第2章　一次元定常熱伝導

- 伝熱工学の基礎：　伝熱の基本要素、フーリエの法則、ニュートンの冷却則
- １次元定常熱伝導：　熱伝導率、熱通過率、熱伝導方程式
- ２次元定常熱伝導：　ラプラスの方程式、数値解析の基礎
- 非定常熱伝導：　非定常熱伝導方程式、ラプラス変換、フーリエ数とビオ数
- 対流熱伝達の基礎：　熱伝達率、速度境界層と温度境界層、層流境界層と乱流境界層、境界層厚さ、混合平均温度
- 強制対流熱伝達：　管内乱流熱伝達、円柱および球の熱伝達、管群熱伝達
- 自然対流熱伝達：　垂直平板自然対流熱伝達、密閉層内自然対流、共存対流熱伝達
- 輻射伝熱：　ステファン−ボルツマンの法則、黒体と灰色体、輻射率、形態係数
- 凝縮熱伝達：　鉛直平板膜状凝縮、凝縮数、水平円管膜状凝縮、滴状凝縮
- 沸騰熱伝達：　沸騰曲線、気泡力学、沸騰熱伝達率

講義内容

- 熱源の無い体系:　フーリエの法則
- 熱源を含む体系:　熱伝導方程式
- 対流熱伝達のある熱伝導問題:　フィン
- 接触熱抵抗

フーリエの法則（Fourier's Law）

- 実験的な事実：（熱移動量）∝（温度勾配）

$$\frac{Q}{A} \propto \frac{dT}{dx}$$

- 比例定数 k を導入すると、

$$\boxed{\frac{Q}{A} = -k\frac{dT}{dx}}$$

フーリエの法則（Fourier's Law）

- ここで、

k：***熱伝導率*** $[W/m \cdot K]$ or [$kcal/m \cdot hr \cdot {}^\circ C$]

- k →大：物体内での熱移動能力→大

フーリエの法則の適用例

フーリエの法則

$$\frac{Q}{A} = -k\frac{dT}{dx}$$

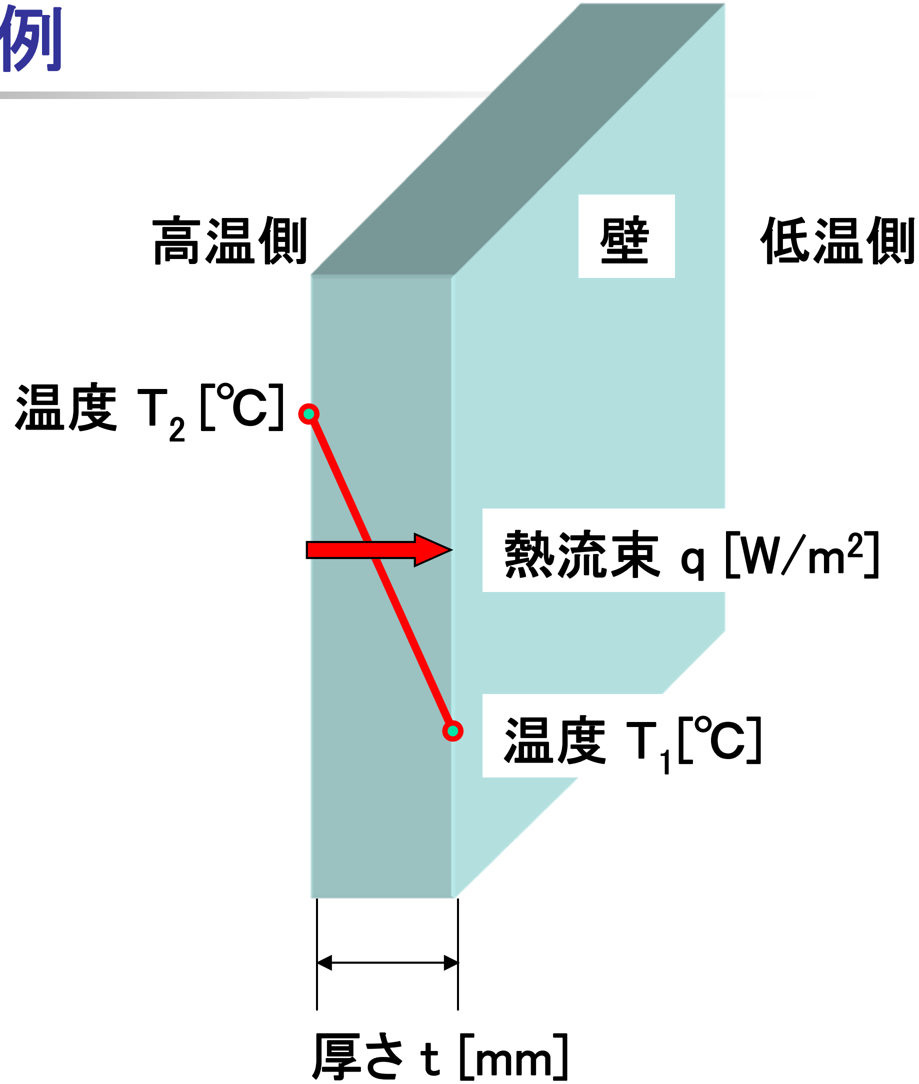
⇩

熱流束qを求めたい時：

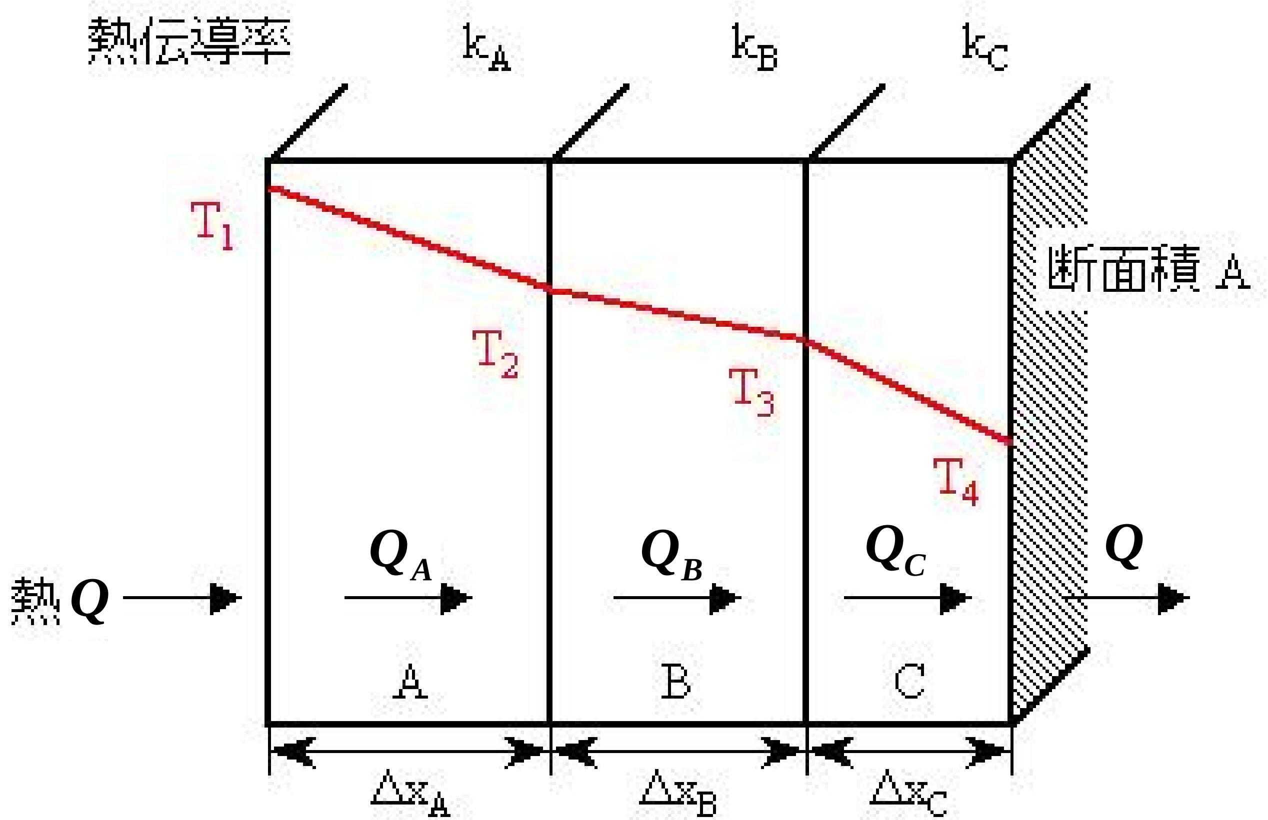
$$q = \frac{Q}{A} = -k\frac{\partial T}{\partial x} = -k\frac{T_1 - T_2}{t}$$

温度(差)を求めたい時：

$$\boxed{T_2 - T_1 = \frac{Q \cdot t}{kA}}$$



発熱の無い物体を通過する熱流束
ー　平板(多層平板)の場合　ー



発熱の無い物体を通過する熱流束
ー　平板(多層平板)の場合　ー

$$Q_A = -k_A \frac{T_2 - T_1}{\Delta x_A} \cdot A \quad \rightarrow \quad T_1 - T_2 = \frac{\Delta x_A}{k_A A} \cdot Q_A$$

$$Q_B = -k_B \frac{T_3 - T_2}{\Delta x_B} \cdot A \quad \rightarrow \quad T_2 - T_3 = \frac{\Delta x_B}{k_B A} \cdot Q_B$$

$$Q_C = -k_C \frac{T_4 - T_3}{\Delta x_C} \cdot A \quad \rightarrow \quad T_3 - T_4 = \frac{\Delta x_C}{k_C A} \cdot Q_C$$

定常状態を仮定 → 一定熱量が移動 ： $Q = Q_A = Q_B = Q_C$

$$T_1 - T_4 = \left(\frac{\Delta x_A}{k_A A} + \frac{\Delta x_B}{k_B A} + \frac{\Delta x_C}{k_C A} \right) \cdot Q$$

$$\therefore \; q = \frac{Q}{A} = \frac{T_1 - T_4}{\dfrac{\Delta x_A}{k_A} + \dfrac{\Delta x_B}{k_B} + \dfrac{\Delta x_C}{k_C}}$$

n層の場合

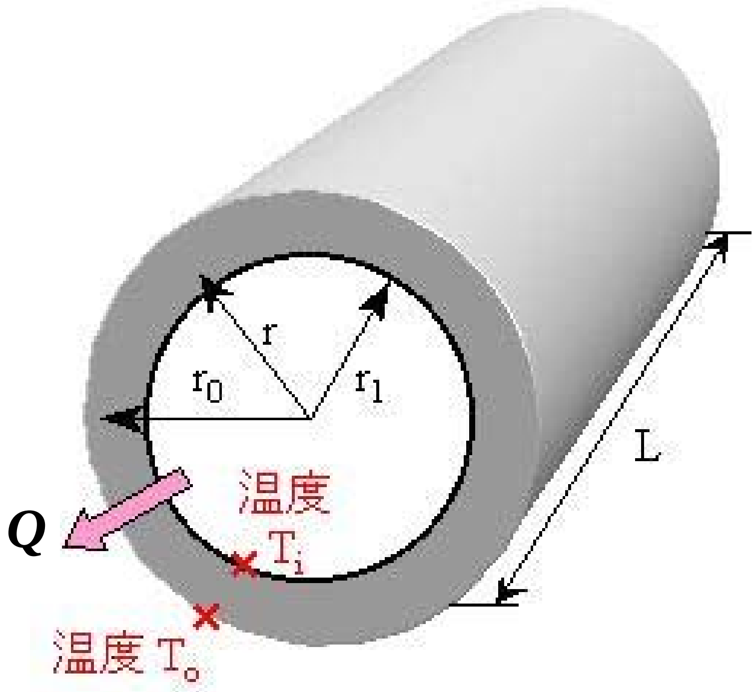
$$q = \frac{Q}{A} = \frac{T_1 - T_{n+1}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\Delta x_i}{k_i}}$$

$$（熱流束）=\frac{（温度ポテンシャル）}{（熱抵抗）}$$

ここで、

$$R_{th} = \frac{\Delta x}{k}$$ ：熱抵抗

発熱の無い円筒を通過する熱流束の計算(1/2)



