{ct} : コンクリート引張強度
- l : 中央部から荷重端までの長さ (付着長)

(2) 式を (9) 式の右辺に代入すると、(10) 式が導かれる。

$$\sigma_{ct} A_c = E_b A_b \int_0^l \frac{d\varepsilon_{bx}}{dx} dx = E_b A_b \int_{\varepsilon_{bo}}^{\varepsilon_{bl}} d\varepsilon_{bx} \quad (10)$$

(10) 式は (11) 式となる。

$$\sigma_{ct} A_c = E_b A_b \cdot (\varepsilon_{bl} - \varepsilon_{bo}) \quad (11)$$

ひび割れ発生条件である (11) 式を (8) 式に代入し、 ε_{bl} に関して解くと、(12) 式が得られる。

$$\varepsilon_{bl} = \frac{\phi_b}{\sigma_{ct} A_c} \int_{s_o}^{s_l} \tau_{bx} ds_x + \left(\frac{1+np}{2} \right) \frac{\sigma_{ct} A_c}{E_b A_b} \quad (12)$$

(12) 式の右辺の τ_{bx} の s_x に関する積分は、荷重端の補強筋すべり量の関数となる。すなわち、荷重端補強筋すべり量がひび割れ幅の 1/2 であると考え、(12) 式は、荷重端補強筋ひずみーひび割れ幅関係を与える式である。(12) 式は、中央部から荷重端までの長さ (付着長) を陽に含まない。すなわち、試験体中央部に新たなひび割れが発生する際の荷重端補強筋ひずみと荷重端すべり量の関係は、試験体長 (ひび割れ間隔) に依らない。既存の多くのひび割れ幅算定式が、定常状態のひび割れ間隔におけるひび割れ幅を算定するものであるのに対して、(12) 式はどのようなひび割れ状態 (ひび割れ間隔、ひび割れ本数) でも成立する。また、(12) 式はコンクリートにひび割れが発生するときの関係式であるので、本来、補強筋ひずみとすべり量に対して連続的な関係を与えるものではない。あるひび割れ間隔においてコンクリートが負担する最大の引張荷重状態の時点の関係であり、着目したひび割れ間隔におけるすべり量の最大値を与える式と見ることができる。

(12) 式を完全な補強筋ひずみーひび割れ幅関係式として表現するためには、付着構成則を関数形で与え、 τ_{bx} の s_x に関する積分を解く必要がある。

2.2 局所付着構成則のモデル化

補強コンクリート部材における付着構成則には、様々な関数形が提案されてきている。本研究では、(12) 式を理論的に解き、かつ、ひび割れ幅（荷重端補強筋すべり量）を補強筋ひずみの関数で表現することを目標として、bi-linear モデルを用いる。図 2 に、本報における付着構成則のモデルを示す。図 2 に示される bi-linear モデルは、(13) 式により与えられる。

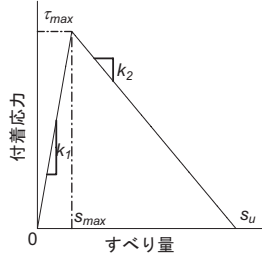


図 2 bi-linear モデル

$$\begin{aligned}\tau_{bx} &= k_1 \cdot s_x \quad (s_x < s_{\max}) \\ \tau_{bx} &= k_2 \cdot (s_x - s_{\max}) + \tau_{\max} \quad (s_x > s_{\max}) \\ k_1 &= \frac{\tau_{\max}}{s_{\max}}, \quad k_2 = \frac{\tau_{\max}}{s_{\max} - s_u} \\ s_u &= s_{\max} + \frac{2}{\tau_{\max}} \cdot \left(G_f - \frac{\tau_{\max} \cdot s_{\max}}{2} \right)\end{aligned} \quad (13)$$

ここで、

- $\tau_{\max}$: 最大付着応力
- $s_{\max}$: 最大付着応力時のすべり量
- k_1 : 初期勾配（最大付着応力まで）
- k_2 : 軟化勾配（最大付着応力以降）
- s_u : 終局すべり量
- G_f : 付着破壊エネルギー（ τ - s の囲う面積）

