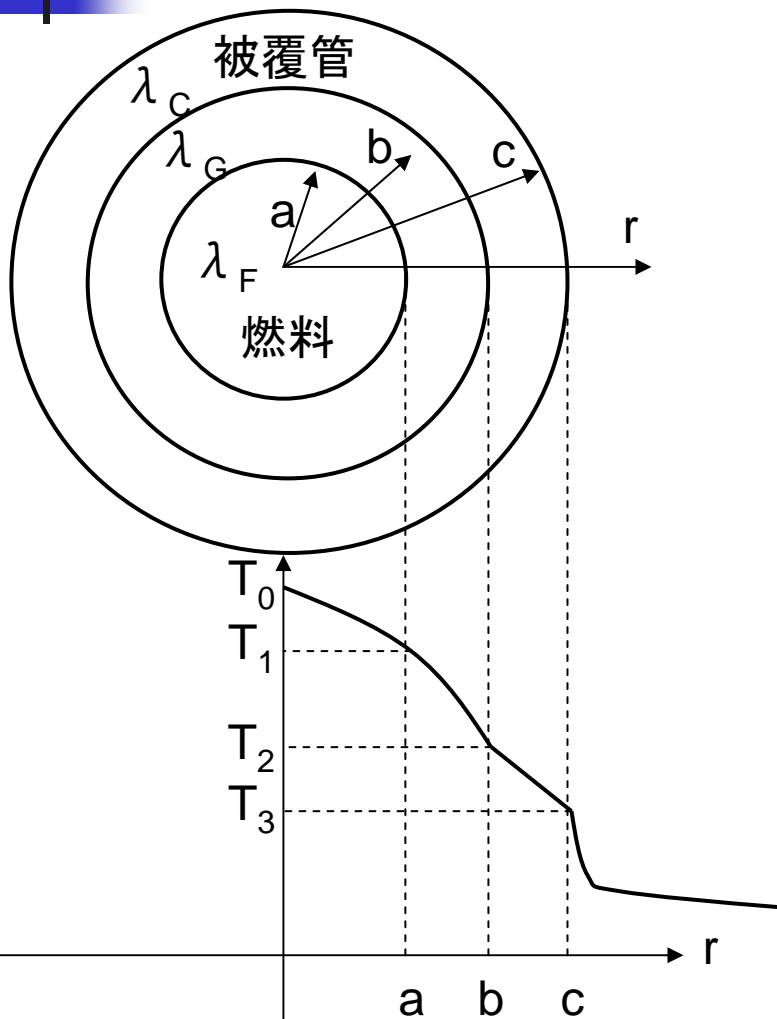




# 原子炉炉心熱計算

---

# 燃料棒内温度分布計算(1)



$$0 < r < a: \lambda_F \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) + Q_F = 0 \quad \textcircled{1}$$

$$a < r < b: \lambda_G \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad \textcircled{2}$$

$$b < r < c: \lambda_C \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} \text{より} \quad T = \frac{Q_F}{4\lambda_F} (a^2 - r^2) + T_1 \quad (0 \leq r \leq a) \quad \textcircled{4}$$

$$\textcircled{2} \text{より} \quad T = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{b}{a}} \ln \frac{r}{a} \quad (a \leq r \leq b) \quad \textcircled{5}$$

$$\textcircled{3} \text{より} \quad T = T_2 - \frac{T_2 - T_3}{\ln \frac{c}{b}} \ln \frac{r}{b} \quad (b \leq r \leq c) \quad \textcircled{6}$$

## 燃料棒内温度分布计算(2)

$$0 < r < a: \quad \frac{dT}{dr} = \frac{Q_F}{4\lambda_F} (-2r) = -\frac{Q_F}{2\lambda_F} \quad \rightarrow \quad q = -\lambda_F \frac{dT}{dr} = \frac{Q}{2} r$$

$$a < r < b: \quad \frac{dT}{dr} = -\frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{b}{a}} \frac{1}{r} \quad \rightarrow \quad q = -\lambda_G \frac{dT}{dr} = \lambda_G \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{b}{a}} \frac{1}{r}$$

$$b < r < c: \quad \frac{dT}{dr} = -\frac{T_2 - T_3}{\ln \frac{c}{b}} \frac{1}{r} \quad \rightarrow \quad q = -\lambda_C \frac{dT}{dr} = \lambda_C \frac{T_2 - T_3}{\ln \frac{c}{b}} \frac{1}{r}$$

$$Q_F = 2\pi a L \left( \frac{Q}{2} a \right) = \pi a^2 L Q$$

$$Q_G = 2\pi b L \cdot q(b) = 2\pi L \lambda_G \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{b}{a}}$$

$$Q_C = 2\pi c L \cdot q(c) = 2\pi L \lambda_C \frac{T_2 - T_3}{\ln \frac{c}{b}}$$