フーリエの法則より

$$Q = -kA_r \frac{dT}{dr}$$

ここで

$$A_r = 2\pi r L$$

境界条件:

$$r = r_i \quad T = T_i$$

$$r = r_o \quad T = T_o$$

とすると:

$$Q = -\frac{2\pi k L (T_o - T_i)}{\ln(r_o / r_i)} = q_r \cdot A_r$$

発熱の無い円筒を通過する熱流束の計算(2/2)

$$Q = -kA_r \frac{dT}{dr} = -2\pi kLr \frac{dT}{dr}$$

$$\frac{Q}{2\pi kL} \frac{dr}{r} = -dT$$

ここで、境界条件より

$$r = r_i \qquad T = T_i$$

$$r = r_o \qquad T = T_o$$

であるから

$$\frac{Q}{2\pi kL} \int_{r_i}^{r_0} \frac{dr}{r} = -\int_{T_i}^{T_0} dT$$

$$\frac{Q}{2\pi kL} \left[\ln(r)\right]_{r_i}^{r_o} = -\left[T\right]_{T_i}^{T_o}$$

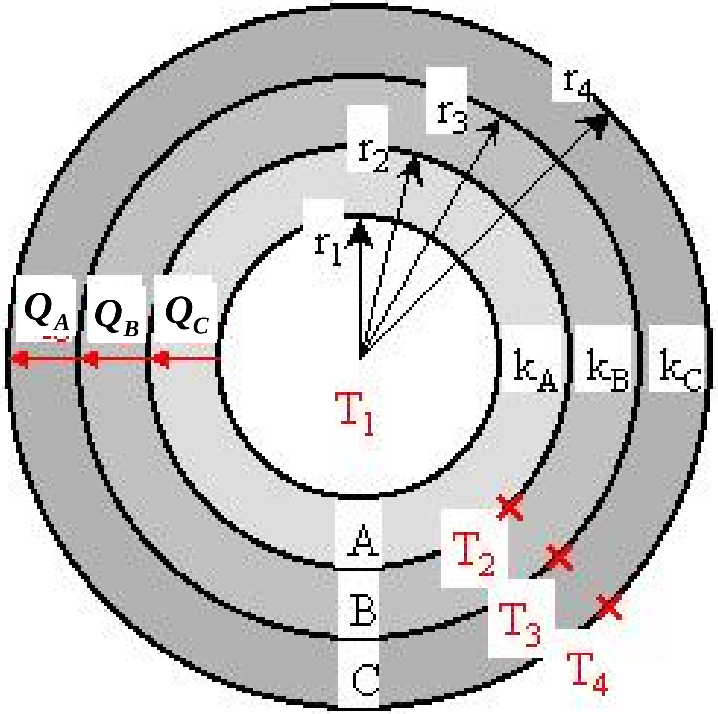
$$\frac{Q}{2\pi kL} \left[\ln(r_o) - \ln(r_i)\right] = -\left[T_o - T_i\right]$$

$$\frac{Q}{2\pi kL} \ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right) = -\left[T_o - T_i\right]$$

$$Q = -\frac{2\pi kL(T_o - T_i)}{\ln(r_o / r_i)} = q_r \cdot A_r$$

$$q_r = -\frac{k(T_o - T_i)}{r \cdot \ln(r_o / r_i)}$$

多層円筒の場合



$$Q_A = -k_A A(r)\frac{dT}{dr} \quad \rightarrow \quad Q_A = \frac{T_1 - T_2}{\dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_A L}}$$

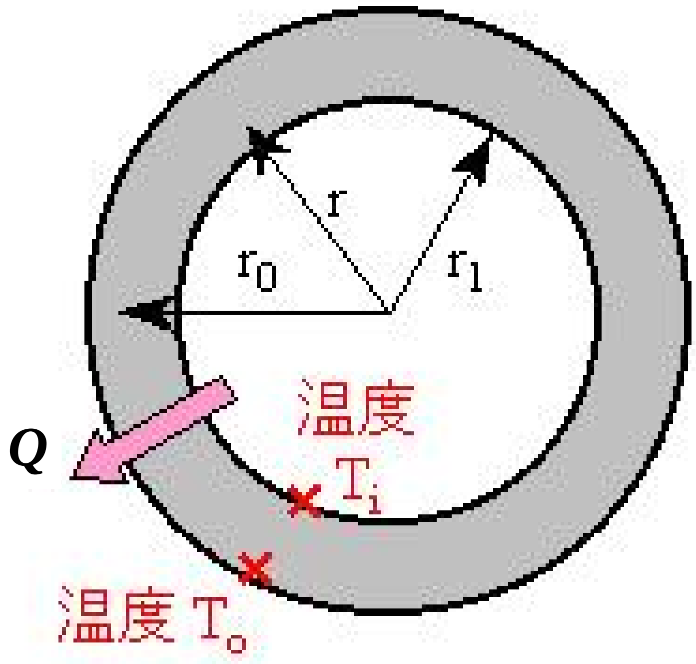
$$Q_B = -k_B A(r)\frac{dT}{dr} \quad \rightarrow \quad Q_B = \frac{T_2 - T_3}{\dfrac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi k_B L}}$$

$$Q_C = -k_C A(r)\frac{dT}{dr} \quad \rightarrow \quad Q_C = \frac{T_3 - T_4}{\dfrac{\ln(r_4/r_3)}{2\pi k_C L}}$$

$$T_1 - T_4 = Q\left\{\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_A L} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi k_B L} + \frac{\ln(r_4/r_3)}{2\pi k_C L}\right\}$$

$$Q = \frac{T_1 - T_4}{\dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_A L} + \dfrac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi k_B L} + \dfrac{\ln(r_4/r_3)}{2\pi k_C L}}$$

発熱の無い球殻を通過する熱流束の計算



フーリエの法則より

$$Q = -kA(r)\frac{dT}{dr}$$

ここで

$$A(r) = 4\pi r^2$$

境界条件：

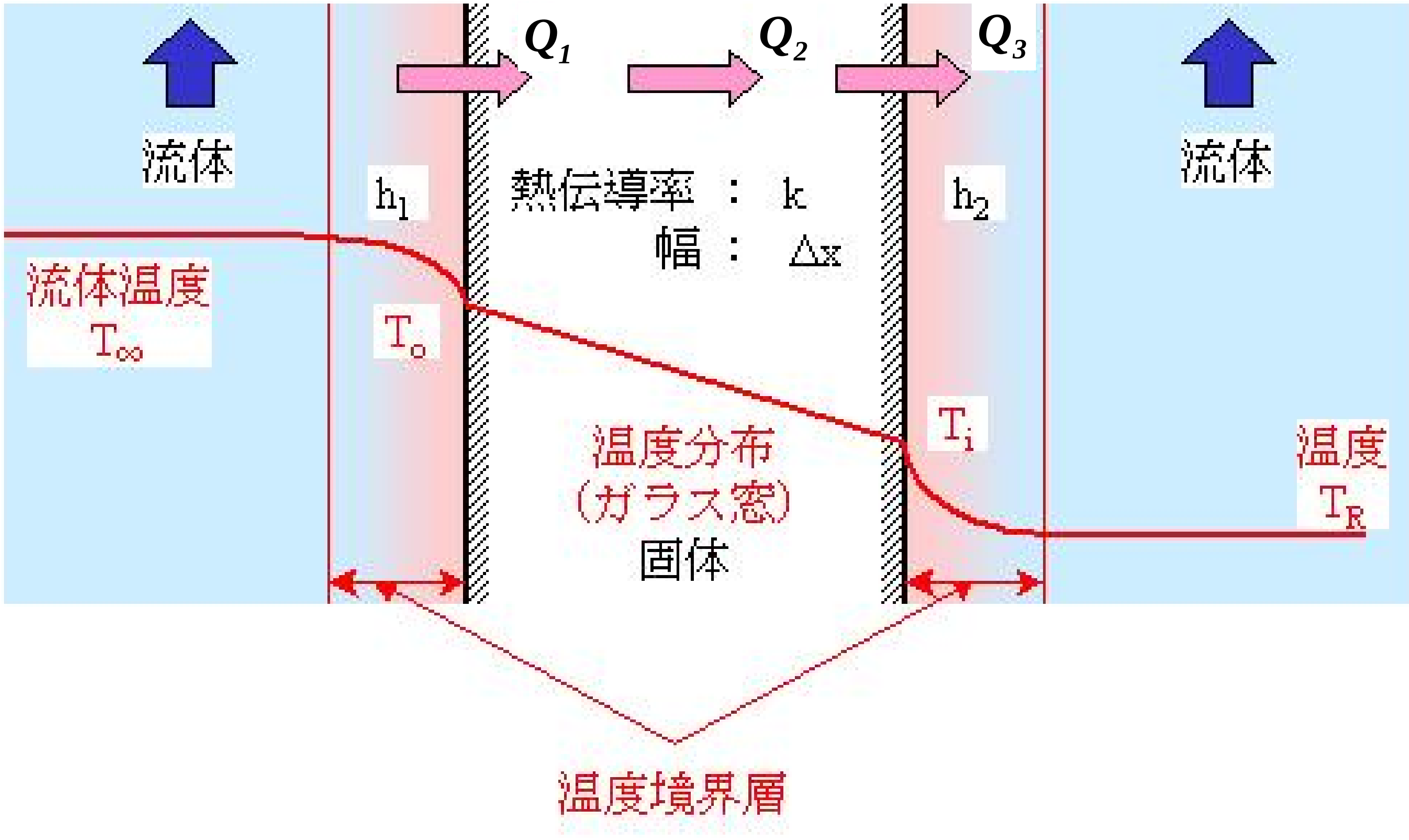
$$r = r_i \qquad T = T_i$$

$$r = r_o \qquad T = T_o$$

より

$$\boxed{Q_r = \frac{4\pi k(T_o - T_i)}{(1/r_o) - (1/r_i)}}$$

熱通過率(対流がある場合)－　平板の場合　－



ニュートンの冷却則（Newton's law of cooling）

実験的な事実： （熱移動量）∝（温度差）

$$Q/A \propto (T_w - T_\infty)$$

比例定数を h とすると、

$$\boxed{q = \frac{Q}{A} = h(T_w - T_\infty)}$$

ニュートンの冷却則（Newton's law of cooling）

ここで、h $[W/m^2 \cdot K]$ は、***熱伝達率*** と呼ばれる。

h →大： 流体と物体間の熱移動能力→大

熱通過率　－　平板の場合　－

$$Q_1 = h_1 A\left(T_\infty - T_o\right) \quad \rightarrow \quad T_\infty - T_o = \frac{Q_1}{h_1 A}$$

$$Q_2 = -kA\frac{dT}{dx} = kA\frac{T_o - T_i}{\Delta x} \quad \rightarrow \quad T_o - T_i = \frac{\Delta x}{kA} Q_2$$

$$Q_3 = h_2 A\left(T_i - T_R\right) \quad \rightarrow \quad T_i - T_R = \frac{Q_3}{h_2 A}$$

定常状態：$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$

$$T_\infty - T_R = \frac{Q}{A}\left(\frac{1}{h_1} + \frac{\Delta x}{k} + \frac{1}{h_2}\right)$$

