

平成29年度講義予定

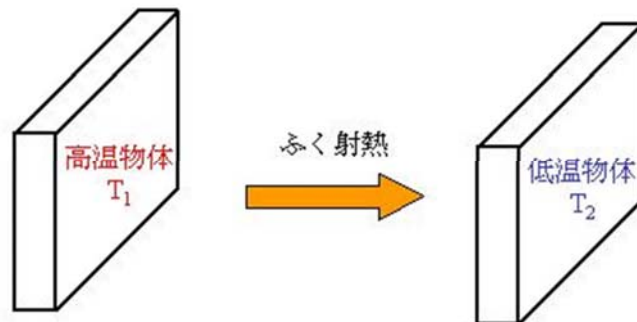
1. (10/ 4) 伝熱の応用と伝熱機器
2. (10/11) **輻射伝熱**
3. (10/18) 相変化を伴う伝熱
4. (10/25) 沸騰伝熱
5. (11/ 8) 流動沸騰
6. (11/15) 凝縮を伴う伝熱
7. (11/22) 熱交換器の基礎
8. (11/27(月)) [水曜日課] 物質伝達
9. (12/ 6) 蒸気タービン・ガスタービン複合発電
10. (12/13) 冷凍・空調・コジェネレーション
11. (12/20) 定期試験

輻射伝熱の基礎

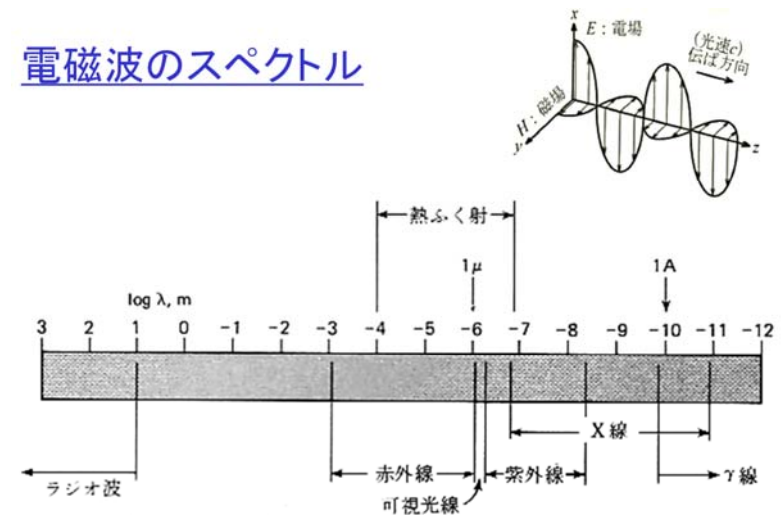
輻射の物理メカニズム

電磁波によるエネルギー伝播のうち、
温度差に基づいて生じる熱移動。

真空中でも熱移動できる



電磁波のスペクトル



$$c = \lambda \nu$$

c : 光速 (= $2.998 \times 10^8 [m/s]$)

λ : 波長 (cm), (m)

ν : 振動数

$$1(\text{\AA}) = 10^{-8}(\text{cm}) = 10^{-10}(\text{m})$$

$$1(\text{nm}) = 10^{-9}(\text{m})$$

$$1(\mu\text{m}) = 10^{-6}(\text{m})$$

輻射の放射機構

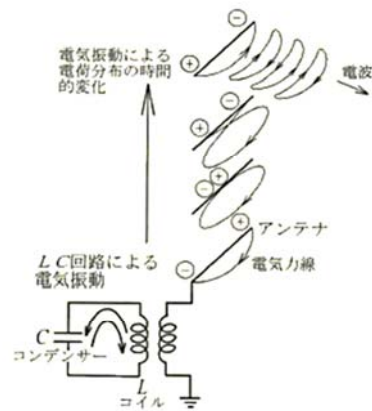


図 4.5 電波の放射機構 (文献(2))

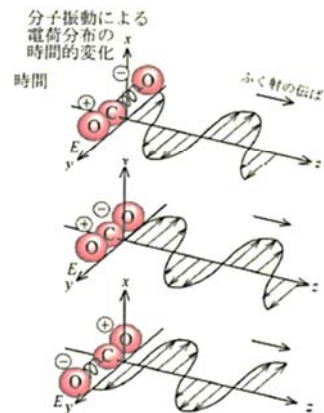


図 4.6 ふく射の放射機構 (模式図)

光の性質

熱ふく射は不連続な量子の形で伝播し、それぞれ、大きさEのエネルギーをもつ。

$$E = h\nu$$

プランク(Planck)の定数: $h = 6.625 \times 10^{-34} (J \cdot s)$

$$E = mc^2 = h\nu$$

$$m = \frac{h\nu}{c^2}$$

$$\text{運動量} = mc = \frac{h\nu}{c^2} c = \frac{h\nu}{c}$$

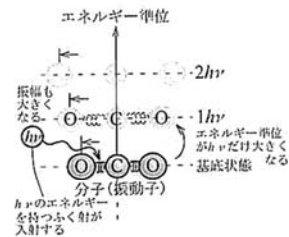
$$= \frac{h\nu}{\lambda\nu} = \frac{h}{\lambda} \quad (c = \lambda\nu)$$

ステファン・ボルツマン法則の導出

振動子が持つ平均エネルギー

(花村、伝熱、2009年10月号、pp.32-37)

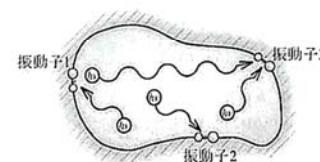
振動子の吸収とエネルギー準位



4つの最小エネルギーが3つの振動子に配分される組み合わせ

	1	2	3
振動子	○	○	○
15通りの分配組み合わせ	⊙		
		⊙	
			⊙
	⊙		
		⊙	
			⊙
	⊙		
		⊙	
			⊙
	⊙		
		⊙	
			⊙
	⊙		
		⊙	
			⊙

空洞内の振動子間でのエネルギー収支と放射



ふく射を放射・吸収する振動子が3つ、エネルギーhνが4つの場合、4つのhν粒子をキャッチボールして熱平衡を保っている。

無数の振動子と無数の最小エネルギーについて考えると、一つの振動子がエネルギー ε を持つ確率は、 $e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}$