# 燃料棒内温度分布計算(3)

定常だから熱量の連続より

$$Q_F = Q_G = Q_C$$

$$\therefore \pi a^2 L Q = 2\pi L \lambda_G \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{b}{a}} = 2\pi L \lambda_C \frac{T_2 - T_3}{\ln \frac{c}{b}} = 2\pi c L \cdot \alpha (T_3 - \Theta)$$

$$T_1 - T_2 = \frac{Q a^2}{2\lambda_G} \ln \frac{b}{a}$$

$$T_2 - T_3 = \frac{Q a^2}{2\lambda_C} \ln \frac{c}{b}$$

$$+) \quad T_3 - \Theta = \frac{Q a^2}{2c\alpha}$$

---

$$T_1 - \Theta = \frac{Q a^2}{2} \left( \frac{1}{\lambda_G} \ln \frac{b}{a} + \frac{1}{\lambda_C} \ln \frac{c}{b} + \frac{1}{c\alpha} \right)$$



## 燃料棒内温度分布計算(4)

すき間(b-a)が狭いとすると

$$\frac{1}{\lambda_G} \ln \frac{b}{a} \approx \frac{b-a}{\lambda_G a}$$

よって、

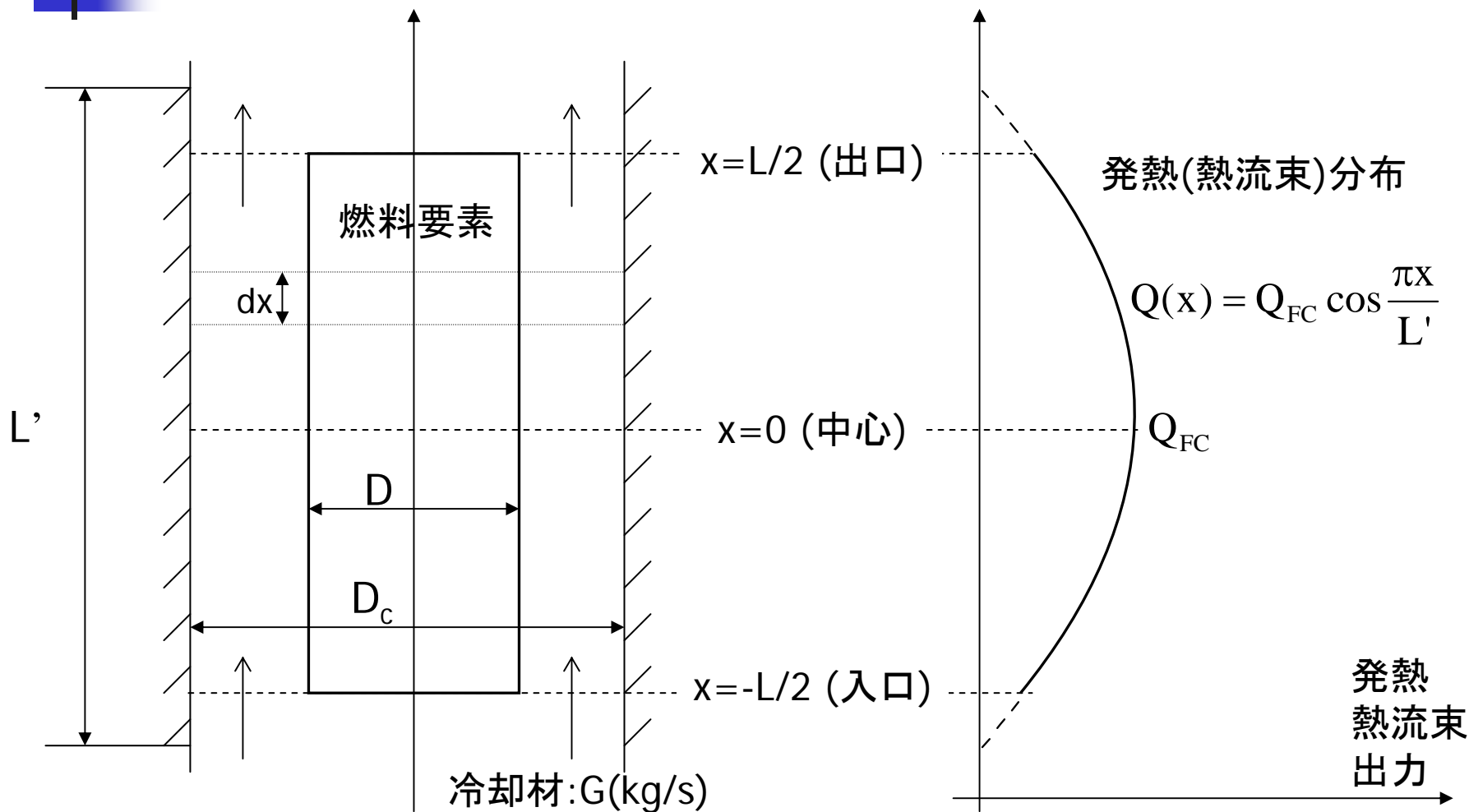
$$\frac{1}{\lambda_G} \equiv k_G \quad \text{とおくと} \quad \frac{1}{\lambda_G} \ln \frac{b}{a} \approx \frac{1}{a k_G}$$