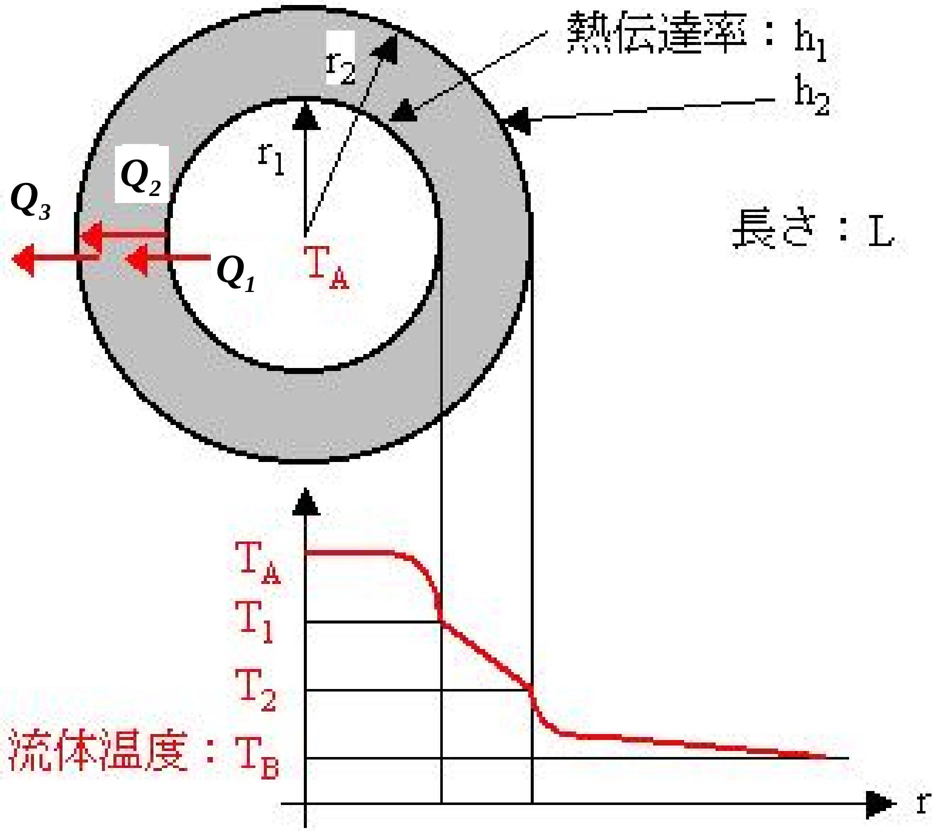
$$\boxed{q = \frac{Q}{A} = U\left(T_\infty - T_R\right)}$$

熱通過率：$\dfrac{1}{U} = \dfrac{1}{h_1} + \dfrac{\Delta x}{k} + \dfrac{1}{h_2}$

$$\boxed{q = \frac{Q}{A} = \frac{T_\infty - T_R}{R}}$$

熱抵抗：$R = \dfrac{1}{h_1} + \dfrac{\Delta x}{k} + \dfrac{1}{h_2}$

熱通過率 ー 円筒の場合 ー



$$Q_1 = h_1 A_i (T_A - T_1)$$

$$Q_2 = \frac{T_1 - T_2}{(\ln(r_2 / r_1)/2\pi kL)}$$

$$Q_3 = h_2 A_0 (T_2 - T_B)$$

定常：$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$

$$T_A - T_B = Q\left(\frac{1}{h_1 A_i} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi kL} + \frac{1}{h_2 A_o}\right)$$

熱抵抗（外壁を基準とすると）：

$$R_t = \left(\frac{1}{h_1 A_i} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi kL} + \frac{1}{h_2 A_o}\right) \cdot A_0$$

熱通過率とオームの法則

$$q = \frac{T_\infty - T_0}{R_t}$$

オームの法則

$$I = \frac{V}{R}$$

R_t ： 熱抵抗

熱通過率

平板の場合：

$$R_t = \frac{1}{h_1} + \frac{\Delta x}{k} + \frac{1}{h_2}$$

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_1} + \frac{\Delta x}{k} + \frac{1}{h_2}$$

$$\boxed{U(T_A - T_B) = q \equiv \frac{Q}{A_o}}$$

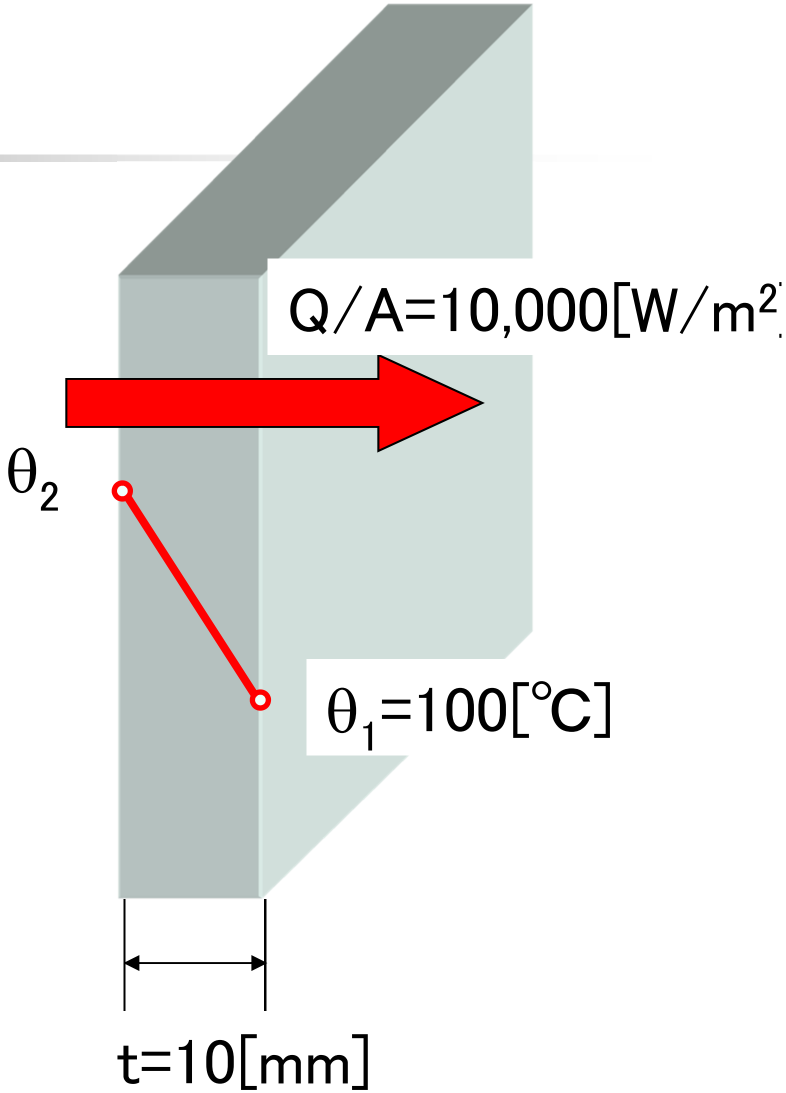
円筒の場合：

$$R_t = \left(\frac{1}{h_1 A_i} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi kL} + \frac{1}{h_2 A_o} \right) \cdot A_0$$

$$\frac{1}{U} = \frac{A_o}{h_1 A_i} + \frac{A_o \cdot \ln(r_2/r_1)}{2\pi kL} + \frac{1}{h_2}$$

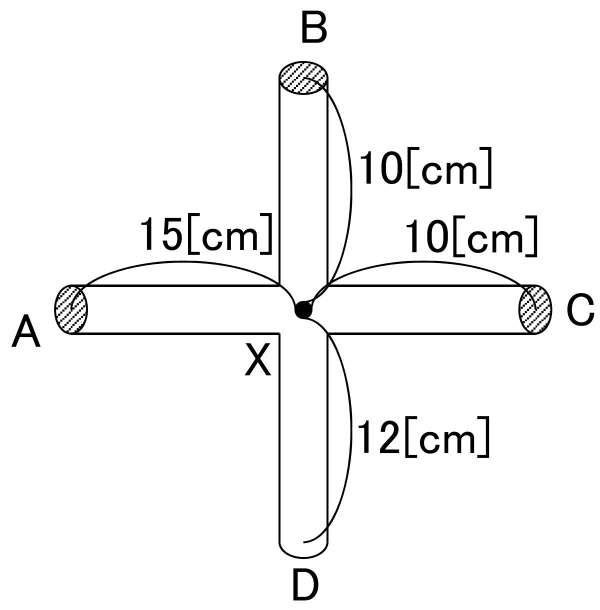
問題2-1

厚さ t=10[mm]、熱伝導率 k=10[W/m・K]の平板の表面温度がθ_1=100[℃] となっている。平板の単位面積当たりQ/A=10[kW/m^2] の熱量が外面から内面へ伝わっているとすると、外面温度 θ_2 はどれだけか。



問題2-2

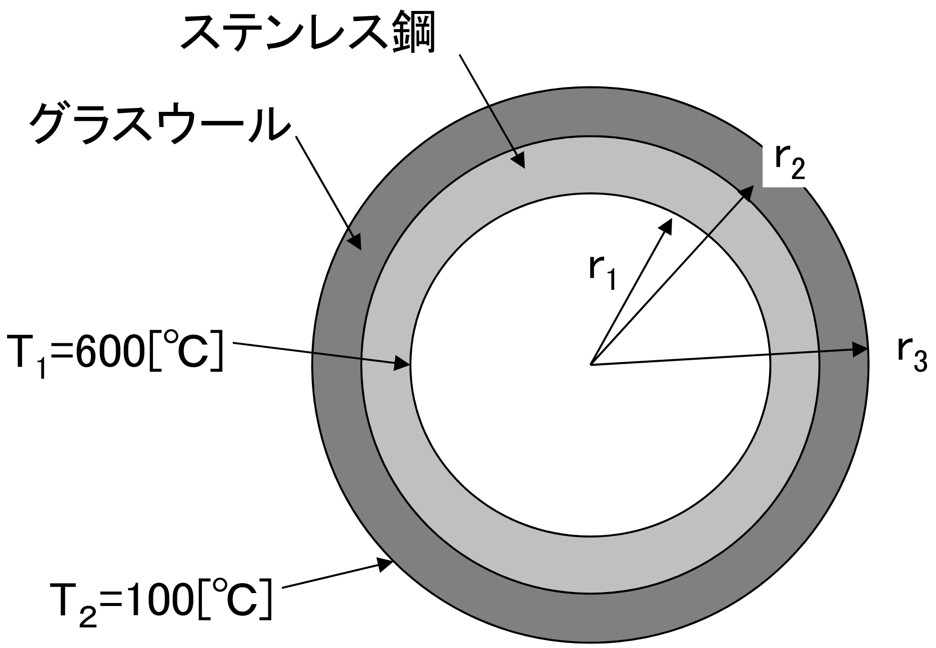
図のような同一の材料からなる線材の十字形がある。AX, BX, CX, DXの長さはそれぞれ15[cm], 10[cm], 10[cm], 12[cm]、AX, BX, CXの断面積はそれぞれ2[cm^2], 2.5[cm^2], 3[cm^2]である。A, B, C, Dの温度はそれぞれ常に60[℃], 50[℃], 40[℃], 30[℃]に保たれ、線材の表面からの放熱はないものとする。このような定常状態が成り立つときXの温度が42[℃]であった。DXの断面積を求めよ。(熱管理士試験問題)



	A	B	C	D	X
断面積[cm^2]	2	2.5	3	?	−
温度[℃]	60	50	40	30	42

問題2-3

内径2[cm]、外径4[cm]のステンレス製(18%Cr、8%Ni、k=19[W/m・K])の厚肉管が、3[cm]のグラスウールで断熱されている。
内壁が600[℃]、グラスウール(k=0.2[W/m・K])の外壁が100[℃]に保たれているとき、単位長さ当りに失われる熱量を計算しなさい。