両引き加力試験の場合、中央部すべり量を $s_o = 0$ とすると、(12) 式における積分は、(14) 式、(15) 式で与えられる。

$$s_l \leq s_{\max} \text{ のとき} \quad \int_0^{s_l} \tau_{bx} ds_x = \int_0^{s_l} k_1 \cdot s_x ds_x \quad (14)$$

$$s_l > s_{\max} \text{ のとき} \quad \int_0^{s_l} \tau_{bx} ds_x = \frac{\tau_{\max} \cdot s_{\max}}{2} + \int_{s_{\max}}^{s_l} \{k_2(s_x - s_{\max}) + \tau_{\max}\} ds_x \quad (15)$$

(14) 式の積分を解くと (16) 式、(15) 式の積分を解くと (17) 式を得る。

$$\int_0^{s_l} \tau_{bx} ds_x = \frac{1}{2} k_1 \cdot s_l^2 \quad (16)$$

$$\int_0^{s_l} \tau_{bx} ds_x = \frac{1}{2} k_2 \cdot s_l^2 - k_2 \cdot s_u \cdot s_l + \frac{1}{2} k_2 \cdot s_u \cdot s_{\max} \quad (17)$$

(16) 式、(17) 式を (12) 式に代入することで、最終的に荷重端補強筋ひずみ－ひび割れ幅関係式が導かれる。

2.3 ひび割れ幅の理論解（ひび割れ幅算定式）

$s_l \leq s_{\max}$ のとき、(16) 式を (12) 式に代入し (18) 式を得る。

$$\varepsilon_{bl} = \frac{\phi_b}{\sigma_{ct} A_c} \left(\frac{1}{2} k_1 \cdot s_l^2 \right) + \left(\frac{1 + np}{2} \right) \frac{\sigma_{ct} A_c}{E_b A_b} \quad (18)$$

(18) 式を s_l に関して解き、ひび割れ幅 w_{cr} を $w_{cr} = 2 \cdot s_l$ とすると、

(19) 式が導かれる。

$$w_{cr} = 2 \cdot s_l = 2 \cdot \sqrt{\frac{2\sigma_{ct} A_c}{k_1 \phi_b} \left(\varepsilon_{bl} - \frac{1 + np}{2} \cdot \frac{\sigma_{ct} A_c}{E_b A_b} \right)} \quad (w_{cr} \leq 2 \cdot s_{\max}) \quad (19)$$

$s_l > s_{\max}$ のとき、(17) 式を (12) 式に代入し s_l に関して解き、ひび割れ幅 w_{cr} を $w_{cr} = 2 \cdot s_l$ とすると、(20) 式を得る。

$$w_{cr} = 2 \cdot s_l = 2 \cdot \left\{ s_u - \sqrt{s_u^2 - s_{\max} \cdot s_u - \frac{2\sigma_{ct} A_c}{k_2 \phi_b} \left(\varepsilon_{bl} - \frac{1 + np}{2} \cdot \frac{\sigma_{ct} A_c}{E_b A_b} \right)} \right\} \quad (w_{cr} > 2 \cdot s_{\max}) \quad (20)$$

(19) 式および (20) 式が、付着構成則を bi-linear でモデル化した場合の補強筋ひずみ－ひび割れ幅関係に関する理論解である。

3. 理論解と実験結果の適合性

提案するひび割れ幅算定式は、実験より得られる局所付着性状をモデル化し、構成則として用いることを基点としている。適合性検討のための実験では、異形鉄筋に加え 2 種類のアラミド繊維補強筋（以下、AFRP 補強筋）を用い、引抜き試験により局所の付着性状を把握し、その後、同一の補強筋を用いた両引き試験によりひび割れ幅の実験結果を得た。これらのデータを用い、補強筋ひずみ－ひび割れ幅に関する理論解の適合性を検討する。

3.1 引抜き試験

(1) 実験概要

図 3 に試験体形状の一例を示す。試験体形状は、補強筋間による相違はないが、コンクリート断面および試験区間がそれぞれ異なる。試験体は断面が 80×80mm、100×100mm、120×120mm、高さが 100mm の 3 種類の直方体コンクリートブロックで、その中心に AFRP 補強筋（TE：共重合系パラ系アラミド繊維、TO：単独重合系パラ系アラミド繊維を母材に使用、表面形状を形成する表皮材は TE、TO ともに共重合系パラ系アラミド繊維を共通して用いている。）または異形鉄筋 D10 を配置した。なお、AFRP 補強筋には $\phi 6.0$ 、 $\phi 7.4$ 、 $\phi 13$ を用いた。TE、TO は表面形状が同一の螺旋タイプ、TE-F13 のみ表面形状が二重螺旋タイプのものを使用した。各補強筋の表面形状を写真 1 に示す。補強筋の端部には試験機のチャックで補強筋を

