## 有限要素によるリンク機構のモデル化 (その2, 3次元運動をする開リンク機構への適用) Finite Element Modeling of Link Mechanisms (Part 2, Application to Open-Loop Link Mechanisms in 3-D Motion)

○ 今泉 大作(筑波大院) 正 磯部 大吾郎(筑波大)

Finite Element Method (FEM) is a kind of parallel calculation scheme, which subdivide a continuum system by discrete minute elements, and takes out a solution by calculating global equation constituted by elemental information. By applying FEM to the calculation of inverse dynamics of link mechanisms, it may become easier to use, compared to other conventional schemes using dynamic equations where link variables depend upon each other. The purpose of this report is to extend the scheme using FEM from a 2-D motional version, by which the validity was checked in the previous report, to a 3-D motional version. Some simulation tests are carried out using the scheme and the validity is verified. *Keywords* : Link Mechanisms, Finite Element Method, 3-D Motion, Inverse Dynamics

### 1. はじめに

連続体力学に基づく数値解析手法として広く利用される 有限要素法(FEM)は、系全体を微小要素に離散化し、そ れぞれの情報を全体方程式にまとめて解を求めるという手 法である.ゆえに、リンク機構問題においてリンク系を並列的 に扱うことが可能となり、系の変化に対してソフトウェア自体 に手を加えることなく、入力データを変更するだけで柔軟か つ容易に対処可能となる.このため、FEMを逆動力学計算 に適用した場合、開リンク機構以外にも様々な形態のリンク 機構に対して適用できる統一的な計算手法になる可能性が ある.

本報告では、骨組構造解析でその有効性が立証されて いる Shifted Integration 法(SI法)を用いてリンク機構をモ デル化し、2次元運動をする開リンク機構に対して有効性が 確認されているFEMによる手法[1]を、3次元運動をする開 リンク機構の逆動力学計算アルゴリズムに拡張した.さらに、 実際に3次元運動問題の計算例を取り上げ、従来のものと比 較することによりその有効性を検証した.

#### 2. SI法によるリンク機構のモデル化

本研究では、骨組構造の有限要素解析で実績のあるSI法 を用いてリンク機構をモデル化する.この手法は塑性ヒンジが 発生する位置が明確であれば、それに伴いあらかじめ数値積







分点をシフトしておくという手法である. リンク機構のモデル化 に際し、図1のように重心位置に節点を配してリンクを2つの線 形チモシェンコはり要素で分割し、重心位置の節点に数値積 分点をシフトすることによりリンクの両端を関節として表現した. さらに、ばね剛性値を正規化した値を 0 とすることによってそ の関節をピン状態として表現した.

#### 3. リンク機構の関節トルク算出

図2(a)にnリンク機構において i 番目のリンクが必要とする 関節トルク, (b)にそれを i 番目のリンクにかかる節点力によっ て表した図を示す. i 番目のリンクには3軸回りそれぞれの関 節トルクが必要となるが,これらはi番目のリンクの重心に働く 並進力に起因する回転モーメント,リンクの先端に働く並進力, つまり i+1~n番目までのリンクに働く並進力の和に起因する 回転モーメント,および重心回りに作用する慣性モーメント,さ らにこれらの和に i+1番目のリンクの関節トルクを加算したもの となる. i番目のリンクにおけるx軸回りの関節トルクを節点力に よって表すと

$$\tau_{ix} = l_{iC} F_{iy} + l_i \left( \sum_{j=i+1}^n F_j \right)_y + F_{i\phi x} + \tau_{(i+1)x}$$
(1)

となる.ここで、 $l_{ic}$ は関節から重心までの距離、 $l_i$ はリン クの長さ、関節トルクおよび節点力の右下の添字x、yは 要素座標系の各軸方向成分であることを示す.なお、大 文字の添字は全体座標系の各軸方向成分を示す.