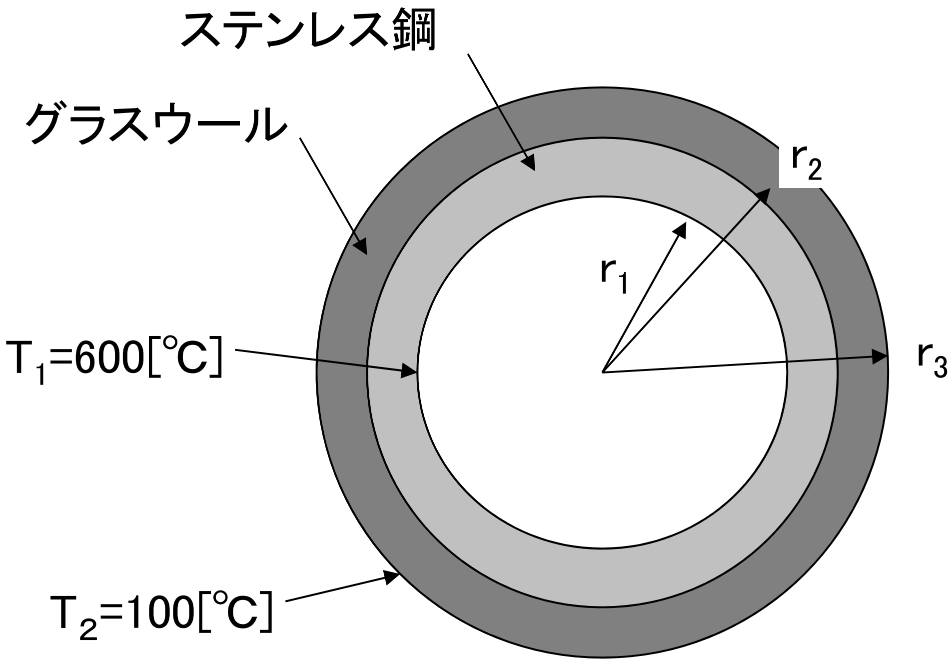


問題2-3の回答方針

管の長さをLとする。この間を横切る熱流束は

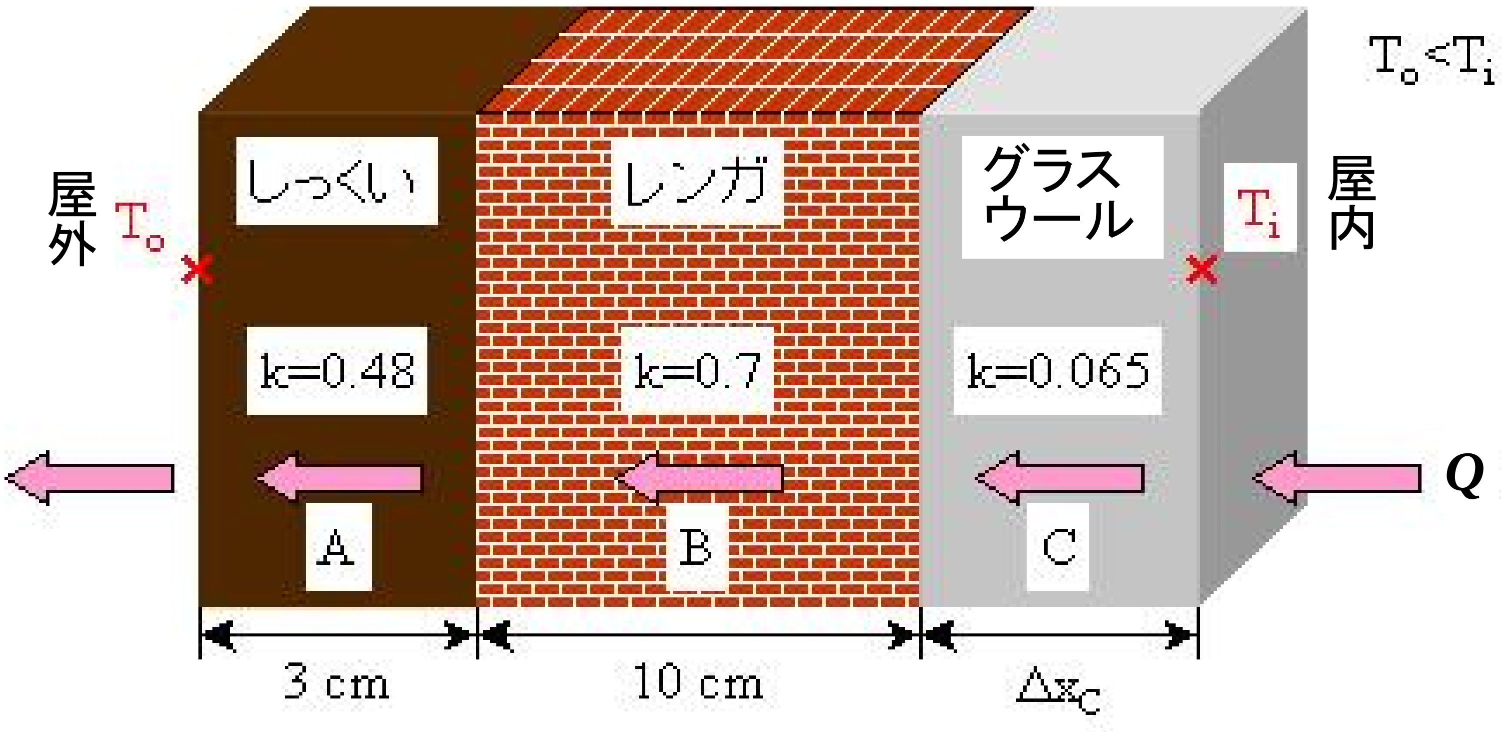
$$\frac{Q}{L}=\frac{2\pi(T_1-T_2)}{\dfrac{\ln(r_2/r_1)}{k_S}+\dfrac{\ln(r_3/r_2)}{k_A}}$$

$$=$$



問題2-4

しっくいとレンガの壁に、グラスウール断熱材を設置することにより、屋内から屋外への熱損失を元の値の20%以下にまで減少させたい。グラスウール断熱材の厚さを何cm以上にすればよいか？



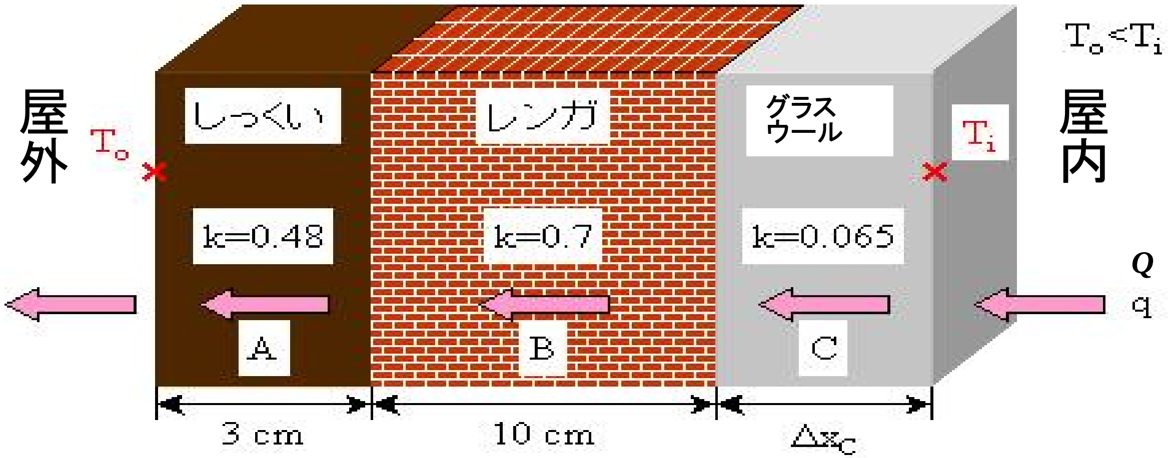
問題2-4回答の方針

グラスウールがない場合：　$Q_0 = \dfrac{T_i - T_o}{\dfrac{1}{A}\left(\dfrac{\Delta x_A}{k_A} + \dfrac{\Delta x_B}{k_B}\right)}$

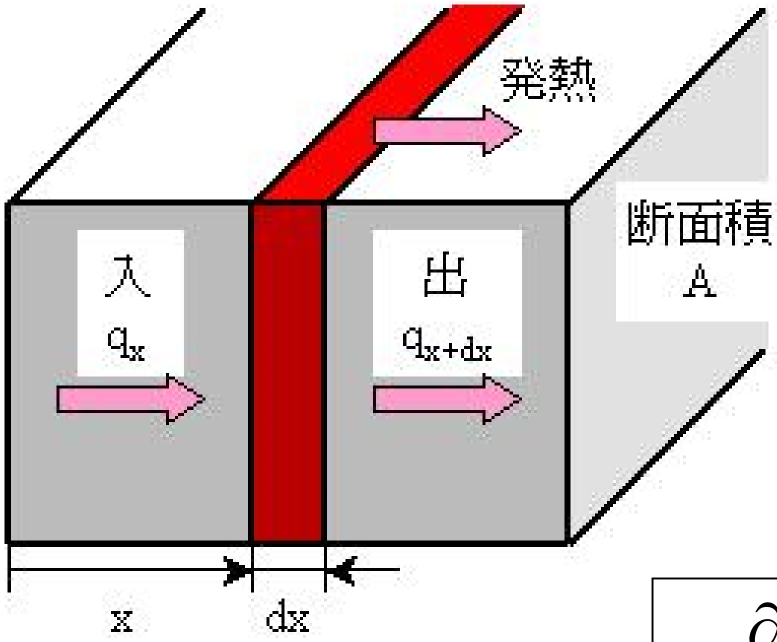
グラスウールがある場合：　$Q_x = \dfrac{T_i - T_o}{\dfrac{1}{A}\left(\dfrac{\Delta x_A}{k_A} + \dfrac{\Delta x_B}{k_B} + \dfrac{\Delta x_C}{k_C}\right)}$

題意より：$Q_x = 0.2 \times Q_0$

であるから　$\therefore \quad \Delta x_C = \qquad (cm)$



一次元熱伝導方程式



単位体積当りの：$\dot{q}$
発熱量 (W/m^2)

比熱： c [J/kg･K]
密度： ρ [kg/m^3]

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}\left\{k \frac{\partial T}{\partial x}\right\} + \dot{q}$$

<u>様々な初期条件、境界条件下で、要素内の温度分布温度変化を予測することができる。</u>

各座標系における三次元熱伝導方程式

- 熱伝導率が一定とした場合、(ρc :熱容量)
  温度伝導率(Thermal Diffusivity): $\alpha = k/\rho c$ [m2/s]とすると、
- 直交座標系:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \frac{\dot{q}}{\rho c}$$

- 円筒座標:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \frac{\dot{q}}{\rho c}$$

- 球座標:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha\left(\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta}\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}\right) + \frac{\dot{q}}{\rho c}$$

熱伝導方程式の変形

- 非定常一次元熱伝導方程式

$$\rho c\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{1}{r^n}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^n k\frac{\partial T}{\partial r}\right)+q$$

n=0：平板座標系
n=1：円筒座標系
n=2：球座標系

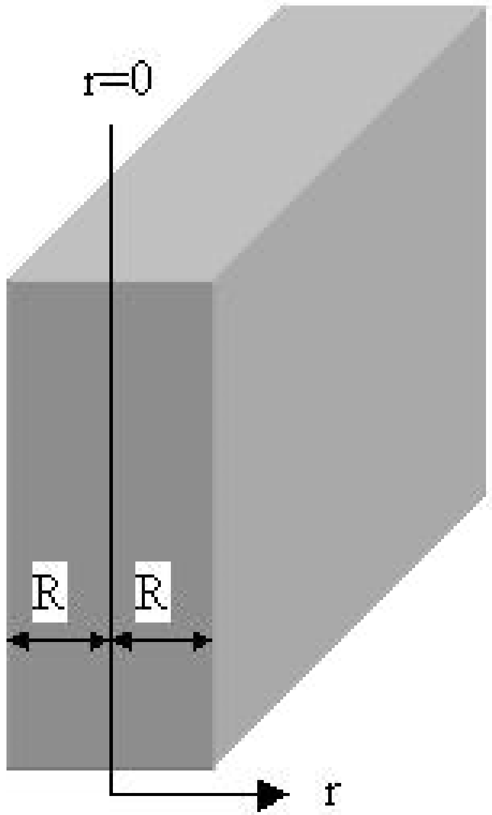
- 定常一次元熱伝導方程式（発熱無しq=0の場合）

$$\frac{1}{r^n}\frac{d}{dr}\left(r^n k\frac{dT}{dr}\right)=0$$

- 平板体系を考えると、n=0であるから、

$$k\frac{dT}{dr}=const.=\text{熱流束}=\frac{Q}{A}$$

熱源を含む系ー　発熱平板の場合　ー



熱伝導方程式:

$$\boxed{\frac{d}{dr}\left(\lambda \frac{dT}{dr}\right) + q''' = 0}$$

ここで　q'''：単位体積当たりの発熱量

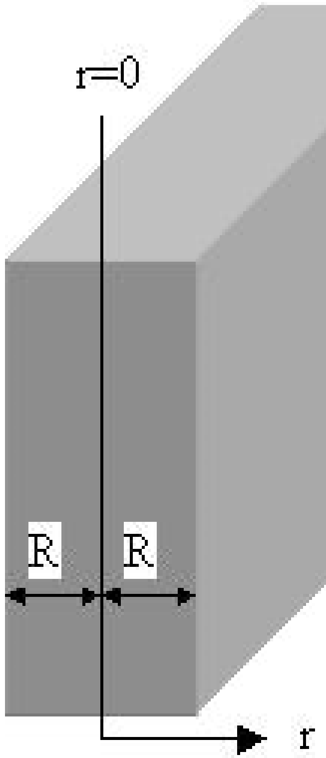
境界条件:　$T_{r=0} = T_{\max}$　　$\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=0} = 0$