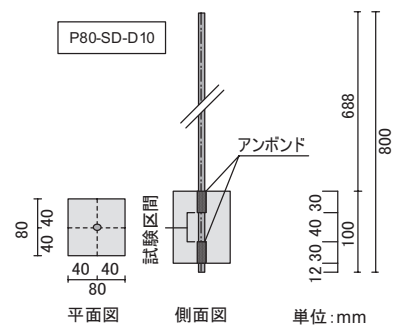


図 3 試験体形状

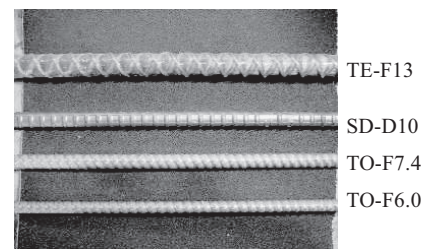


写真 1 補強筋形状

つかめるようにカプラーを取り付けた。また、ブロック両端部においてアンボンド処理を施し、付着長を補強筋径の4倍とした。変動因子はコンクリート断面(80×80mm、100×100mm、120×120mm)、補強筋の種類(TE、TO、異形鉄筋)、公称径(6.0mm、7.4mm、13mm、D10)である。なお、TEの $\phi 13$ と異形鉄筋D10を用いた試験体は、同一因子の試験体3体の加力を行った。

載荷方法を図4に示す。80×80mm、100×100mm、120×120mm試験体に対し、それぞれ直径40mm、50mm、60mmの孔を設けた加力板を用い、試験機のチャックでカプラーをつかみ単調に引抜き加力を行った。なお、コンクリートの横方向への変位を拘束しないよう、試験体と加力板の間にテフロンシートを配置した。計測項目は引張荷重および自由端での補強筋すべり量である。

また、土木学会規準連続繊維補強材の引張試験方法(JSCE-E531:1999)により得たAFRP補強筋の力学的特性を表1に、JIS金属材料引張試験片(JIS Z 2201:1998)を用い、JIS金属材料引張試験方法(JIS Z 2241:1998)により得た鉄筋の引張試験結果を表2に、JISコンクリート圧縮強度試験方法(JIS A 1108:2006)および割裂引張強度試験方法(JIS A 1113:2006)により得たコンクリートの力学的特性を表3に示す。なお、コンクリートは普通ポルトランドセメントを用い、水セメント比67.5%、細骨材率50.5%、粗骨材の最大寸法20mmである。養生条件は気中養生とし、実験時の試験体材齢は74日である。試験体打設方向は補強筋軸方向に対して垂直である。

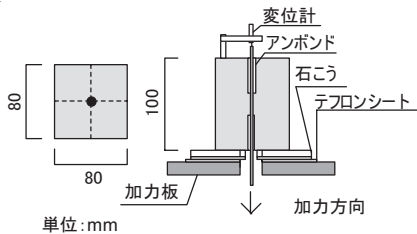


図4 載荷方法

表1 AFRP補強筋の力学的特性

種類		径 (mm)	有効断面積 (mm ²)	弾性係数 (GPa)	引張強度 (MPa)
TE	$\phi 6.0$	6.43	28.3	53.0	2033
	$\phi 7.4$	7.88	42.4		
	$\phi 13$	13.1	133		
TO	$\phi 6.0$	6.43	28.3	90.0	1967
	$\phi 7.4$	7.88	42.4		