温度 T における平均エネルギーの導出

有限個の P 個のエネルギー粒子を
N 個の振動子間に分配する組み合わせは、

$$W = \frac{(P+N-1)!}{P!(N-1)!}$$

であるから、エントロピー: S は、

$$S = k \ln(W) = k \ln \left(\frac{(P+N-1)!}{P!(N-1)!} \right)$$

P も N も十分に大きいと考え、
Stirling の公式を用いると

$$\begin{aligned} S &= k \ln \left(\frac{(P+N)^{P+N}}{P^P N^N} \right) \\ &= k \{ (N+P) \ln(P+N) - P \ln P - N \ln N \} \\ &= kN \left\{ \left(1 + \frac{P}{N}\right) \ln \left(1 + \frac{P}{N}\right) - \frac{P}{N} \ln \frac{P}{N} - \ln N \right\} \end{aligned}$$

ここで

$$\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon} = \frac{\left(\frac{E_T}{N}\right)}{\left(\frac{E_T}{P}\right)} = \frac{P}{N}$$

であるから

$$S = kN \left\{ \left(1 + \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon}\right) \ln \left(1 + \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon}\right) - \left(\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon}\right) \ln \left(\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon}\right) \right\}$$

E_T を内部エネルギーとすると
以下の熱力学の関係式が成り立つことから

$$\left(\frac{\partial S}{\partial E_T}\right)_V = \left(\frac{\partial S}{N \partial \varepsilon}\right)_V = \frac{1}{T}$$

エントロピーの式を上式に代入すると

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{N \partial \varepsilon}\right)_V = \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left[k \left\{ \left(1 + \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon}\right) \ln \left(1 + \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon}\right) - \left(\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon}\right) \ln \left(\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon}\right) \right\} \right]$$

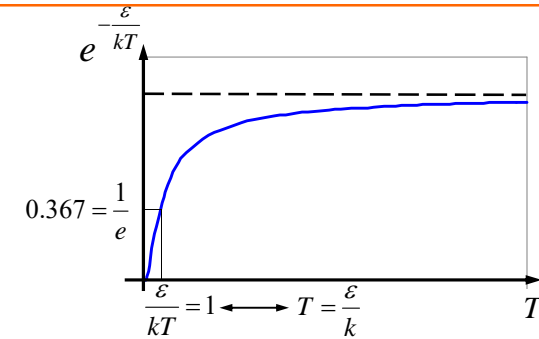
$$\frac{1}{T} = \frac{k}{\varepsilon} \ln \left(\frac{\varepsilon}{\bar{\varepsilon}} + 1 \right)$$

$$\therefore \bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\exp(\varepsilon/kT) - 1}$$

エネルギーが ε である確率からの導出

ボルツマン分布則より

$$\text{エネルギーが } \varepsilon \text{ である確率} \propto e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \left(= \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}}} \right)$$



温度 T における平均エネルギー; $\bar{\varepsilon}$ は、 $\varepsilon = nh\nu$ とすると、

温度 T における平均エネルギー: $\bar{\varepsilon}$

$\varepsilon = nh\nu$ とすると、

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_n \varepsilon_n \cdot e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}}}{\sum_n e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}}} = \frac{\sum_n (nh\nu) e^{-n\frac{h\nu}{kT}}}{\sum_n e^{-n\frac{h\nu}{kT}}} \quad \therefore \bar{\varepsilon} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$\text{ここで、} \quad \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n e^{-nx}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}} = \frac{e^{-x} + 2e^{-2x} + 3e^{-3x} + \dots}{1 + e^{-x} + e^{-2x} + e^{-3x} + \dots} = \frac{1}{e^x - 1}$$

$$\begin{aligned} \text{(証明)} \quad & (e^x - 1) \cdot (e^{-x} + 2e^{-2x} + 3e^{-3x} + \dots) \\ &= e^0 + 2e^{-x} + 3e^{-2x} + \dots \\ & \quad - e^{-x} - 2e^{-2x} - 3e^{-3x} - \dots \\ &= 1 + e^{-x} + e^{-2x} + e^{-3x} + \dots \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{e^x - 1} = \frac{e^{-x} + 2e^{-2x} + 3e^{-3x} + \dots}{1 + e^{-x} + e^{-2x} + e^{-3x} + \dots}$$

温度 T における平均エネルギー: $\bar{\varepsilon}$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad \text{において、} \quad \frac{h\nu}{kT} \ll 1 \quad \text{とすると、}$$

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} = 1 + \frac{h\nu}{kT} + \left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 + \left(\frac{h\nu}{kT}\right)^3 + \dots \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}$$

であるから、

$$\bar{\varepsilon} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \approx \frac{h\nu}{\left(1 + \frac{h\nu}{kT}\right) - 1} = kT$$

すなわち、温度 T における平均エネルギーは、 kT となる。

数密度エネルギー密度

平均エネルギー $\bar{\varepsilon}$ を有する振動子の数密度エネルギー密度 $U(\nu)$ は、
レーリー・ジーンズの式が以下で与えられることより

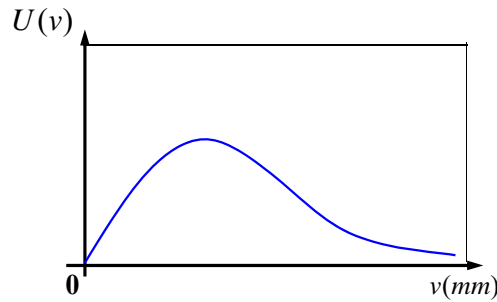
$$U(\nu)d\nu = \frac{8\pi kT}{c^3} \cdot \nu^2 d\nu = n(\nu) \cdot kT d\nu \quad n(\nu) = \frac{8\pi}{c^3} \cdot \nu^2$$

この式に

$$\bar{\varepsilon} = \frac{h\nu}{e^{kT} - 1} = kT$$

を代入することによって

$$U(\nu)d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \left(\frac{h\nu}{e^{kT} - 1} \right) \nu^2 d\nu \\ = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{kT} - 1} d\nu$$



輻射エネルギー密度(射出能)

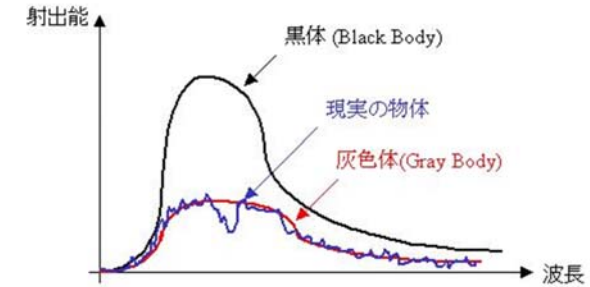
単位体積・単位波長当たりの輻射エネルギー密度 $E(\lambda)$ を

$$E(\nu) \equiv \frac{c}{4} U(\nu) \text{ と定義すると } \lambda \cdot \nu = c \text{ であるから}$$

$$E(\lambda)d\lambda = -E(\nu)d\nu \text{ ならびに } d\lambda = -\left(\frac{c}{\nu^2}\right)d\nu$$