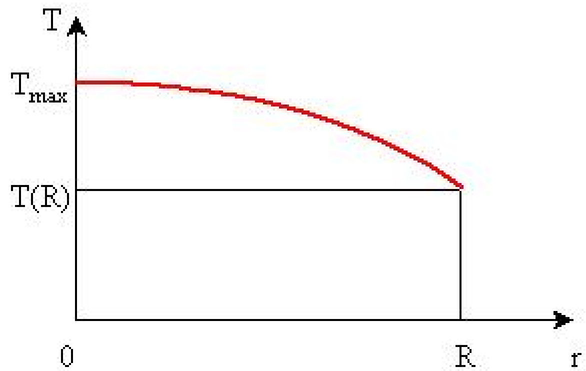
⇩

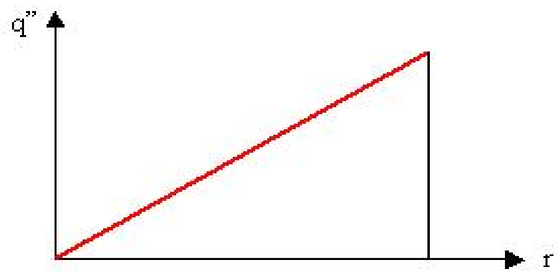
温度分布:　$T(r) = T(0) - \frac{q'''}{2\lambda} r^2$

熱流束:　$q'' = -\lambda \frac{dT}{dr} = q''' r$

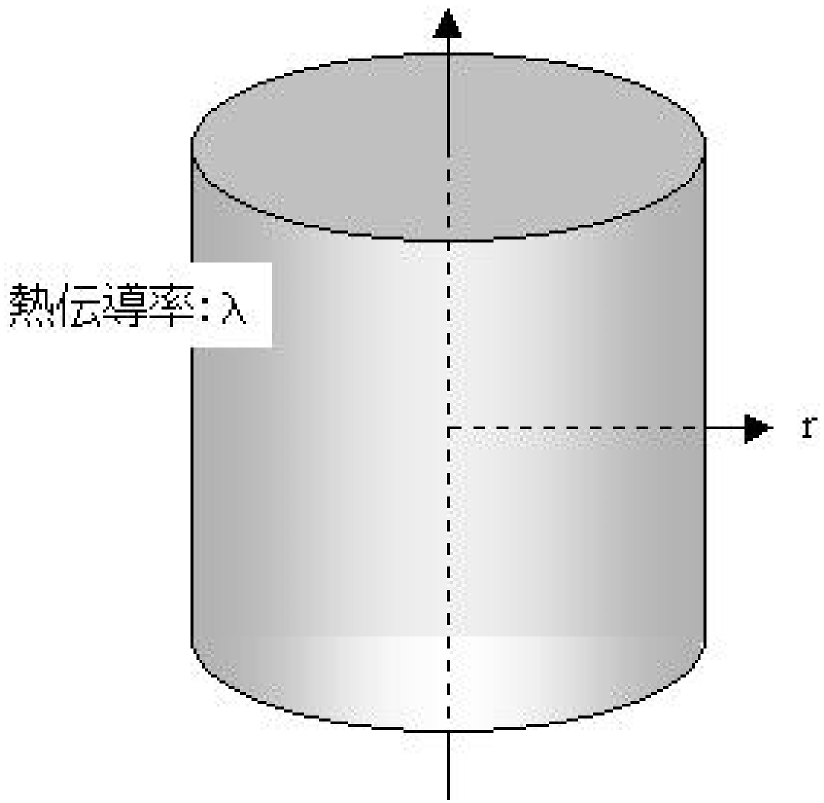
熱源を含む系ー　発熱平板の場合　ー
温度分布と熱流束分布







熱源を含む系ー　発熱する円柱の場合　ー



熱伝導方程式：

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\lambda\frac{dT}{dr}\right)+q'''=0$$

境界条件：

$$T_{r=0}=T_{\max}\qquad \left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=0}=0$$

↓

温度分布：

$$T(r)=T_{\max}-\frac{q'''}{4\lambda}r^2$$

熱流束分布：

$$q=-\lambda\frac{dT}{dr}=\frac{q'''}{2}r$$

自動車・自動二輪

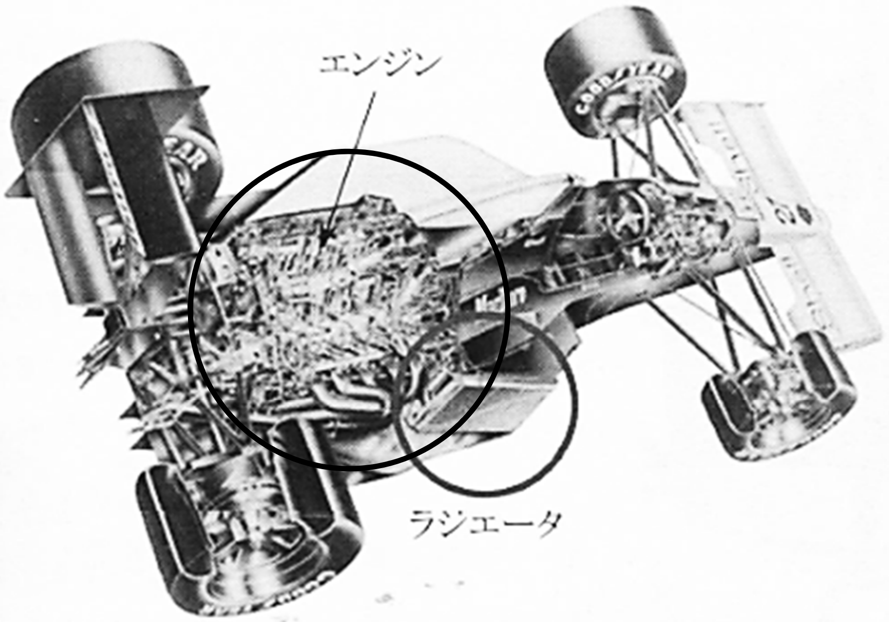


図 1.4　レーシングカーエンジンを冷却するためのラジエータ
（資料提供　本田技研工業株式会社）

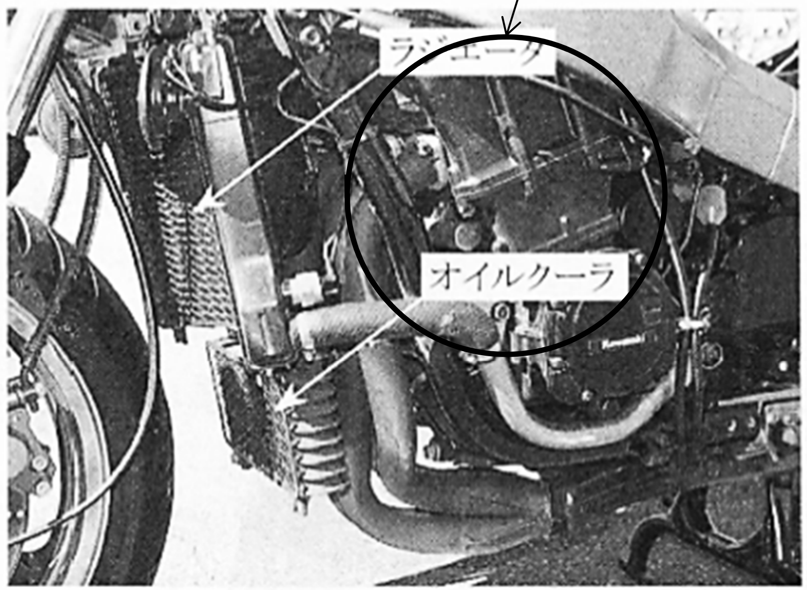
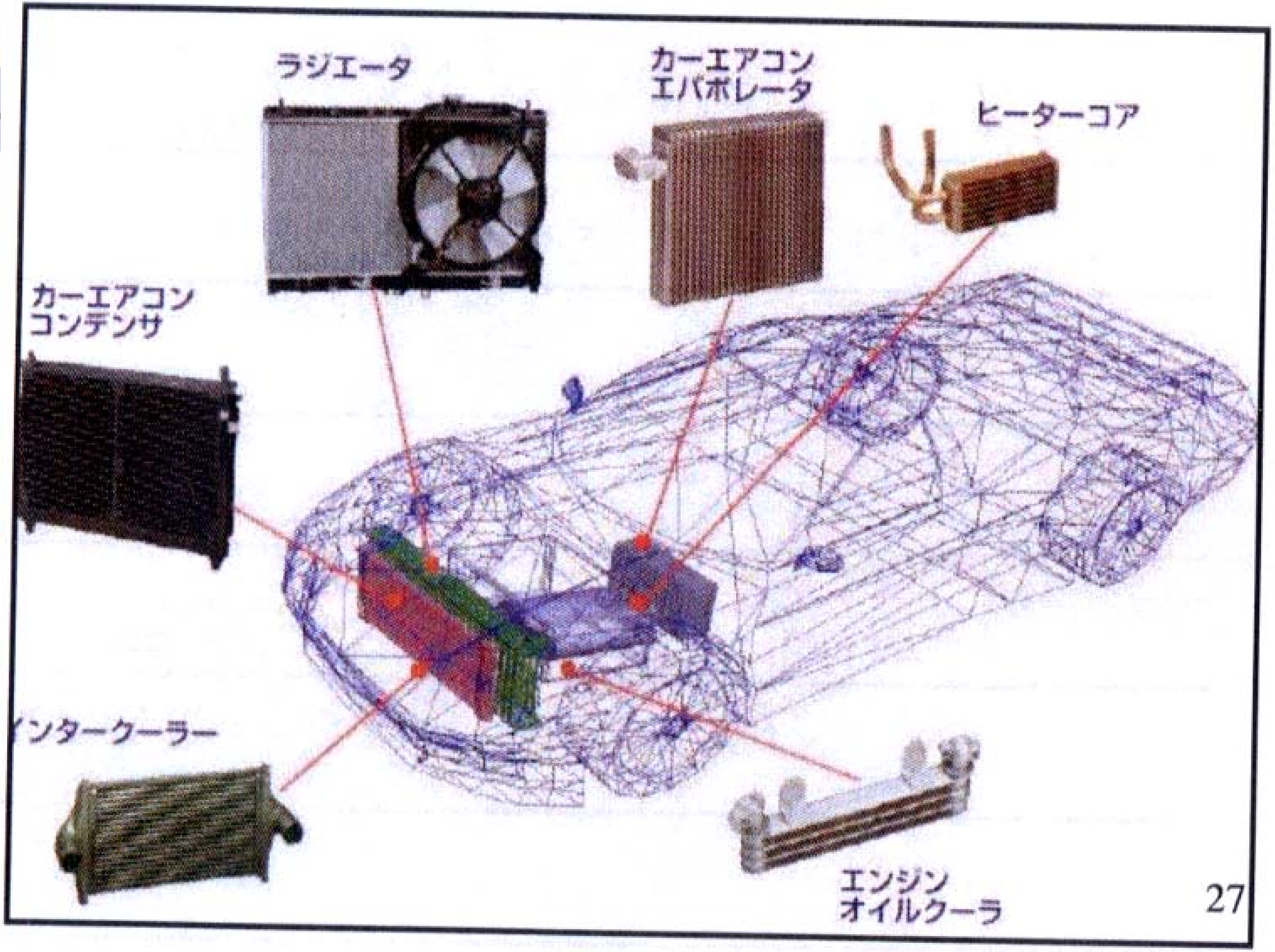