表2 鉄筋の引張試験結果

引張強度 (MPa)	降伏強度 (MPa)	弾性係数 (GPa)
931	752	197

表3 コンクリートの力学的特性

圧縮強度 (MPa)	1/3割線係数 (GPa)	割裂引張強度 (MPa)
28.6	26.8	2.44

(2) 実験結果

実験結果を表4に、付着応力ー荷重端すべり量関係を図5に、試験体名称の凡例を図6に示す。なお、荷重端すべり量はコンクリートの変形を無視し、試験区間の付着応力が一様であるとして補強筋の伸びを求め、自由端すべり量に加算することにより求めた。表4の付着破壊エネルギー(以下、 G_f)は、図5に示される付着応力をすべり量に関して8mmまで区分求積することで得た。また、終局すべり量は G_f を(13)式に代入することで算出した。最大付着応力は11.47~22.36N/mm²であり、すべての断面において異形鉄筋D10が大きな値を示した。AFRP補強筋を用いた試験体に関しては、補強筋径、表面形状の最大付着応力に対する明確な影響は見られなかった。コンクリート断面の影響に関しては、TE($\phi 13$)の試験体で割裂する場合としない場合で付着応力の最大値に差異が出たが、その他の試験体では見られなかった。TE($\phi 6$ 、 $\phi 7.4$)、TO($\phi 6$ 、 $\phi 7.4$)を用いた試験体は、最大付着応力以降のすべり量が2mm以上の範囲で再度付着応力が増加する現象が見られるが、これはコンクリートと補強筋の節が再度噛み合ったためであると考えられる。各コンクリート断面における $\phi 6$ 試験体のTEとTOを比較すると、TOが最大付着応力以降の付着応力低下域がなだらかな曲線であるのに対して、TEは急激な付着応力降下が起こる箇所が複数見られる。これはTEの表皮材が補強筋から削り取られる際に、母材繊維部分との剥離が急激に生じるためであると考えられる。

実験結果と図2に示されるモデルの適合性の例を図7に示す。モデルは、実験結果を概ね評価しており、特にひび割れ幅算定の際に重要となる最大付着応力点近傍までの挙動は十分把握できると思われる。

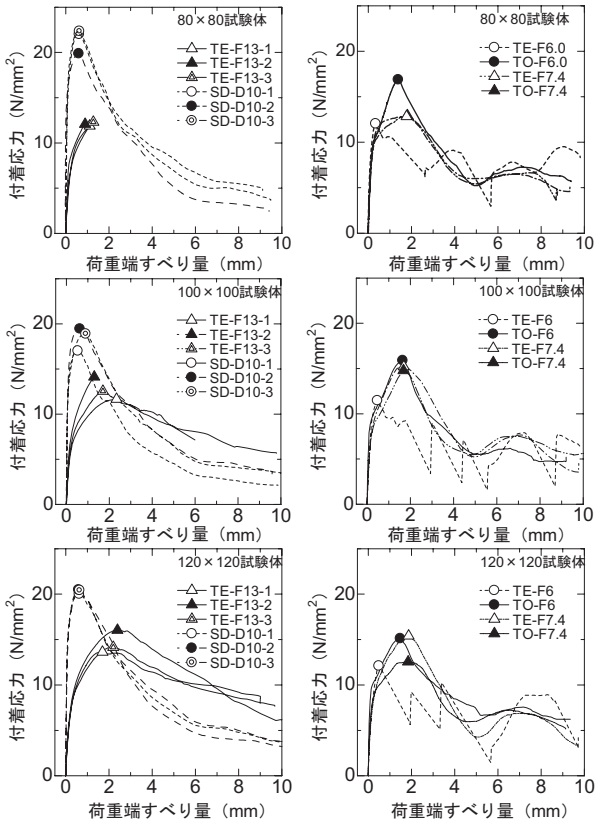


図5 付着応力ーすべり量関係

表 4 引抜き試験結果一覧

試験体 No.	試験体名称	最大荷重時		終局すべり量 s_u (mm)	付着破壊エネルギー G_f (N/mm)
		付着応力 τ_{max} (N/mm ²)	荷重端すべり量 s_{max} (mm)		
1	P-80TE-F6	12.05	0.341	14.02	84.5
2	P-80TO-F6	16.89	1.389	10.48	88.5
3	P-80TE-F7.4	12.83	1.773	12.46	79.9
4	P-80TO-F7.4	12.93	1.812	11.69	75.6
5	P-80TE-F13-1	11.88	1.109	15.76*	—
6	P-80TE-F13-2	12.08	0.897	15.50*	—
7	P-80TE-F13-3	12.30	1.279	15.22*	—
8	P-80SD-D10-1	22.02	0.620	7.75	85.3
9	P-80SD-D10-2	19.88	0.604	7.32	72.8
10	P-80SD-D10-3	22.36	0.630	8.09	90.5
11	P-100TE-F6	11.47	0.477	11.84	67.9
12	P-100TO-F6	15.90	1.647	10.05	79.9
13	P-100TE-F7.4	15.20	1.696	11.58	88.0
14	P-100TO-F7.4	14.78	1.683	11.71	86.5
15	P-100TE-F13-1	11.65	2.336	14.21	82.8
16	P-100TE-F13-2	14.12	1.298	13.26*	—
17	P-100TE-F13-3	12.54	1.702	14.53	91.1
18	P-100SD-D10-1	17.01	0.534	7.08	60.2
19	P-100SD-D10-2	19.46	0.628	8.26	80.4
20	P-100SD-D10-3	18.90	0.902	8.41	79.5
21	P-120TE-F6	12.11	0.488	12.16	73.6
22	P-120TO-F6	15.12	1.481	11.92	90.1
23	P-120TE-F7.4	15.40	1.867	11.03	84.9
24	P-120TO-F7.4	12.55	1.846	12.76	80.1
25	P-120TE-F13-1	13.62	1.702	14.82	100.9
26	P-120TE-F13-2	16.04	2.392	14.26	114.4
27	P-120TE-F13-3	14.15	2.198	13.99	99.0
28	P-120SD-D10-1	20.02	0.625	8.52	85.3
29	P-120SD-D10-2	20.48	0.589	7.99	81.8
30	P-120SD-D10-3	20.43	0.638	8.74	89.3