$$\therefore T_1 - \Theta = \frac{Qa^2}{2} \left( \frac{1}{k_G a} + \frac{1}{\lambda_c} \ln \frac{c}{b} + \frac{1}{c\alpha} \right)$$

$(k_G a \rightarrow \text{大}) \rightarrow (1/k_G a \rightarrow \text{小}) \rightarrow (T_1 - \Theta \rightarrow \text{小}) \rightarrow (T_1 \doteq \Theta)$



# 炉心内軸方向温度分布計算(1)





## 炉心内軸方向温度分布計算(2)

燃料要素内発熱率:  $Q_F$  (W/m<sup>3</sup>)

$$Q(x) = Q_{FC} \cos \frac{\pi x}{L'} \quad (1)$$

長さ  $dx$  の燃料表面要素から冷却材に伝わる熱流束

$$q = \frac{Q_F \left( \frac{\pi D^2}{4} dx \right)}{\pi D \cdot dx} = \frac{Q_F D}{4} \quad (2)$$

(1)を(2)に代入すると、

$$q(x) = \frac{Q_{FC} D}{4} \cos \frac{\pi x}{L'} = q_c \cos \frac{\pi x}{L'} \quad (3)$$

ただし、  $q_c \equiv \frac{Q_{FC} D}{4}$

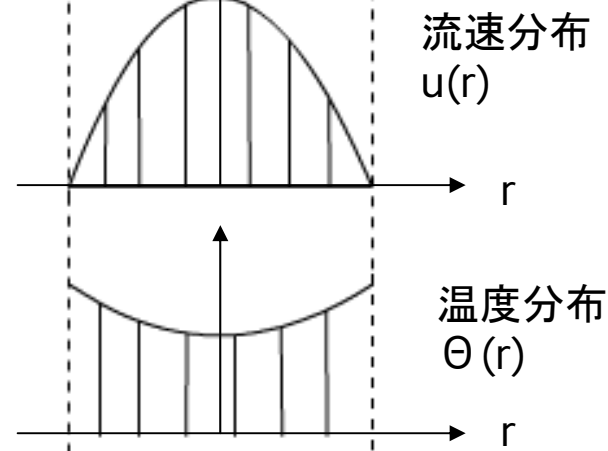
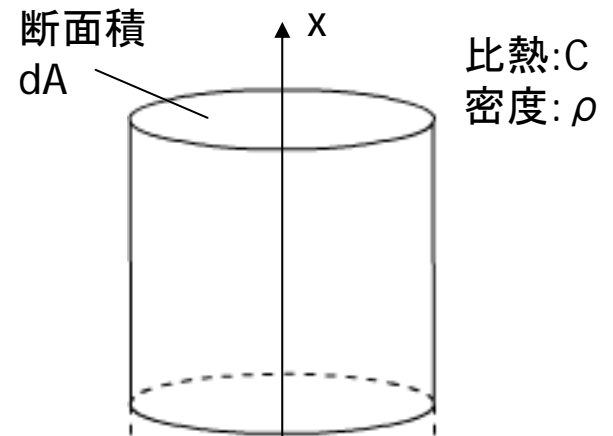
また、  $Q_F(x) = \frac{4}{D} q_c \cos \frac{\pi x}{L'}$