より、以下の **プランクの法則** が導かれる

$$E(\lambda) = \frac{2\pi hc^2 \lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad \text{ボルツマン定数: } k = 1.38049 \times 10^{-23} \text{ (J/molecule} \cdot \text{K)}$$



プランクの法則の計算結果

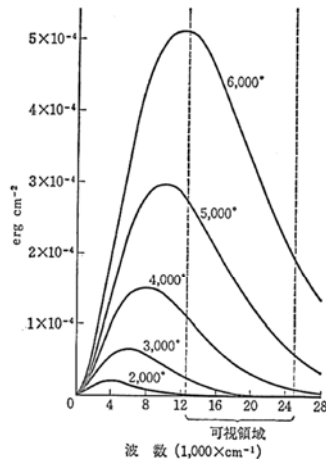


図 4.11 黒体放射の Planck の法則。縦軸は単位波数に対するエネルギー密度、横軸は波数。2000°K, 3000°K, 4000°K, 5000°K, 6000°K に対するものを示す。

ステファン・ボルツマンの法則の導出

輻射の全エネルギーは、

$$E = \int_0^{\infty} U(\nu) d\nu \\ = \int_0^{\infty} \frac{2\pi c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} d\lambda$$

ここで、

$$\frac{hc}{\lambda kT} = z \text{ とおくと, } \frac{1}{\lambda} = \frac{kT}{hc} z, d\lambda = -\frac{\lambda^2 kT}{hc} dz \text{ より}$$

$$E = \int_0^{\infty} \frac{2\pi c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^z - 1} \cdot \frac{kT \lambda^2}{hc} dz \\ = 2\pi \cdot kT \int_0^{\infty} \frac{1}{(e^z - 1)\lambda^3} dz$$

$$= 2\pi \cdot kT \cdot \left(\frac{kT}{hc}\right)^3 \int_0^{\infty} \frac{z^3}{(e^z - 1)} dz$$

$$= \frac{2\pi \cdot k^4 T^4}{c^2 h^3} \cdot \int_0^{\infty} \frac{z^3}{e^z - 1} dz = \frac{2\pi \cdot k^4 T^4}{c^2 h^3} \cdot \frac{\pi^4}{15}$$

ステファン・ボルツマンの法則の導出

ここで、積分公式より

$$\int_0^{\infty} \frac{z^3}{e^z - 1} dz = \frac{\pi^4}{15} \quad (\text{定数})$$

を用いている。

$$\therefore E = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4$$

いま、

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} \approx 5.67 \times 10^{-8} \text{ (W/m}^2 \cdot \text{K}^4\text{)}$$

(ステファン・ボルツマン定数)

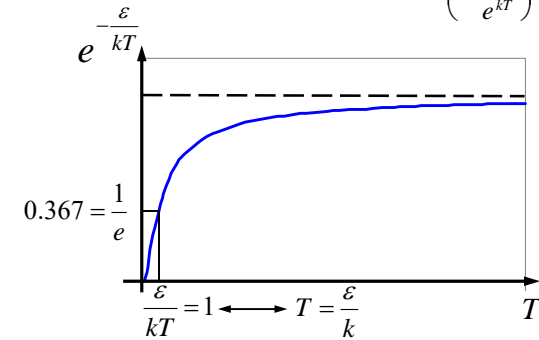
とおくと

$$E = \sigma \cdot T^4$$

(ステファン・ボルツマンの法則)

ステファン・ボルツマンの法則の導出のまとめ

エネルギーが ε である確率 $\propto e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \left(= \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}}} \right)$



$$E = \sigma \cdot T^4 \quad (\text{ステファン・ボルツマンの法則})$$

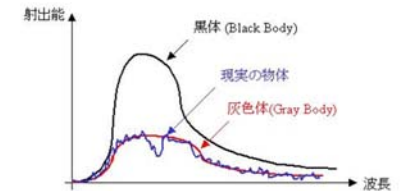
ステファン・ボルツマンの法則 を用いた伝熱評価

ステファン—ボルツマンの法則 (Stephan-Boltzman's law)

単位体積・単位波長当たりの放射エネルギー密度

↓ 全ての波長にわたって積分

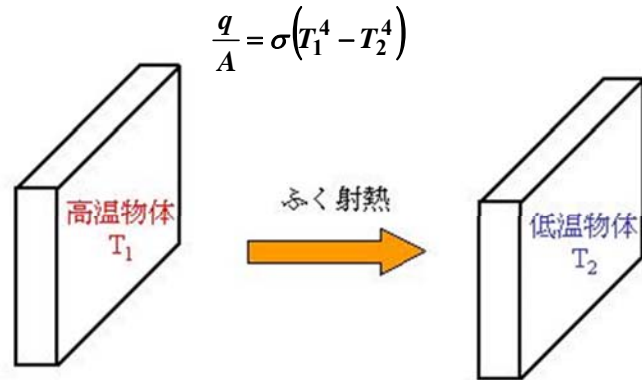
放射される全エネルギー



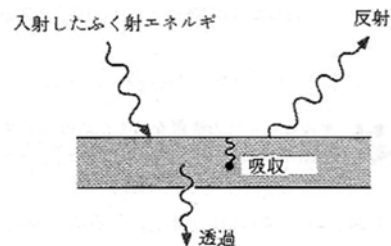
$$E_b = \sigma T^4$$

ステファン—ボルツマン係数: $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ (W/m}^2 \cdot \text{K}^4\text{)}$
 $= 4.88 \times 10^{-8} \text{ (kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{K}^4\text{)}$

ステファン—ボルツマンの法則を用いた 輻射伝熱の評価 高温物体から低温物体への輻射



輻射の性質



$$\rho + \alpha + \tau = 1$$

ρ : 反射率 (reflectivity)

α : 吸収率 (absorptivity)

τ : 透過率 (transmissivity)

全射出率と単色射出率の関係

$$\varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{b\lambda}}$$

$$\text{全射出率: } E = \int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{b\lambda} d\lambda$$

$$\text{単色射出率: } E_b = \int_0^\infty E_{b\lambda} d\lambda = \sigma T^4$$

より

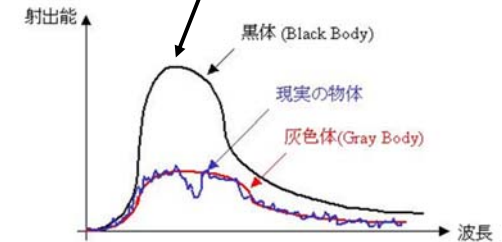
$$\varepsilon = \frac{E}{E_b} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{b\lambda} d\lambda}{\sigma T^4}$$