*付着割裂で破壊したため、割裂破壊していない他の TE-F13 ($\phi 13$) 試験体の付着破壊エネルギーの平均値を用いて算出

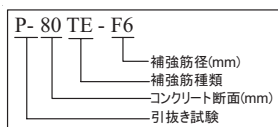


図 6 試験体名称の凡例

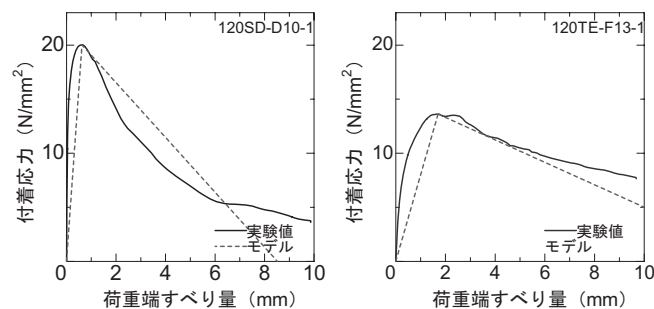


図 7 付着構成則の実験結果のモデル化

3.2 両引き試験

(1) 実験概要

図 8 に試験体形状の一例および変位計取付け状況を示す。試験体

形状は、断面の大きさが 80×80mm、100×100mm、120×120mm、長さが 1680mm の 3 種類の直方体コンクリートブロックの中心に AFRP 補強筋 (TE、TO の 2 種類) または異形鉄筋 D10 を配置した。AFRP 補強筋は $\phi 6.0$ 、 $\phi 7.4$ 、 $\phi 13$ を用いた。引抜き試験同様、補強筋の両端部を試験機のチャックでつかめるように補強筋にカプラーを取り付けた。なお、試験体の打設方向は補強筋軸方向に対して平行にし、使用材料については引抜き試験と同様のものを使用した。

変動因子は引抜き試験同様、コンクリート断面積 (80×80mm、100×100mm、120×120 mm)、補強材の種類 (TE、TO、異形鉄筋)、公称径 (6.0mm、7.4mm、13mm、D10) である。

載荷方法は、試験体両端のカプラーをチャックでつかみ単調引張加力を行った。計測項目は試験体の表裏に取り付けたパイ型変位計によるひび割れ幅と両端カプラーに取り付けた変位計による全体変形とした。

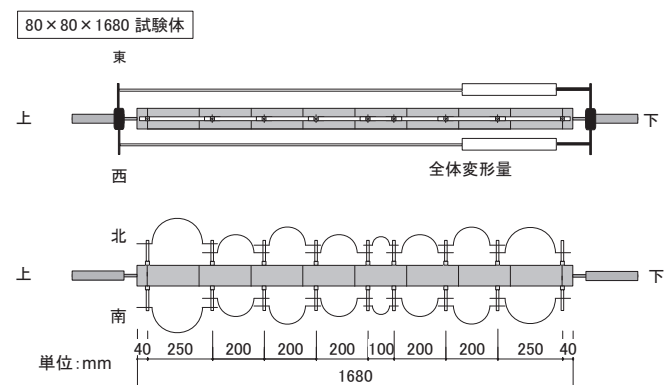


図 8 試験体形状および変位計取付け状況

(2) 実験結果

一例として、補強筋に SD-D10 と TE-F13 を用いた試験体の最終ひび割れ状況を図 9 に示す。補強筋比が小さいほど最終的なひび割れ本数が少ない。SD-D10 と TE-F13 を用いた試験体の引張荷重－全体変形量関係を図 10 に示す。図中の二点鎖線は、補強筋単体の場合の引張荷重－全体変形量関係を示している。SD-D10 では、引張荷重が 53kN で降伏が開始している。すべての試験体において Tension Stiffening 効果が見られ、補強筋比が小さいほどその効果大きい。