図 1.5　モーターバイクのラジエータとオイルクーラ（資料提供　川崎重工業㈱）

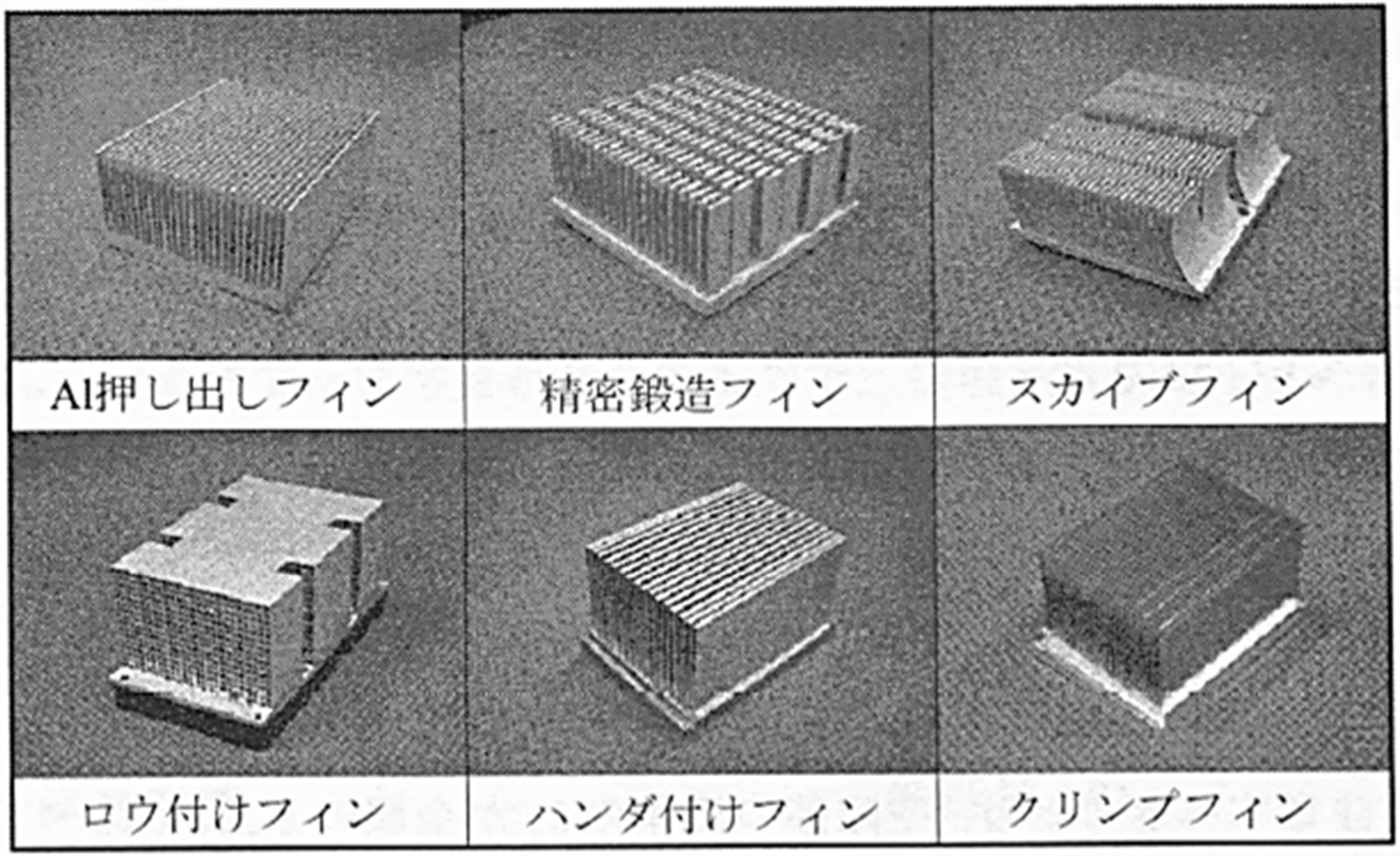
自動車における熱交換器類



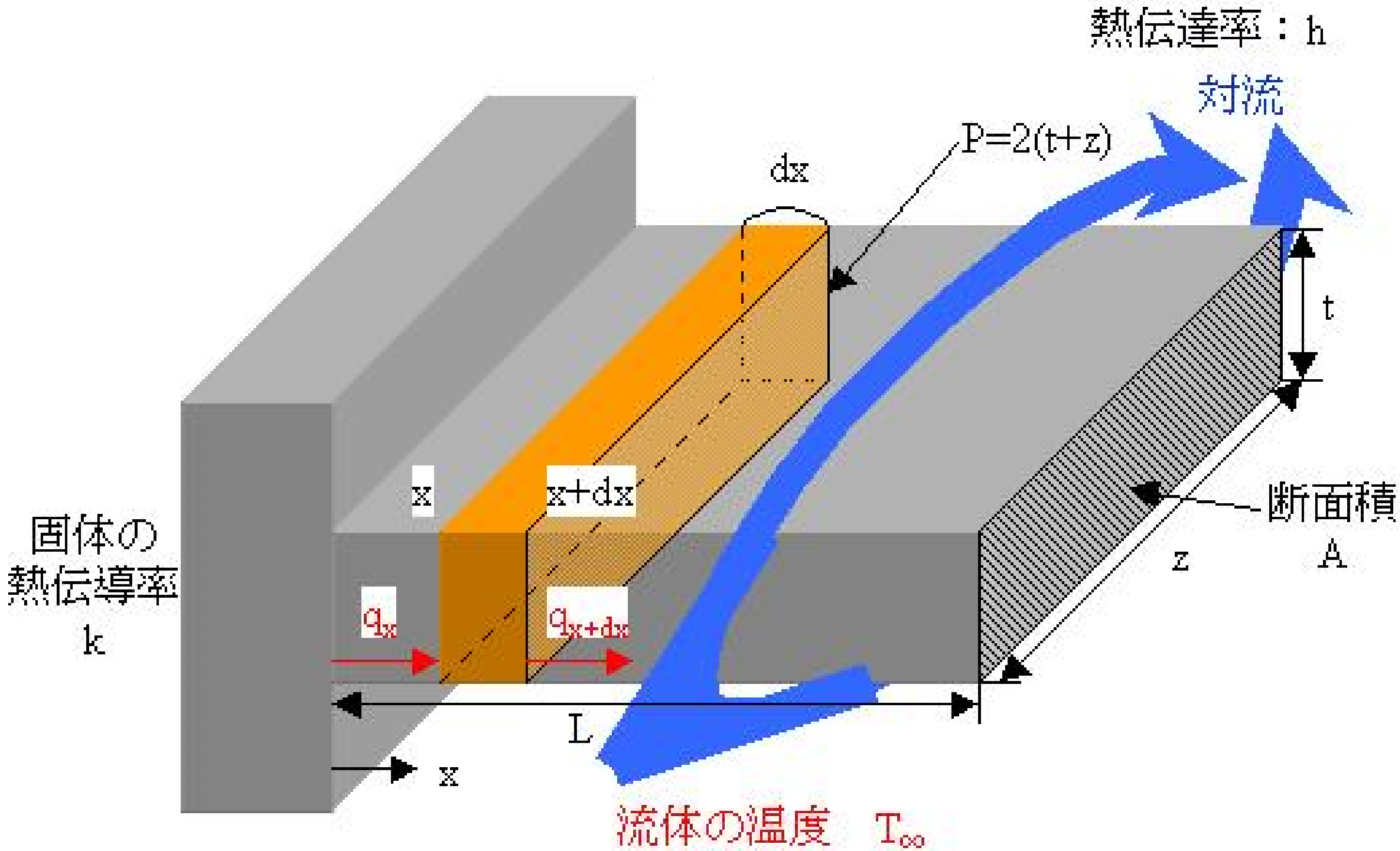
東洋ラジエータHPより抜粋

各種のフィン型ヒートシンク

（古川電工株式会社提供、日本機械学会「伝熱工学」図7.31 ）



対流熱伝達のある熱伝導問題（拡大伝熱面）



対流熱伝達のある熱伝導問題

要素 dx に対しする熱エネルギーの収支:

（左側面から流入する熱量）＝（右側面から流出する熱量）
＋（対流によって持ち去られる熱量）

（左側面から流入する熱量） $= -kA\dfrac{dT}{dx}$

（右側面から流出する熱量） $= -kA\left.\dfrac{dT}{dx}\right|_{x+dx}$

$$= -kA\left(\frac{dT}{dx} + \frac{d}{dx}\left(\frac{dT}{dx}\right)dx\right)$$

（対流によって持ち去られる熱量） $= h\cdot(Pdx)\cdot(T - T_\infty)$

対流熱伝達のある熱伝導問題(解1:温度境界条件)

基礎方程式:　$$\frac{d^2T}{dx^2}-\frac{hP}{kA}\left(T-T_\infty\right)=0$$

置き換え:　$\theta=T-T_\infty$　　$m^2=\dfrac{hP}{kA}$

$$\frac{d^2\theta}{dx^2}-m^2\theta=0$$

一般解:　$\theta=C_1e^{-mx}+C_2e^{mx}$

境界条件:　$x=0$　　$\theta(0)=\theta_0=T_0-T_\infty$

$x=\infty$　　$T=T_\infty$　　$\theta(\infty)=0$

温度分布:　$T(x)=T_\infty+\left(T_0-T_\infty\right)e^{-mx}$

放出熱量:　$$Q=-kA\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0}=-kA\left(T_0-T_\infty\right)\cdot(-m)=mkA\left(T_0-T_\infty\right)$$

対流熱伝達のある熱伝導問題(解1：温度境界条件)

一番目の境界条件から　$\theta(0) = C_1 + C_2 = T_0 - T_\infty$

また、$x = \infty$ のとき有限でなければならないから

$$C_2 = 0$$

$$\therefore\ C_1 = T_0 - T_\infty \quad \Rightarrow \quad \theta(x) = T - T_\infty = (T_0 - T_\infty) \cdot e^{-mx}$$

$$\therefore\ T(x) = T_\infty + (T_0 - T_\infty) \cdot e^{-mx}$$

$$\frac{dT}{dx} = (T_0 - T_\infty) \cdot (-m) \cdot e^{-mx}$$

$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = (T_0 - T_\infty) \cdot (-m)$$

$$Q = -kA\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = mkA(T_0 - T_\infty)$$

対流熱伝達のある熱伝導問題(解2:断熱条件)

基礎方程式:　$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA}(T - T_\infty) = 0$

置き換え:　$\theta = T - T_\infty$　　$m^2 = \frac{hP}{kA}$

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0$$

一般解:　$\theta = C_1 e^{-mx} + C_2 e^{mx}$

境界条件:　$x = L$　　$\frac{d\theta}{dx} = 0$

温度分布:

$$\theta(x) \approx \theta_0 \frac{e^{m(L-x)} + e^{-m(L-x)}}{e^{mL} + e^{-mL}} = \theta_0 \frac{\cosh(m(L-x))}{\cosh(mL)}$$

放出熱量:

$$Q = -kA\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = -kA\,\theta_0 \cdot \left.\frac{(-m)\cdot sinh(m(L-x))}{cosh(mL)}\right|_{x=0} = mkA\,\theta_0\, tanh(mL)$$

フィン効率

[フィン効率]≡[実際に伝達される熱量]／[フィンの全表面積がフィンの基底温度に等しいと仮定したとき伝達される熱量]