# 炉心内軸方向温度分布計算(3)

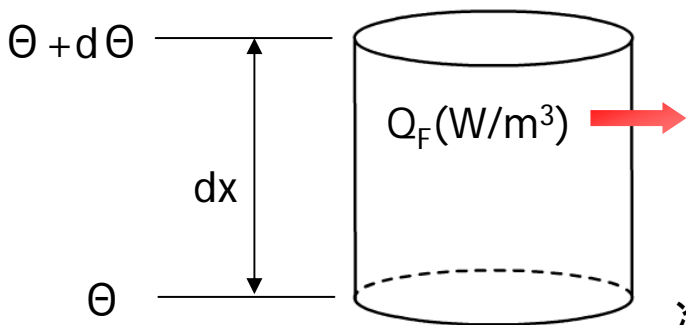
ここで、混合平均温度:  $\Theta$  を次式で定義する

$$\Theta \equiv \frac{\int_A C_p u(r) \cdot \Theta(r) \cdot dA}{\int_A C_p u(r) \cdot dA} \quad (5)$$



流量:  $G$  (kg/s)  
 温度:  $\Theta$  (K)  
 比熱:  $C$  (J/Kg·K)

冷却材





## 炉心内軸方向温度分布計算(4)

エネルギーバランスの式は

$$CGd\Theta = \left( \frac{\pi D^2}{4} dx \right) Q_{FC} \cos \frac{\pi x}{L'} \quad (6)$$

$$= \pi D q_c \cos \frac{\pi x}{L'} dx$$

積分すると

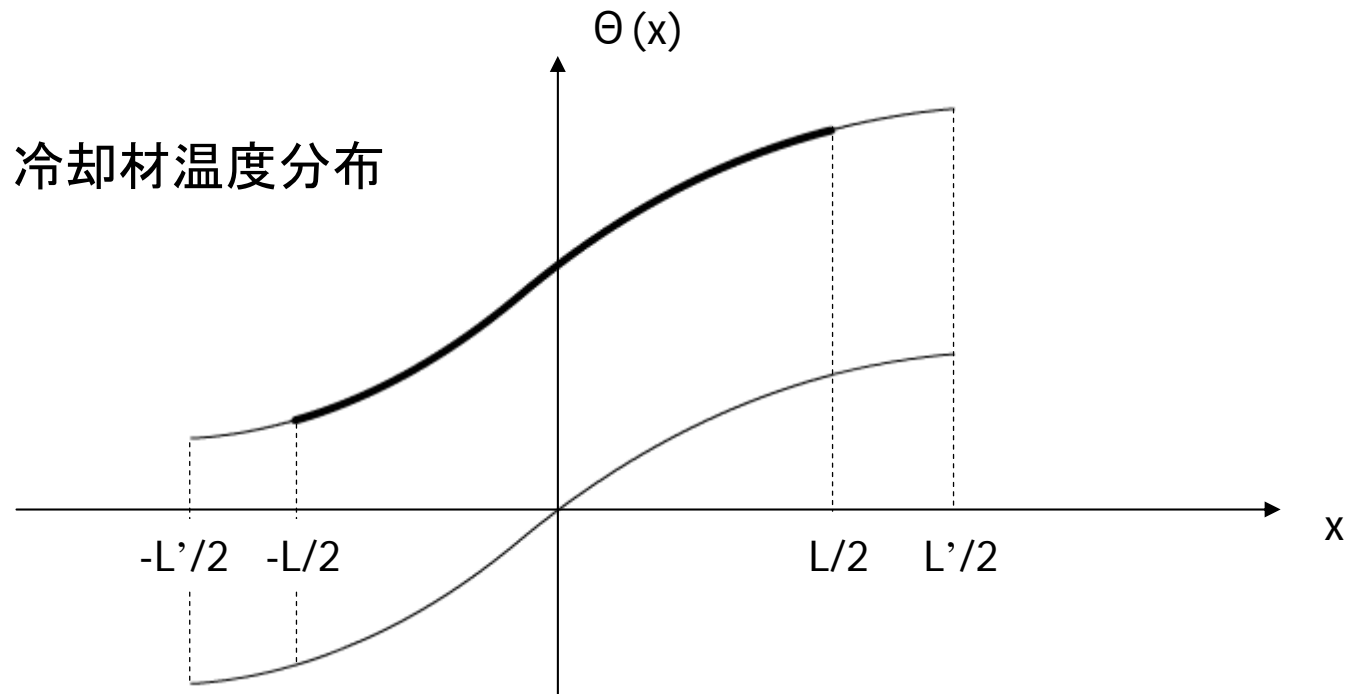
$$\int_{-L/2}^x d\Theta = \frac{\pi D q_c}{CG} \int_{-L/2}^x \cos \frac{\pi x}{L'} dx$$