灰色体にたいしては、

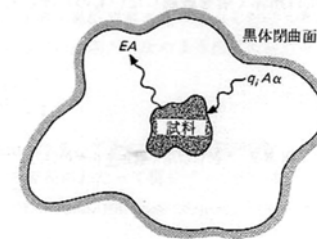
$$\varepsilon = \varepsilon_\lambda$$

ウィーンの変位則

$$\lambda_{\max} T = 2897.6 (\mu\text{m} \cdot \text{K}) \\ = 5215.6 (\mu\text{m} \cdot \text{R})$$



キルヒホッフ (Kirchhoff) の法則



黒体閉曲面内にある試料が熱平衡状態にあるとすると、試料からの熱放射と周囲からの熱の流入は等しい。すなわち

$$EA = q_i A \alpha$$

ここで A: 試料表面積

α : 試料の吸収率

一方、もしも試料を黒体とすると、吸収率は1であるから、熱放射と周囲からの熱の流入は $E_b A = q_i A (1)$

となる。上の2式を辺々割り算することによって、以下の式が得られる

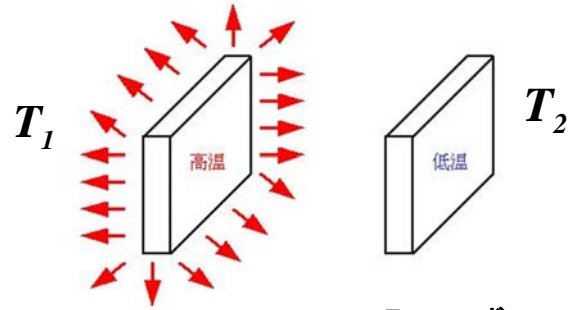
$$\frac{E}{E_b} = \alpha$$

いま、物体の射出率(emissivity)は以下により定義されるから:

$$\varepsilon \equiv \frac{E}{E_b} \quad \text{より} \quad \boxed{\varepsilon = \alpha} \text{ が成立する。}$$

これを、キルヒホッフ (Kirchhoff) の法則と呼ぶ

二平板間の熱輻射



$$q_{1 \rightarrow 2} = \varepsilon \cdot E_G \cdot \sigma A T_1^4$$

$$q_{2 \rightarrow 1} = \varepsilon \cdot E_G \cdot \sigma A T_2^4$$

形態係数と輻射率を等しいとすると、
面1から面2への輻射エネルギーは、

$$q = \varepsilon \cdot E_G \cdot \sigma A (T_1^4 - T_2^4)$$

ステファン-ボルツマン係数:

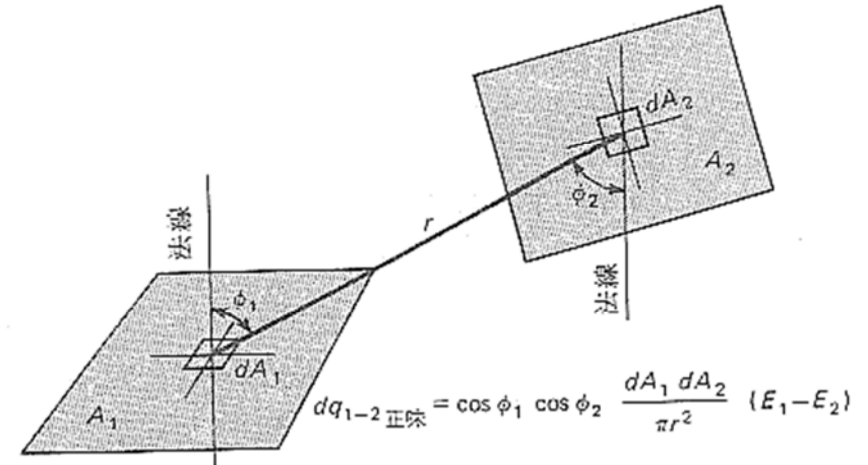
$$\sigma = 5.669 \times 10^{-8} (W/m^2 \cdot K^4)$$

$$= 4.88 \times 10^{-8} (kcal/m^2 \cdot h \cdot K^4)$$

E_G : 形態係数 (View Factor)

ε : 輻射率

形態係数



正味のエネルギー収支

面1を発生して面2に達するエネルギー: $E_{b1} A_1 F_{12}$

面2を発生して面1に達するエネルギー: $E_{b2} A_2 F_{21}$

より、正味のエネルギー収支は、

$$E_{b1} A_1 F_{12} - E_{b2} A_2 F_{21} = Q_{1-2}$$

いま、もし2面とも同一温度の場合を考えると、
熱移動はありえないから、

$$Q_{1-2} = 0 \text{ および } E_{b1} = E_{b2}$$

よって、 $A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$

従って、正味のエネルギー収支は、

$$Q_{1-2} = A_1 F_{12} (E_{b1} - E_{b2}) = A_2 F_{21} (E_{b1} - E_{b2})$$

輻射能と輻射強度の関係

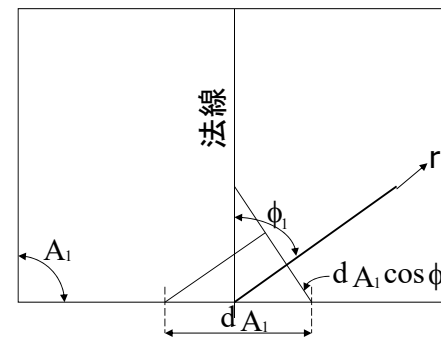
輻射強度: I_b

「ある特定の方向への単位射影面積、単位立体角当たり射出される輻射エネルギー」

dA_1 を発生して角度 ϕ_1 に向うエネルギー: $I_b dA_1 \cos \phi_1$

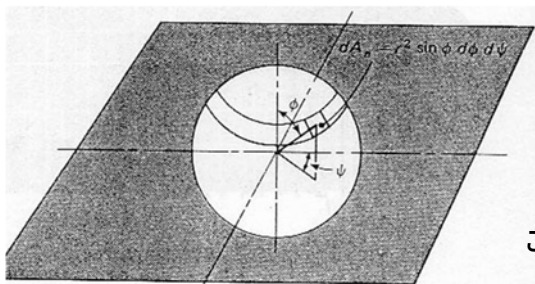
面 A_n の微小部分 dA_n に到達する輻射エネルギー:

$$I_b dA_1 \cos \phi_1 \frac{dA_n}{r^2}$$



形態係数の計算例(1)