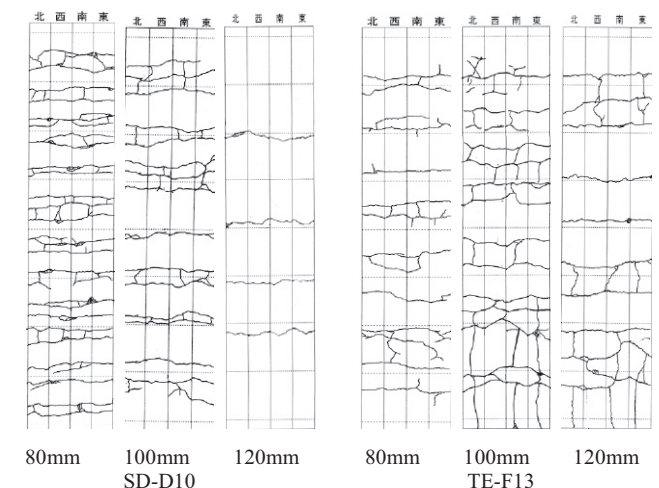


図 9 最終ひび割れ状況

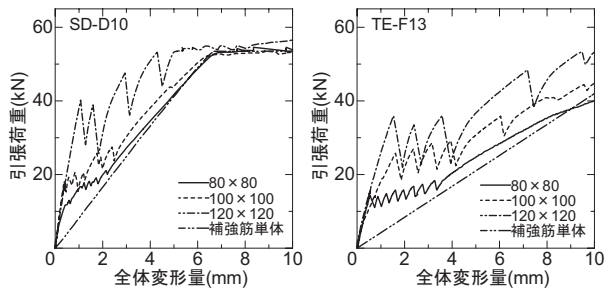


図 10 引張荷重－全体変形量関係

3.3 理論解と実験結果の適合性

荷重端補強筋ひずみとひび割れ幅の関係を図 11 に、試験体名称の凡例を図 12 に示す。ひび割れ幅の実験値は、図 7 に示す変位計取り付け位置で得られたデータのうち、各試験体で典型的な挙動を示した区間の実験値を示した。なお、図 11 に示される実験値は各区間に生じた 1 本のひび割れ幅を計測したものであり、載荷中に同一区間に 2 本目のひび割れが生じた場合は、それ以降のデータは扱わないことにした。また、図中の実験値はひび割れ幅の増加に対し補強筋ひずみが直線状に減少する箇所が複数見られるが、これは試験体の他の区間でひび割れが生じた際の影響である。なお、同図中には、本報で示した理論解とともに、日本建築学会プレストレスト鉄筋コンクリート構造設計・施工指針（以下、PRC 指針式と略記）と土木学会コンクリート標準示方書（以下、JSCE 指針式と略記）で提案されているひび割れ幅算定式を同時にプロットした。両指針式は、付

録として掲載した。

ひび割れ幅の理論解を求めるにあたり (19) 式および (20) 式において用いた各パラメータの値は、以下のように決定した。付着剛性 (k_1 , k_2) は表 4 に示す引抜き試験体の値 ($\tau_{\max}$, $s_{\max}$, s_u) を用い、(13) 式により決定した。なお引抜き試験を 3 体行った試験体に関しては、3 体の試験結果の平均値を用いた。コンクリート引張強度 σ_{ci} の値は、表 3 の割裂引張強度の値 (2.44MPa) を用いた。コンクリート断面、補強筋径、補強筋断面の値は、図 11 に示される試験体名称に対応する値を用いた。

両指針式は、ひび割れ間隔定常状態を算定し、そのひび割れ間隔に対する荷重端補強筋ひずみ－ひび割れ幅関係を求めるものである。なお、PRC 指針式における付着の影響等を反映する係数 k は、補強筋に異形鉄筋を用いた場合はり材に適用される値 ($k=0.1$) を、JSCE 指針式における付着性状の影響を表す係数 k_1 は、異形鉄筋の場合の値 ($k_1=1$) を AFRP 補強筋の場合にも適用している。