同様にy軸回りおよびz軸回りの関節トルクを記述し, i=1, ・・・, nについてマトリックス形式に直して全体座標 系で整理すると,

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\mathcal{I}}^{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mathcal{L}}^{n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mathcal{I}}^{n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mathcal{P}}^{n} \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \end{array}$$

$$(2)$$

と表現できる.ここで, {r"}は関節トルクベクトル, {p"}は 節点力に関するベクトルで,それぞれのi番目のリンクに 関する成分は



と与えられる.また, [T"]は全体座標系からリンクの要素座標系に変換するマトリックスで

$$\begin{bmatrix} A_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_{iXx} & \cos \phi_{iYx} & \cos \phi_{iZx} \\ \cos \phi_{iXy} & \cos \phi_{iYy} & \cos \phi_{iZy} \\ \cos \phi_{iZx} & \cos \phi_{iZy} & \cos \phi_{iZz} \end{bmatrix}$$
(5)

というマトリックスが対角にn個並ぶマトリックスである.ここで, φは各座標軸間の角度を表している.さらに, [L<sup>\*</sup>]はリンクの 重心までの距離などの情報を含む部材長マトリックスである.

このようにマトリックス表現をすることにより, 簡潔でかつ柔軟 性を有する逆動力学計算アルゴリズムが構築された.

#### 4. 3次元運動の逆動力学計算

本手法を用いた計算例として、4リンク6自由度の腕型マニ ピュレータが質量5kgの物体を運ぶ際の逆動力学シミュレー ションを行った.図3の(a),(b)および(c)はそれぞれリンク機構 の初期状態,運ばれる物体の軌道および従来の手法により計 算された関節トルクの時刻歴である.これらの情報は、参考文 献[2]より抜粋した.この機構では、先端のリンクにのみ3自由 度の関節が取り付けられており、このリンクがいわゆるグリッパ の役割をしている.軌道はグリッパの姿勢を一定に保ちA→B →C→Aの順で直線的に描き、各区間での速度曲線を三角 形としている.この目標軌道をもとに本手法で計算した関節ト



(b) Trajectory of the object (d) Joint torque curves obtained by FEM

# Fig.3 Calculation of inverse dynamics for arm-type manipulator

ルクの時刻歴が図3(d)である.従来の手法によるものと比較 すると,時間経過に伴う関節トルクの変化の様子は良好に一 致している.J1,J2における関節トルク曲線に関しては他と比 べて誤差が大きいが,これは根元に近いリンクほどそれより先 のリンクにおける関節トルクの影響を多く受け,その分誤差が 蓄積されるためである.誤差の主な原因は,今回作成した目 標軌道が厳密には直線軌道を描いていないこと,さらに,物 体の速度曲線が正確には三角形になっていないことが挙げら れる.つまり,本手法は目標軌道さえ正確に与えることができ れば,様々な3次元運動に対して精度の良い計算が可能とな ることが考えられる.

#### 5. 結論

本研究では、3次元運動をする開リンク機構を対象とし、SI 法によるリンク機構のモデル化および FEM によるトルク算出 アルゴリズムの構築を行った.シミュレーションの結果、本手法 は3次元運動に対しても十分に精度の高い逆動力学計算法 として適用でき、機構の変化に対してもそのアルゴリズムを変 えることなく柔軟かつ容易に対応できることが確認できた.今 後は、本手法を閉リンク機構およびフレキシブルマニピュレー タの逆動力学計算法に拡張することにより、その有効性をさら に高めていきたい.

#### 参考文献

- (1) 磯部大吾郎,竹内裕喜,上田健夫:超冗長マニピュレータの関節トルク算出法 -FEM を用いた理論の展開-,日本計算工学会論文集,第2巻,(2000), pp.73-78.
- [2] M・ブコブラトビッチ,古田 勝久 監訳: ロボット工学の基礎 マニピュレータの動力学,シュプリンガー・フェアラーク, (1986), pp.156-166.