球座標系における射出能と輻射強度の関係



面 A_n の微小部分 dA_n に到達する輻射エネルギー:

$$I_b dA_1 \cos \phi_1 \frac{dA_n}{r^2}$$

ここで、球座標系を考えると

$$dA_n = r \sin \phi \cdot d\psi r d\phi$$

$$E_b dA_1 = I_b dA_1 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \sin \phi \cos \phi d\phi d\psi$$

形態係数の計算例(1) 続き

球座標系における射出能と輻射強度の関係

いま

$$dA_1 = r \sin \phi d\phi r d\phi$$

であるから

$$E_b dA_1 = I_b dA_1 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \sin \phi \cos \phi d\phi d\phi$$

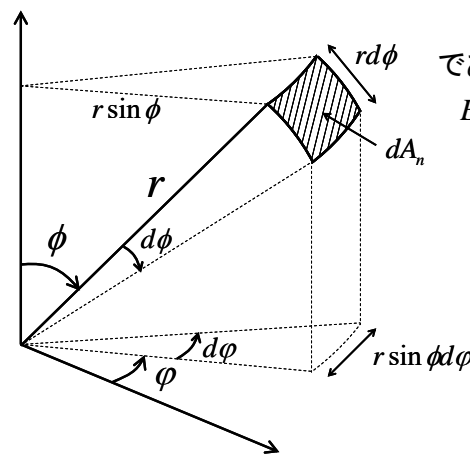
$$= I_b dA_1 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2\phi}{2} d\phi d\phi$$

$$= I_b dA_1 \left[\frac{-\cos 2\phi}{2} \right]_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} d\phi$$

$$= I_b dA_1 \left(\frac{1}{2} \right) \cdot 2\pi = \pi I_b dA_1$$

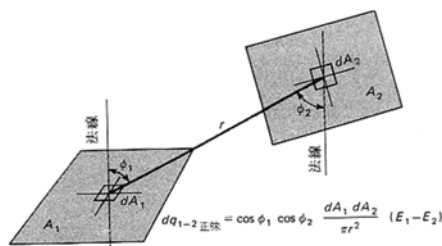
従って

$$E_b = \pi I_b \quad \text{または} \quad I_b = \frac{E_b}{\pi}$$



形態係数の計算例(2)

2面間のエネルギー収支



$$dA_n = \cos \phi_2 dA_2$$

面1を發して面2に達するエネルギー:

$$dq_{1-2} = \frac{E_{b1}}{\pi} (dA_1 \cos \phi_1) \left(\frac{dA_2 \cos \phi_2}{r^2} \right) = E_{b1} \cos \phi_1 \cos \phi_2 \frac{dA_1 dA_2}{\pi r^2}$$

面2を發して面1に達するエネルギー:

$$dq_{2-1} = E_{b2} \cos \phi_2 \cos \phi_1 \frac{dA_2 dA_1}{\pi r^2}$$

よって、正味のエネルギー収支は、

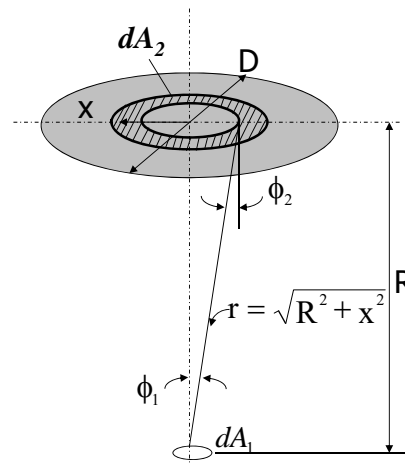
$$q_{net1-2} = (E_{b1} - E_{b2}) \int_{A_2} \int_{A_1} \cos \phi_1 \cos \phi_2 \frac{dA_1 dA_2}{\pi r^2}$$

A_1, A_2 の形状が分かれば積分可能

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$$

形態係数の計算例(3)

同心軸上の熱輻射



$$dA_2 = 2\pi x dx$$

$$dA_1 F_{dA_1-A_2} = dA_1 \int_{A_2} \cos^2 \phi_1 \frac{2\pi x dx}{\pi r^2}$$

$$r = (R^2 + x^2)^{1/2} \quad \text{および} \quad \cos \phi_1 = \frac{R}{(R^2 + x^2)^{1/2}}$$

$$dA_1 F_{dA_1-A_2} = dA_1 \int_{A_2} \left\{ \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{1/2}} \right\}^2 \cdot \frac{2x}{(R^2 + x^2)} dx$$

$$= -dA_1 \left[\frac{R^2}{R^2 + x^2} \right]_0^{D/2}$$

$$= -dA_1 \left(\frac{R^2}{R^2 + (D/2)^2} - \frac{R^2}{R^2} \right)$$

$$= dA_1 \frac{D^2}{4R^2 + D^2}$$

$$\therefore F_{dA_1-A_2} = \frac{D^2}{4R^2 + D^2}$$

輻射熱伝達率

$$q_{\text{対流}} = h_{\text{対流}} A (T_w - T_\infty)$$

$$q_{\text{放射}} = h_r A_r (T_1 - T_2)$$

$$q = (h_c + h_r) A_1 (T_w - T_\infty)$$

無限同心円筒2面間の輻射熱伝達率:

$$\frac{q}{A_1} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + (A_1/A_2)(1/\varepsilon_2 - 1)} = h_r (T_1 - T_2)$$

$$h_r = \frac{\sigma(T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)}{1/\varepsilon_1 + (A_1/A_2)(1/\varepsilon_2 - 1)}$$

ガス輻射

気体は輻射を透過する場合が多い

$$dI_\lambda = -a_\lambda I_\lambda dx$$

$$\int_{I_{\lambda 0}}^{I_{\lambda x}} \frac{dI_\lambda}{I_\lambda} = \int_0^x -a_\lambda dx$$

$$\frac{I_{\lambda x}}{I_{\lambda 0}} = e^{-a_\lambda x} \quad \text{ビアの法則 (Beer's law)}$$

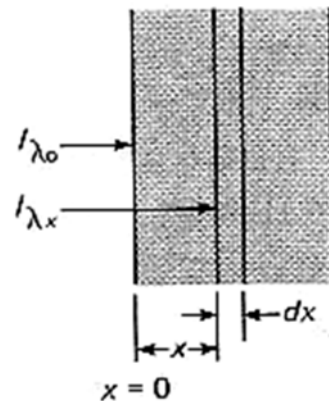
単色透過率: $\tau_\lambda = e^{-a_\lambda x}$