理論解と実験値の適合性は、補強筋の種類、補強筋比に依らず良い。2.1 節で述べたように、本理論解は補強筋ひずみとひび割れ幅に対して連続的な関係を与えるものではなく、着目したひび割れ間

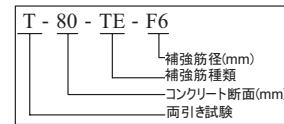


図 12 試験体名称凡例

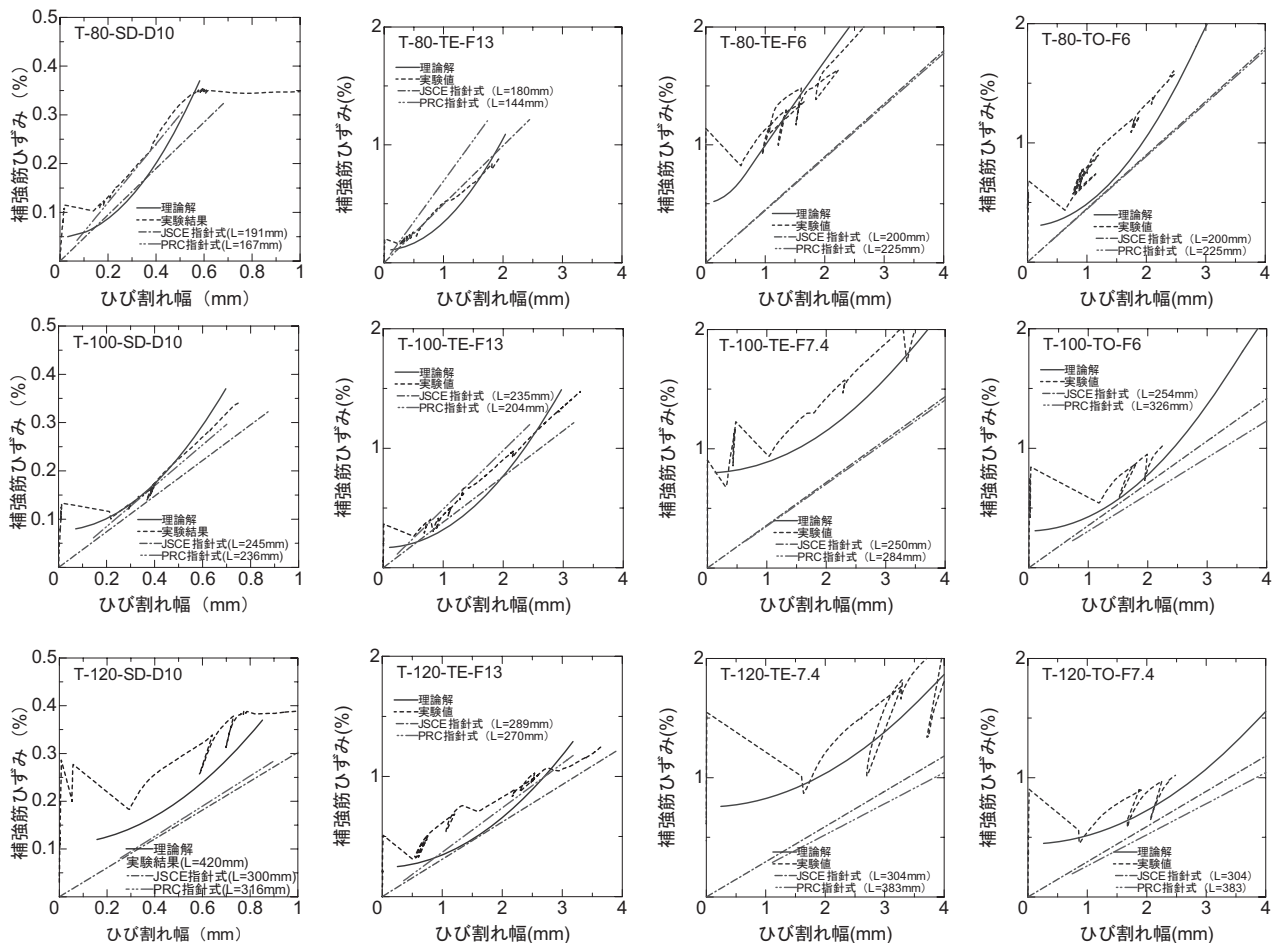


図 11 荷重端補強筋ひずみ－ひび割れ幅関係

隔におけるひび割れ幅の最大値を与える式であるので、理論解は実験値をひび割れ幅に対して包含する形となっている。

JSCE 指針式および PRC 指針式に関して、補強筋が異形鉄筋の場合は実験結果との適合性が良いが、弾性係数の小さい AFRP 補強筋（特に細径の TE）を用いた試験体の実験結果とは適合性が良くない。この原因としては、補強筋の付着性状を適確に反映させる因子がないこととともに、弾性係数および付着性状が異なれば最終的なひび割れ間隔も異なるが、両指針式にはひび割れ間隔の算定に両因子の影響を評価する項がないことにあると考えられる。