$$[\Theta]_{-L/2}^x = \frac{\pi D q_c}{CG} \left[ \frac{L'}{\pi} \sin \frac{\pi x}{L'} \right]_{-L/2}^x$$

$$\Theta(x) - \Theta(-L/2) = \frac{D q_c L}{CG} \left( \sin \frac{\pi x}{L'} + \sin \frac{\pi L}{2L'} \right)$$

## 炉心内軸方向温度分布計算(5)

$$\therefore \Theta(x) = \Theta_1 + \frac{Dq_c L}{CG} \left( \sin \frac{\pi x}{L'} + \sin \frac{\pi L}{2L'} \right) \quad (7)$$



# 炉心内軸方向温度分布計算(6)

燃料棒表面温度:  $T_s$

$$q = \alpha_x (T_s - \Theta) \quad (8) \quad \alpha : \text{局所熱伝達率}$$

本来  $\alpha_x = \alpha(x)$  であるが簡単のために  $\alpha_x = \alpha$  (一定) とする

(3)式より

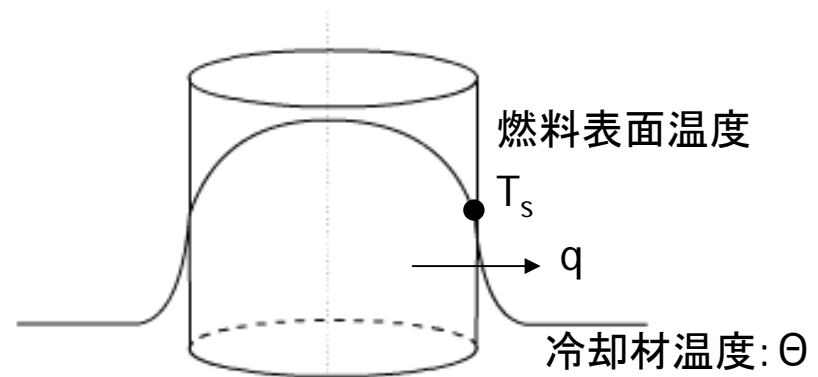
$$q_c \cos \frac{\pi x}{L'} = \alpha (T_s - \Theta)$$

$$\therefore T_s = \Theta + \frac{q_c}{\alpha} \cos \frac{\pi x}{L'} \quad (9)$$

(9)式に(7)式を代入して

$$T_s = \Theta_1 + \frac{Dq_c L}{CG} \left( \sin \frac{\pi x}{L'} + \sin \frac{\pi L}{2L'} \right) + \frac{q_c}{\alpha} \cos \frac{\pi x}{L'} \quad (10)$$

燃料棒表面温度



# 炉心内軸方向温度分布計算(7)

燃料棒表面温度が最高となる位置 $x_{\max}$ は

$$\frac{dT_s}{dx} = \frac{Dq_c L'}{CG} \frac{\pi}{L'} \cos \frac{\pi x_{\max}}{L'} - \frac{q_c}{\alpha} \frac{\pi}{L'} \sin \frac{\pi x_{\max}}{L'} = 0$$