ガスに反射性がなければ、

$$\tau_\lambda + \alpha_\lambda = 1$$

であるから、吸収率は、

$$\alpha_\lambda = 1 - e^{-a_\lambda x}$$



ガス輻射 他

炎における放射伝熱の基礎式

ステファン-ボルツマンの法則:

$$E_b = \sigma T^4 \quad [W/m^2]$$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \quad [W/m^2 K^4]$$

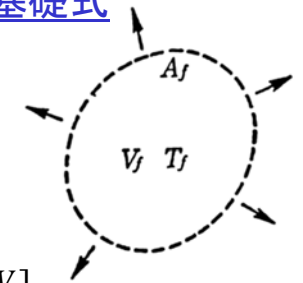
$$E = \varepsilon \sigma T^4 \quad [W/m^2]$$

炎からの放射エネルギー: $E = A_f \varepsilon_f \sigma T_f^4 [W]$

炎における放射係数: $\varepsilon_f = 1 - \exp(-aL)$

ここで $a = 0.6 \sim 0.8 \quad [1/m]$

$$L \doteq 0.62 \cdot V_f^{1/3}$$



$$V_f = \frac{4}{3} \pi L^3$$

$$L = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} V_f}$$

$$L = \sqrt[3]{0.239 V_f} = 0.62 \cdot V_f^{1/3}$$

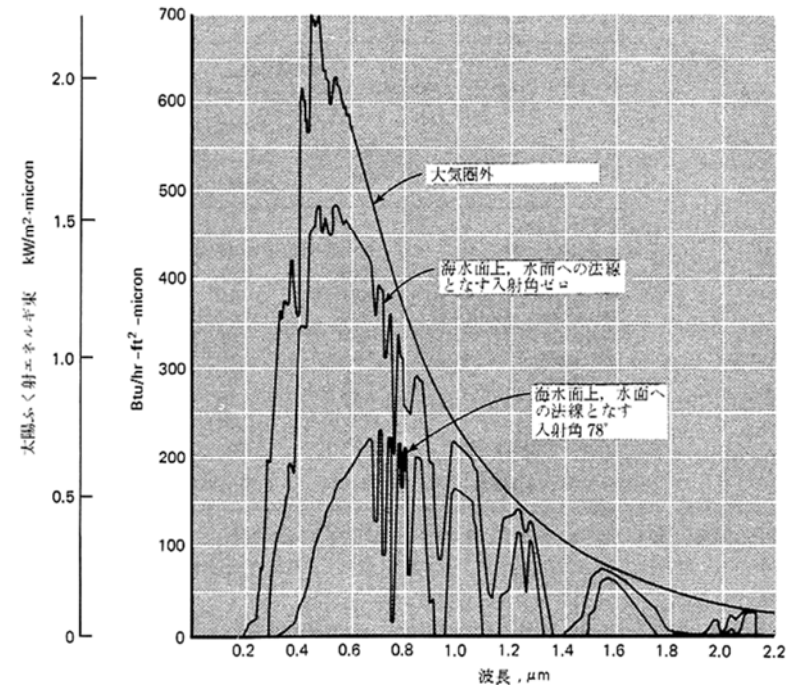
$L \geq 5[m]$ の場合、放射係数は $\varepsilon_f \cong 1$ であり、炎は同一温度の黒体とほぼ同量の放射エネルギーを放出しているとみなせる

(参考)太陽輻射

- 太陽輻射の強度は大気状態、季節、日光の地球表面への入射角度などの影響を強く受ける。
- 地球と太陽の距離が平均値にあるときの日光の全入射量 = 1395(W/m²) : **太陽定数**
- 太陽輻射と等価の輻射エネルギーを放出する黒体面の温度は、ウィーンの変位則

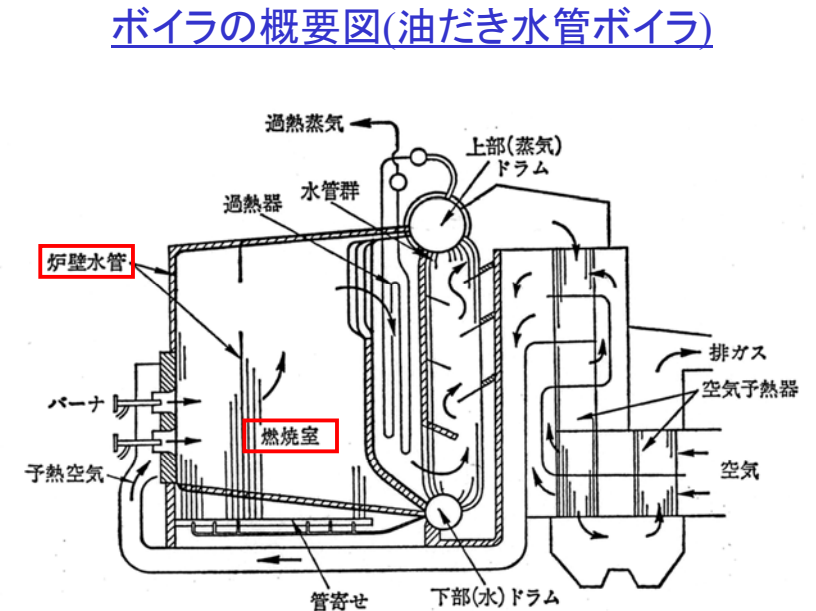
$$\lambda_{\max} T = 2897.6(\mu\text{m} \cdot \text{K})$$

- より、 $T = \frac{2897.6}{0.5} = 5795(\text{K})$

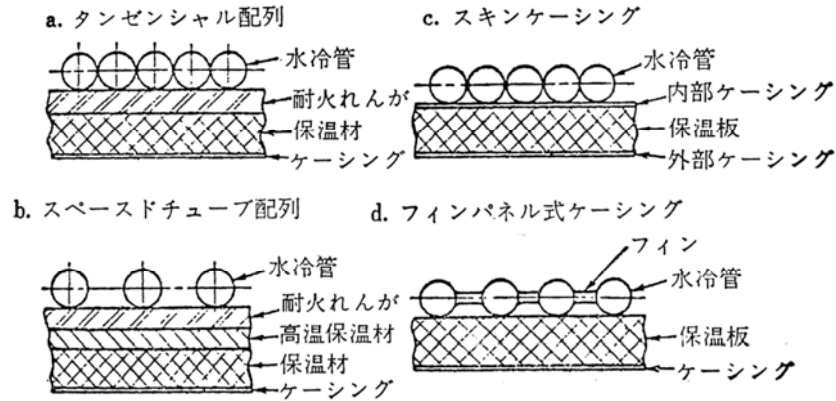


火力発電所の燃焼室と輻射伝熱 実際の計算例

植田辰洋「ボイラおよび蒸気原動機」(協立出版)