断熱条件の場合：

$$\eta_f = \frac{\sqrt{kAhP}\left(T_0 - T_\infty\right)\tanh(mL)}{h(PL)\left(T_0 - T_\infty\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{kA}{hP}}\,\frac{\tanh(mL)}{L}$$

フィン効率の計算

$$\eta_f = \sqrt{\frac{kA}{hP}}\frac{\tanh(mL)}{L} = \frac{\tanh(mL)}{mL}$$

ここで

$$m = \sqrt{\frac{hP}{kA}} = \sqrt{\frac{h(2z+2t)}{kzt}}$$

フィンの幅が十分大きいとすると、$z >> t$ であるから、

$$m = \sqrt{\frac{h(2z+2t)}{kzt}} \approx \sqrt{\frac{h2z}{kzt}} = \sqrt{\frac{2h}{kt}}$$

フィン先端での対流を考慮した有限長さのフィン効率

理想的な境界条件:

解1:温度境界条件

(フィンは無限長で先端の温度が周囲温度と等しい)

解2:断熱境界条件(フィン先端は断熱されている)

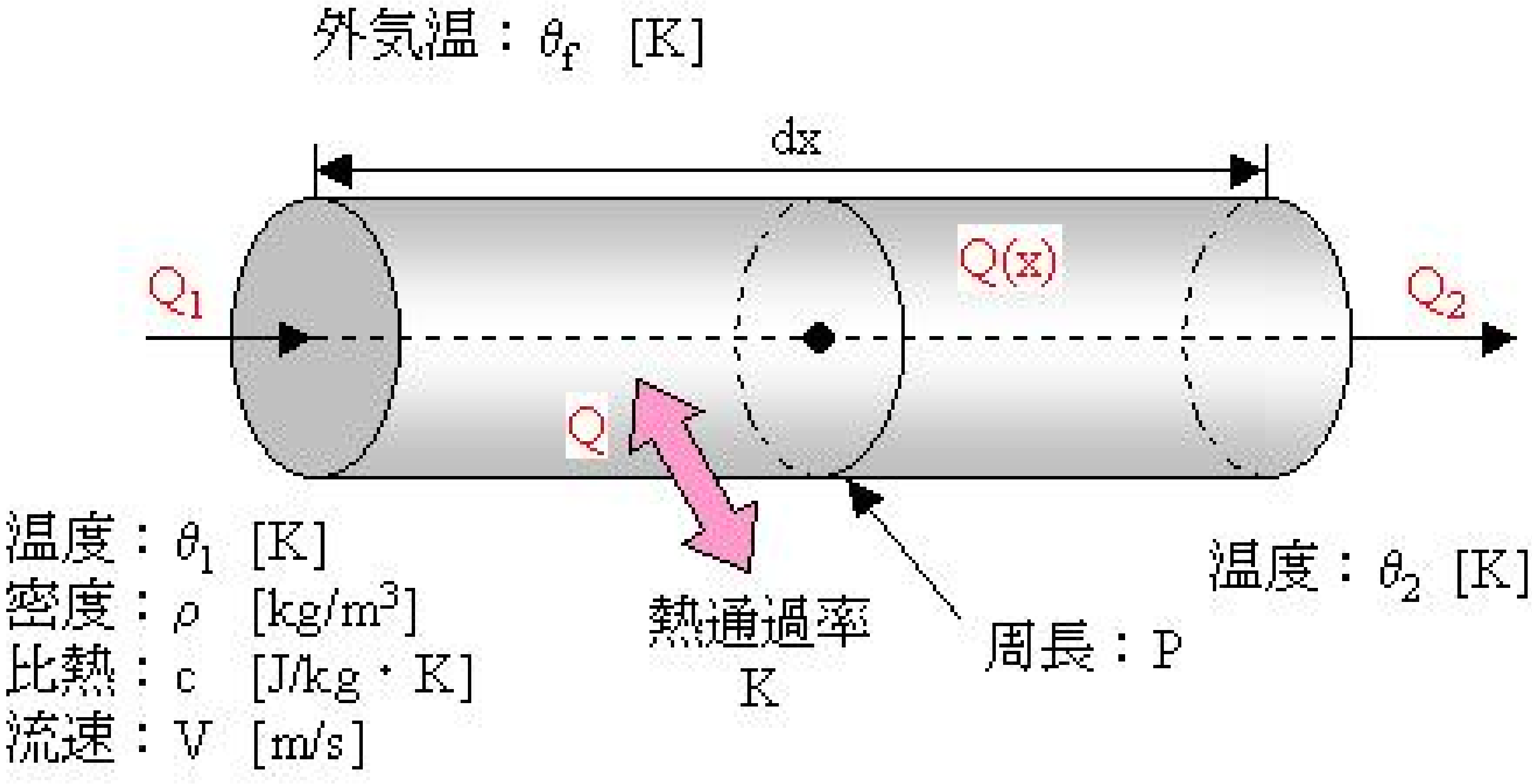
現実的な境界条件:

解3:フィンの長さは有限でフィン先端で対流により熱移動

近似解: $\eta_f = \dfrac{\tanh(mL_c)}{mL_c}$ ただし $\boxed{L_c = L + \dfrac{t}{2}}$

近似解の誤差 < 8% $\left(\sqrt{\dfrac{ht}{2k}} \le \dfrac{1}{2}\right)$

円管内外の熱伝達


外気温：θ_f [K]
dx
Q_1
Q(x)
Q_2
Q
温度：θ_1 [K]
密度：ρ [kg/m^3]
比熱：c [J/kg・K]
流速：V [m/s]
熱通過率
K
周長：P
温度：θ_2 [K]

円管内外の熱伝達

流入熱量: $Q_1 = \rho V c \theta_1$

流出熱量: $Q_2 = \rho V c \theta_2$

管壁からの吸熱・放熱: $Q_w = Pdx \cdot K\left(\theta - \theta_f\right)$

エネルギーバランス: $Q_1 = Q_2 + Q_w$

$$\rho V c \theta_1 = \rho V c \theta_2 + Pdx \cdot K\left(\theta - \theta_f\right)$$

$$d\theta = \theta_2 - \theta_1$$

$$\Delta\theta = \theta - \theta_f$$

$$a = \frac{KP}{\rho V c}$$

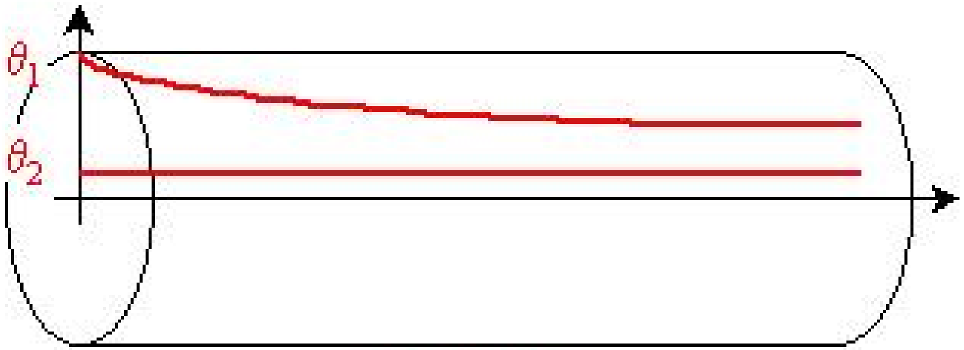
$$\downarrow$$

$$\frac{d\Delta\theta}{dx} + a \cdot \Delta\theta = 0$$

円管内外の熱伝達

$$\frac{d\Delta\theta}{dx} + a \cdot \Delta\theta = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta\theta = Ce^{-ax}$$

$$\theta(x) = (\theta_1 - \theta_f)\, e^{-ax} + \theta_f$$



温度分布

長さ l の円管の放熱量:

$$\theta\big|_{x=0} = \theta_1 = (\theta_1 - \theta_f) \times 1 + \theta_f = \theta_1$$

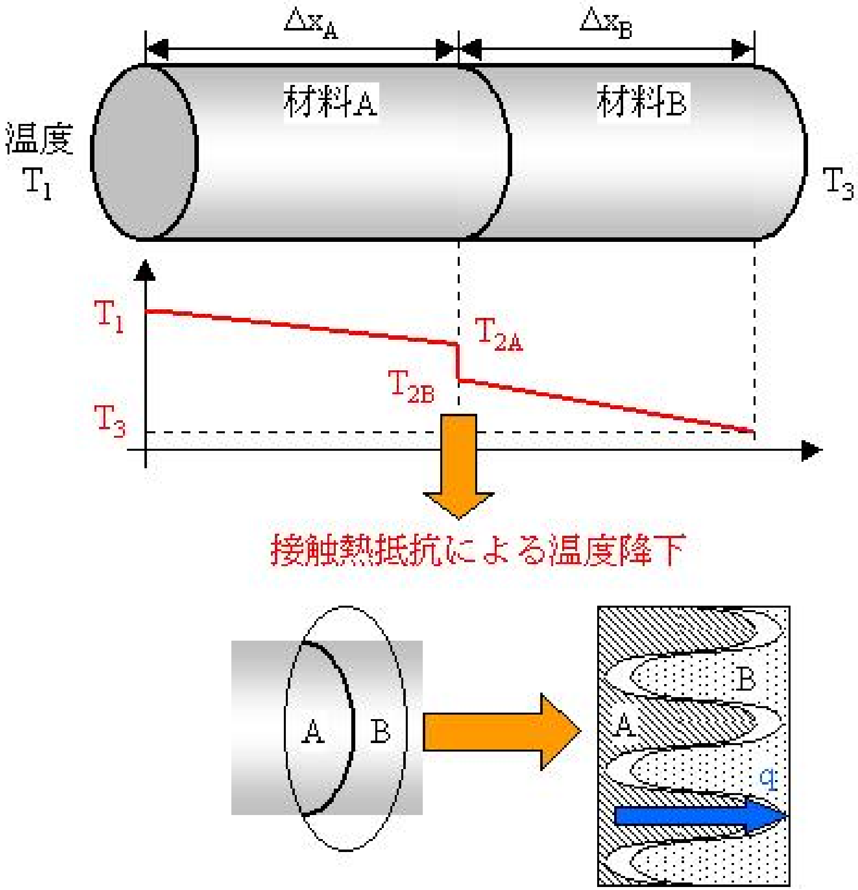
$$\theta\big|_{x=l} = \theta_2 = (\theta_1 - \theta_f) \times e^{-al} + \theta_f$$

$$\theta_1 - \theta_2 = (\theta_1 - \theta_f)(1 - e^{-al})$$

$$Q = \rho c V(\theta_1 - \theta_2)$$
$$= \rho c V(\theta_1 - \theta_f)(1 - e^{-al})$$

$$\therefore Q = \rho c V(\theta_1 - \theta_f)\left(1 - \exp\left(-\frac{KP}{\rho c V} l\right)\right)$$