4. まとめ

本研究では、荷重端補強筋ひずみーひび割れ幅関係を、補強コンクリート部材の微小区間で成立する力の釣合い、変形の適合条件、およびひび割れ発生条件から簡易な形で導き、ひび割れ幅に関する理論解を得た。さらに付着構成則を **bi-linear** モデルで与え、荷重端補強筋ひずみからひび割れ幅を算出する理論解を導いた。

異形鉄筋および AFRP 補強筋について引抜き試験および両引き試験を行い、引抜き試験より得られた付着応力ーすべり量関係に基づき理論解を求め、両引き試験より得られたひび割れ幅実験結果と比較した結果、良好な適合性を示した。

次報その 2 では、コンクリート強度等の諸要因により付着構成則を表現し、さらに簡易な形でひび割れ幅算定式を提案する予定である。

謝辞

本研究の遂行にあたっては、前田工織株式会社中井裕司氏のご協力を得た。また、実験の実施にあたっては、筑波大学卒研生中山裕司氏の協力を得た。

付録

ひび割れ幅算定に関する、日本建築学会プレストレスト鉄筋コンクリート構造設計・施工指針式（PRC 指針式）と土木学会コンクリート標準示方書算定式（JSCE 指針式）を以下に示す。なお、パラメータの表記は、一部本研究で用いた表記に合わせている。

【PRC 指針式】

$$w_{cr} = l_{\min} \times \varepsilon_{bave}$$

$$l_{\min} = 2(c + s/10) + k\phi/p_e$$

$$\varepsilon_{bave} = \frac{(2 \times 10^3 \varepsilon_{bl} - 0.8) + \sqrt{(2 \times 10^3 \varepsilon_{bl} - 0.8)^2 - 8 \times 10^3 (\sigma_{ct}/E_b p_e - 0.8 \varepsilon_{bl})}}{4 \times 10^3}$$

ここで、

c	: コンクリートのかぶり厚さ
s	: 補強筋の中心間隔
k	: 0.1（はり材の場合）
ϕ	: 補強筋径
p_e	: 補強筋比
ε_{bl}	: 荷重端補強筋ひずみ
σ_{ct}	: コンクリートの引張強度

【JSCE 指針式】

$$w_{cr} = 1.1 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot (4c + 0.7(c_s - \phi)) \times (\varepsilon_{bl} + \varepsilon'_{csd})$$

ここで、

k_1	: 1（異形鉄筋の場合）
k_2	: 1.01（コンクリート圧縮強度 28.6MPa の場合）
k_3	: 1（一段配筋の試験体の場合）
c	: コンクリートのかぶり厚さ
c_s	: 補強筋の中心間隔
ϕ	: 補強筋径
ε_{bl}	: 荷重端補強筋ひずみ
ε'_{csd}	: 150×10^{-6} （コンクリートの収縮等の影響を表す数値）

参考文献

- 1) 日本建築学会編：プレストレスト鉄筋コンクリート（Ⅲ種 PC）構造設計・施工指針・同解説，日本建築学会，1986
- 2) 土木学会コンクリート委員会編：コンクリート標準示方書・構造性能照査編，土木学会，2002
- 3) 角田与史雄：鉄筋コンクリートの最大ひび割れ幅，コンクリートジャーナル，Vol.8，No.9，pp.1～10，1970.9.
- 4) 鈴木計夫，大野義照：プレストレスト鉄筋コンクリートはりの曲げひび割れ幅に関する研究 - その 1 初期ひび割れ幅について -，日本建築学会論文報告集，第 303 号，pp.9～19，1981.5
- 5) 六車熙，森田司郎，富田幸次郎：鋼とコンクリートの付着に関する基礎的研究（Ⅰ 付着応力分布について）－（Ⅰ），日本建築学会論文報告集，第 131 号，pp.1～8，1967.1

（2008 年 9 月 30 日原稿受理，2009 年 3 月 12 日採用決定）