燃焼室の大きさと水冷炉壁構造



燃焼室出口ガス温度

- G_f : 燃料消費量 [kg(Nm³)/h]
- H_f : 燃料の低発熱量 [kcal/kg(Nm³)]
- η_c : 燃焼効率
- L_i : 理論空気量 [Nm³/kg(Nm³)]
- μ : 空気比
- V_g : 燃焼ガス量 [Nm³/kg(Nm³)]
- $c_g c_g$: 空気及び燃焼ガスの定圧比熱 [kcal/Nm³°C]
- c_f : 燃料の比熱 [kcal/Nm³°C]
- t_g, t_f : 燃料用空気および燃料の温度 [°C]
- t_{g0} : 燃焼温度 [°C]
- t_g : 燃焼室出口ガス温度 [°C]
- Q_R : 炎から炉壁水管への放射伝熱量

燃焼室の熱量バランス(炉壁断熱を仮定):

$$\eta_c G_f H_f + G_f c_f t_f + \mu L_i G_f c_a t_a = V_g G_f c_g t_{g0}$$

炎から炉壁水管への放射伝熱量を考慮:

$$\eta_c G_f H_f + G_f c_f t_f + \mu L_i G_f c_a t_a - Q_R = G_f H_g = V_g G_f c_g t_g$$

炎と炉壁冷却面との間の伝熱量

$$A_f F_{fc} = A_c F_{cf}$$

冷却面が黒体の場合 $\epsilon_c = 1$:

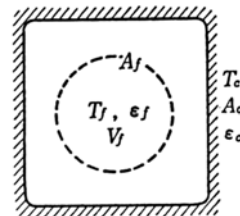
$$Q_R = q_{f \rightarrow c} - q_{c \rightarrow f} = A_c F_{cf} \epsilon_f \sigma (T_f^4 - T_c^4) = A_f \epsilon_f \sigma (T_f^4 - T_c^4)$$

冷却面が灰色体の場合:

$$Q_R = A_c F_{cf} \sigma (T_f^4 - T_c^4) = A_f F_{fc} \sigma (T_f^4 - T_c^4)$$

$$\frac{1}{F_{cf}} = \frac{1}{\epsilon_f} \left(\frac{A_c}{A_f} \right) + \left(\frac{1}{\epsilon_c} - 1 \right)$$

$$\frac{1}{F_{fc}} = \frac{1}{\epsilon_f} + \left(\frac{A_f}{A_c} \right) \left(\frac{1}{\epsilon_c} - 1 \right)$$



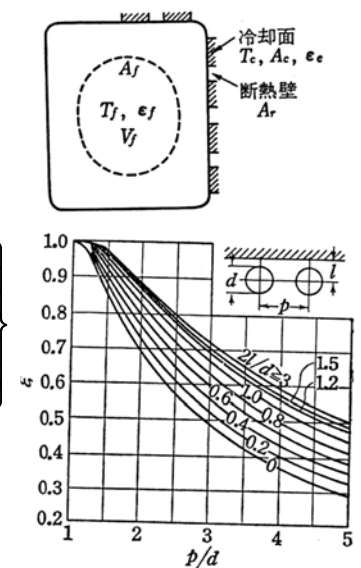
炎と炉壁冷却面との間の伝熱量

$$Q_R = A_c F_{cf} \sigma (T_f^4 - T_c^4)$$

$$\frac{1}{F_{cf}} = \frac{1}{F_{cf}^*} + \left(\frac{1}{\epsilon_c} - 1 \right)$$

$$F_{cf}^* = \epsilon_f \left(\frac{A_f}{A_T} \right) \left\{ 1 + \frac{A_r / A_c}{1 + \left(\frac{\epsilon_f}{A_T / A_f} - \epsilon_f \right) \left(\frac{1}{F_{rc}} \right)} \right\}$$

$$A_c = \xi \cdot z p l_p$$

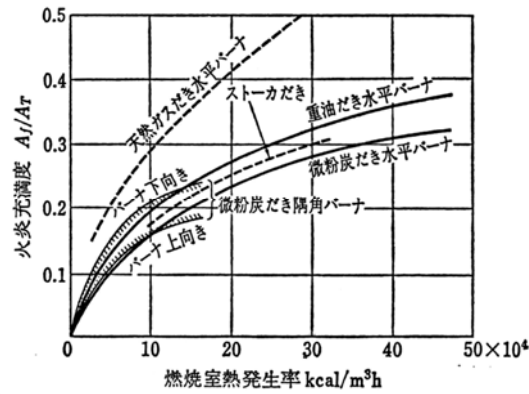


放射伝熱量の計算結果例

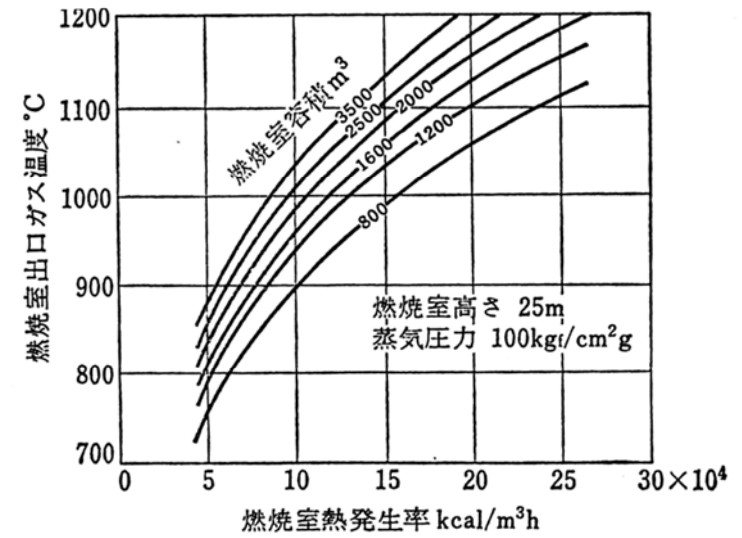
$$Q_R = \frac{A_f}{\frac{1}{\varepsilon_f} + \frac{A_f}{A_T} \left(\frac{1}{\varepsilon_T} - 1 \right)} \sigma (T_f^4 - T_c^4)$$