接触熱抵抗



$$Q = -k_A A \frac{T_{2A} - T_1}{\Delta x_A}$$

$$Q = h_c A \left(T_{2A} - T_{2B}\right)$$

$$Q = -k_B A \frac{T_3 - T_{2B}}{\Delta x_B}$$

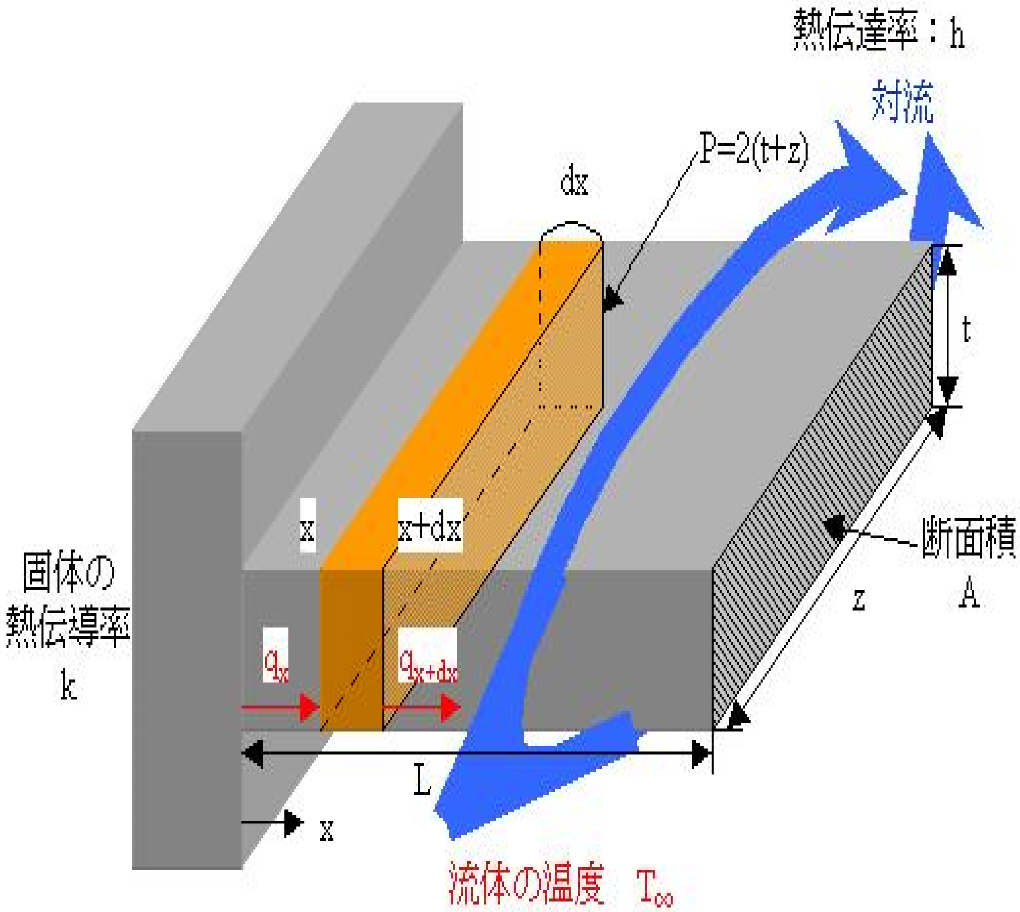
$$\downarrow$$

$$q = \frac{Q}{A} = \frac{T_3 - T_1}{\left(\dfrac{\Delta x_A}{k_A} + \dfrac{1}{h_c} + \dfrac{\Delta x_B}{k_B}\right)}$$

h_c ：接触熱伝達率

$1/h_c A$ ：接触熱抵抗

問題2-5



厚さt=3.0mm、長さL=7.5cmのアルミニウム製(k=200W/m·K)フィンが左図のように壁についている。フィンの根元は300℃に保たれ、周囲の温度は50℃、熱伝達率はh=10W/m²·Kである。フィンから放出される(z方向)単位幅あたりの放出熱量を計算しなさい。

回答の方針2-5

フィンからの放出熱量は:

$$Q = mkA\theta_0 \tanh(mL_c)$$

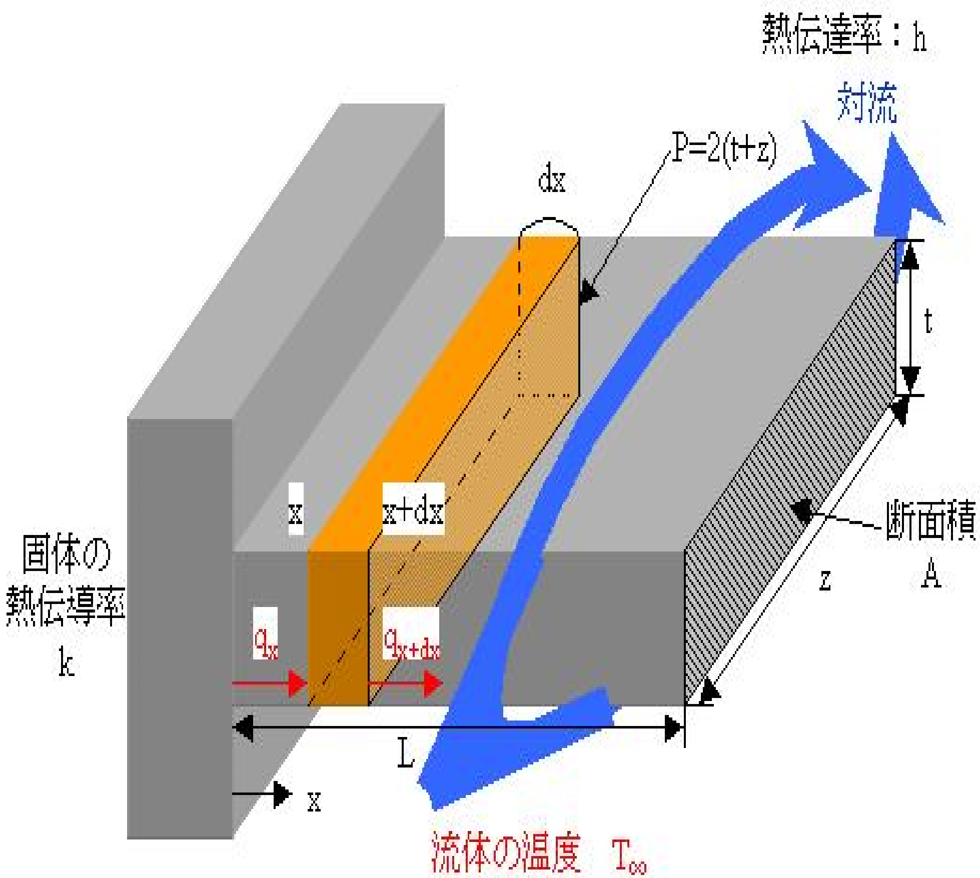
と表される。ただし

$$m = \sqrt{\frac{hP}{kA}} \approx \sqrt{\frac{2h}{kt}} =$$

$$L_c = L + \frac{t}{2} =$$

であるから

$$Q = mkA\theta_0 \tanh(mL_c) =$$



$$\tanh[(5.774)(0.0765)] = 0.415$$

問題2-6

200Aの電流が直径3mmのステンレス製(熱伝導k=19W/m·K)鋼線中を流れる。鋼の比抵抗を70μΩ·cm、鋼線の長さを1mとする。鋼線は110℃の液体に浸されており、熱伝達率は4kW/m^2·Kとする。ステンレス鋼の中心温度を計算しなさい。

問題2-6の回答指針

鋼線中での発熱量はオームの法則により:　$P = I^2 R$

鋼線の抵抗値は、比抵抗をρとすると:

$$R = \rho \frac{L}{A} = \qquad \Omega$$

よって鋼線からの全発熱量は:　$P = I^2 R = \qquad W$

この熱が液体中に放出されるから:

$$P = q = hA(T_w - T_\infty) \quad \text{より:} \quad T_w = \qquad {}^\circ C$$

一方、単位体積当たりの発熱量は:

$$\dot{q} = \frac{P}{V} = \frac{P}{\pi \cdot r_0^2 L} = \qquad W / m^3$$

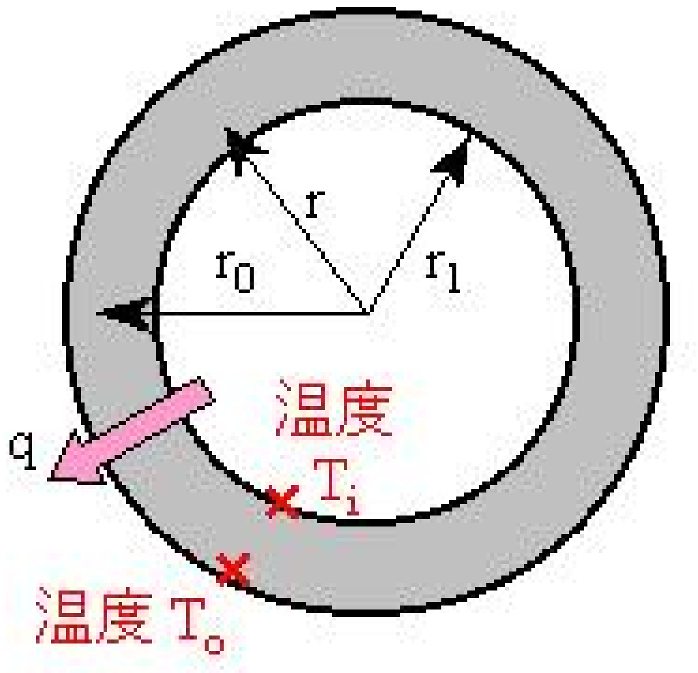
よって、鋼線の中心温度は:

$$T_0 = \frac{\dot{q}\, r_0^2}{4k} + T_w = \qquad {}^\circ C$$

問題2-7

発熱の無い球殻を通過する熱流束が、以下の式によって表されることを示しなさい。ただし、式の導出には、以下の図の記号を用いなさい。

$$Q_r = \frac{4\pi k(T_o - T_i)}{(1/r_o) - (1/r_i)}$$



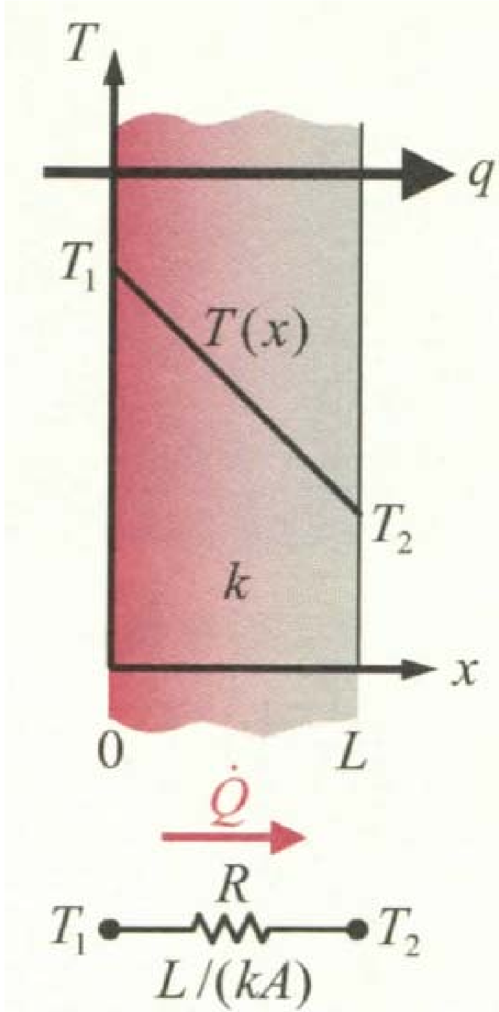
問題2-8

大きさ1 m ×0.5 m ×0.5 m の冷蔵庫を考える。この冷凍庫が厚さL = 5 cm の押出発泡ポリスチレン断熱材で覆われている。冷凍庫の外部壁面と内部壁面の温度をそれぞれT_1=20℃、T_2=−18℃とするとき、年間(t = 365×24×3600 s)の電力使用量を計算せよ。ただし、この冷蔵庫の成績係数(COP, Coefficient of Performance)を2とし、押出発泡ポリスチレン断熱材の熱伝導率はk=0.038[W/(m・K)]とする。
なお、成績係数は以下の関係式で表される。

$$COP = \frac{(\text{伝熱量})}{(\text{実際の電力使用量})}$$

問題2-9

図に示すような、厚さ20 mmのコンクリート(k=1.6 W/(m･K))の壁がある。内側の表面温度T_1が30℃、外側の表面温度T_2が5℃のとき、壁の面積1.5 m^{2}を通過する単位時間あたりの熱量を求めよ。



問題2-10

(a)　厚さ3 mmのガラス($k=1.1$W/(m・K))の窓がある。
室内温度T_i=20℃、外気温度T_0=-10℃として、外気への損失熱流束q_1を求めよ。ただし、室内側の熱伝達率h_i=5 W/(m²・K)、外気側への熱伝達率h_0=15W/(m²・K)とする。

(b)　このガラスの窓を厚さ5 mmの空気層(k_a=0.024W/(m・K))を含む二重ガラス(それぞれのガラスの厚さは3 mm)にした場合の損失熱流束q_2を求めよ。ただし、ガラス間の空気は静止しており、対流は無いものとする。