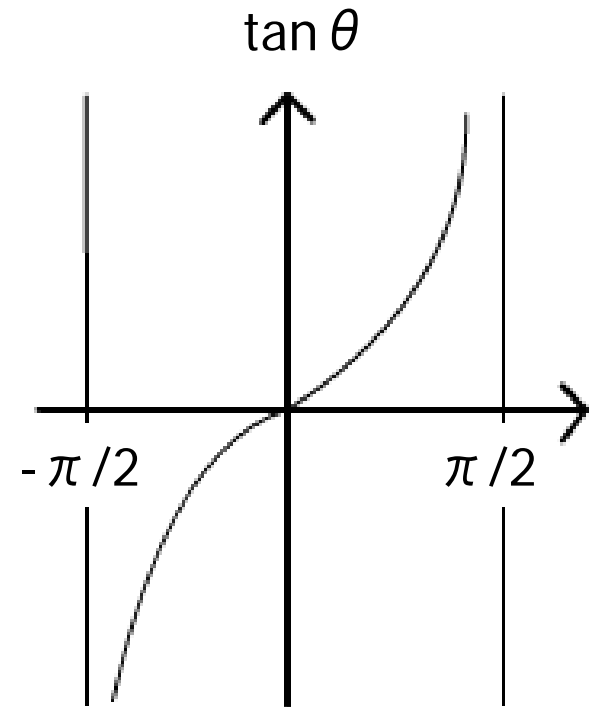
$$\frac{Dq_c L'}{CG} \cos \frac{\pi x_{\max}}{L'} = \sin \frac{\pi x_{\max}}{L'}$$

$$\therefore \tan \frac{\pi x_{\max}}{L'} = \frac{Dq_c L'}{CG}$$

$$\therefore x_{\max} = \frac{\pi}{L'} \tan^{-1} \left( \frac{DL' \alpha}{CG} \right) \quad (11)$$

(i)  $\left( \frac{DL' \alpha}{CG} \right) \rightarrow 0 : x_{\max} \rightarrow 0$  中心

(ii)  $\left( \frac{DL' \alpha}{CG} \right) \rightarrow \infty : \frac{\pi}{L'} x_{\max} \rightarrow \frac{\pi}{2} \therefore x = \frac{L'}{2}$  出口



## 炉心内軸方向温度分布計算(8)

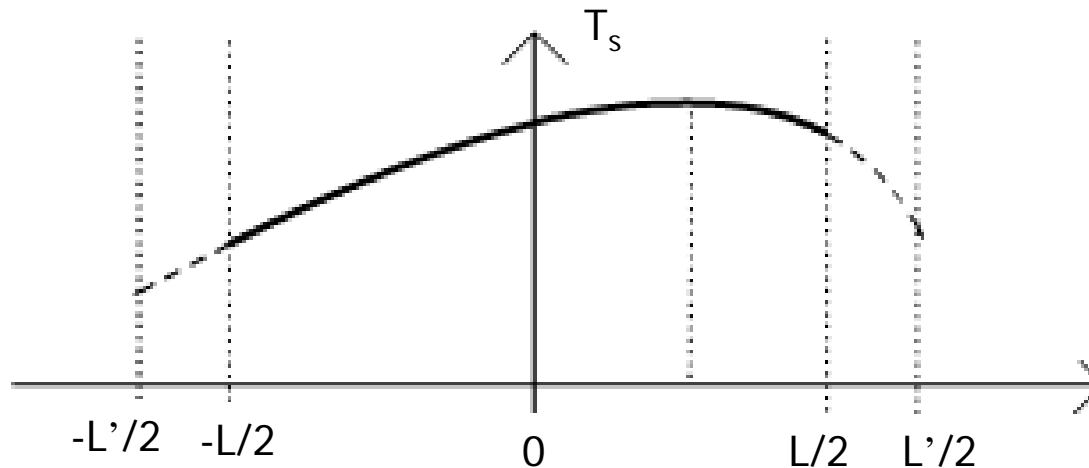
熱伝達率  $\alpha$  は乱流のとき  $\alpha \propto G^{0.8}$  であるから  $L'$ 、 $D$ 、 $C$  を一定とすると

(i)  $\frac{DL'\alpha}{CG} \rightarrow 0$  ということは  $G \rightarrow \infty$  と同義となる

すなわち流量が大となるとき、最高温度は中心位置となる

(ii)  $\frac{DL'\alpha}{CG} \rightarrow \infty$  ということは  $G \rightarrow 0$  と同義となる

すなわち流量が小となるとき、最高温度は出口位置となる





## 炉心内軸方向温度分布計算(9)

(11)式を(10)式に代入すると、 $x=x_{\max}$ として

$$\begin{aligned} (T_s)_{\max} - \Theta_1 &= \frac{Dq_c L'}{CG} \left( \sin \frac{\pi x_{\max}}{L'} + \sin \frac{\pi L}{2L'} \right) + \frac{q_c}{\alpha} \cos \frac{\pi x_{\max}}{L'} \\ &= \frac{Dq_c L'}{CG} \left\{ \frac{\left( \frac{L'D\alpha}{CG} \right)}{\sqrt{1 + \left( \frac{L'D\alpha}{CG} \right)^2}} + \sin \frac{\pi L}{2L'} \right\} + \frac{q_c}{\alpha} \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{L'D\alpha}{CG} \right)^2}} \end{aligned}$$



## 炉心内軸方向温度分布計算(10)

冷却材出口温度  $\Theta_2$  は、(7)式において  $x=L/2$  として

$$\Theta_2 - \Theta_1 = \frac{2Dq_c L}{CG} \left( \sin \frac{\pi L}{2L'} \right) \quad (13)$$

燃料表面の出口での温度  $T_s(L/2)$  は、(10)式に  $x=L/2$  を代入して

$$T_s \left( \frac{L}{2} \right) = \Theta_1 + \frac{Dq_c L'}{CG} 2 \sin \frac{\pi L}{2L'} + \frac{q_c}{\alpha} \cos \frac{\pi L}{2L'} \quad (14)$$



# 炉心内軸方向温度分布計算(11)

燃料要素内最高温度: $T_0$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( \lambda_F r \frac{dT}{dr} \right) + Q_F = 0$$

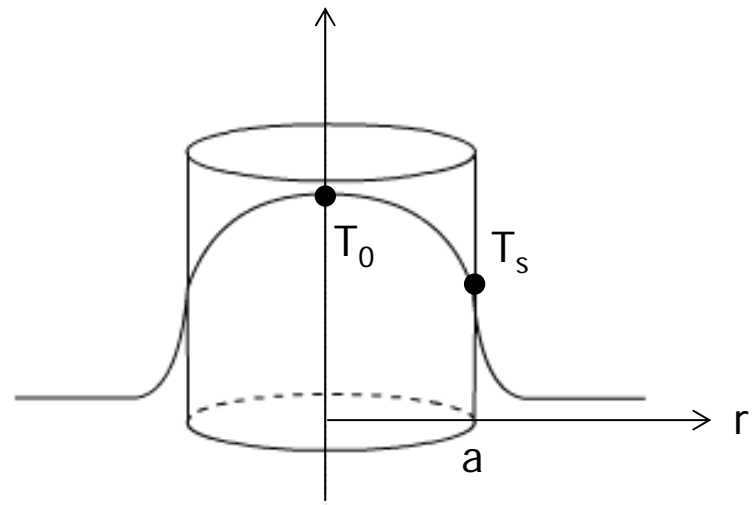
$\lambda_F$ : 熱伝達率

$$\lambda_F \int_{T_s}^T dT = -Q_F \int_a^r \left[ \frac{1}{r} \int_0^r Q_F r dr \right] dr$$

$$\lambda_F [T]_{T_s}^T = Q_F \int_r^a \frac{Q_F}{r} \frac{r^2}{2} dr$$

$$\lambda_F (T - T_s) = \frac{Q_F}{2} \left[ \frac{r^2}{2} \right]_r^a$$

$$= \frac{Q_F}{4} (a^2 - r^2)$$



## 炉心内軸方向温度分布計算(12)

$$\text{ここで } r=0 \rightarrow T=T_0 \\ a=D/2$$

$$T_0 - T_s = \frac{Q_F D^2}{16\lambda_F} = \frac{Dq_C}{4\lambda_F} \cos \frac{\pi x}{L'} \quad (15)$$

(15)式に(10)式を代入すると

$$\begin{aligned} T_0 &= T_s + \frac{Dq_C}{4\lambda_F} \cos \frac{\pi x}{L'} \\ &= \Theta_1 + \frac{Dq_C L'}{CG} \left( \sin \frac{\pi x}{L'} + \sin \frac{\pi L}{L'} \right) + \frac{q_C}{\alpha} \cos \frac{\pi x}{L'} + \frac{Dq_C}{4\lambda_F} \cos \frac{\pi x}{L'} \\ \therefore T_0 &= \Theta_1 + \frac{Dq_C L'}{CG} \left( \sin \frac{\pi x}{L'} + \sin \frac{\pi L}{L'} \right) + \underbrace{\left( \frac{q_C}{\alpha} + \frac{Dq_C}{4\lambda_F} \right)}_{\text{この分だけ表面温度より高い}} \cos \frac{\pi x}{L'} \end{aligned}$$

燃料要素中心温度

この分だけ表面温度より高い

# 炉心内轴方向温度分布计算(13)