$$\varepsilon_T = \varepsilon_c \psi f_s$$

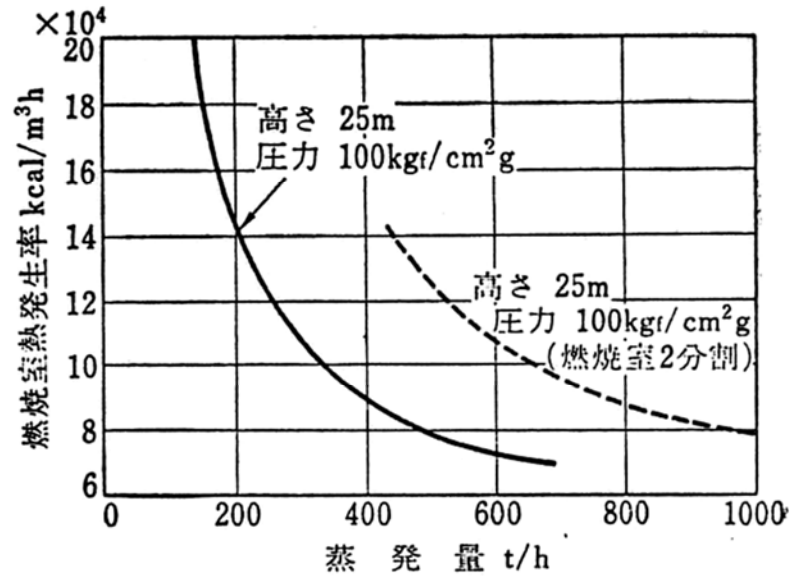
$$\psi = \frac{A_c}{A_T}$$



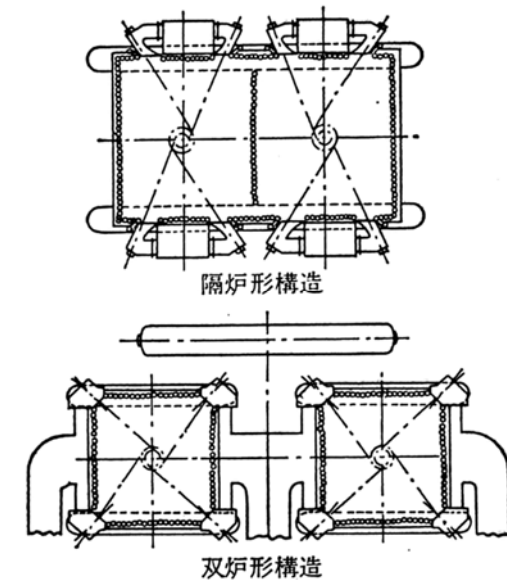
燃烧室熱発生率と出口ガス温度



蒸発量と許容熱発生率

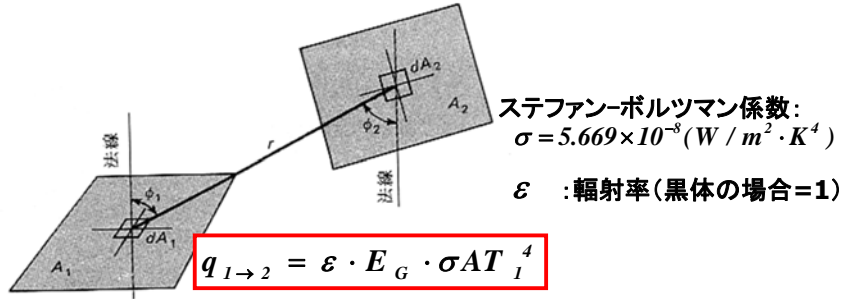


燃烧室の分割



問題6-1

- 面積および温度がそれぞれ $A=0.05\text{m}^2$ 、 $T_1=400\text{K}$ の黒体面1から、単位時間に黒体面2に吸収されるエネルギーを計算しなさい。ただし、形態係数を、 $E_G = 0.1$ とする。

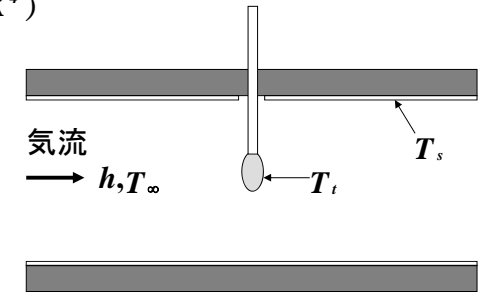


問題6-2

(ふく射が温度測定に与える影響)

ガラス管の中に入った水銀温度計(輻射率 $\varepsilon=0.9$)が金属でできた管内に釣り上げられて、 20°C の温度を示している。管内壁は断熱が悪く 5°C である。温度計の熱伝達率 h の値は $8.3\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$ とみなす。このとき真の室温はいくらか。ただし、ステファン-ボルツマン係数を、以下とする。

$$\sigma = 5.669 \times 10^{-8} (\text{W} / \text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$$



回答の方針6-2

$hA(T_\infty - T_t) = \sigma A \varepsilon (T_t^4 - T_s^4)$

$T_t = 20^\circ\text{C} = \square\text{K}$, $T_s = 5^\circ\text{C} = \square\text{K}$ の数値を代入すると

$$\square(T_\infty - \square) = (\square)(\square - \square)$$

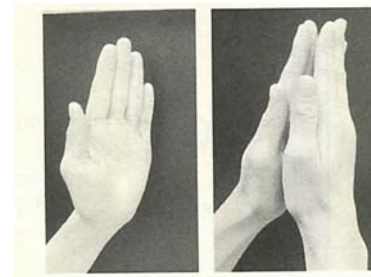
ゆえに

$$T_\infty = \square$$

本問のような簡単な例でも、温度計の誤差は $\square^\circ\text{C}$ もあることになる。

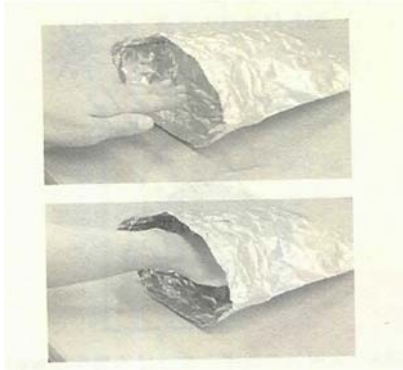
問題6-3

- 図の写真のように開いた左手に、同様に開いた右手を、触れないよう近づけると、左手はどのように感じるか。またそれはなぜか。



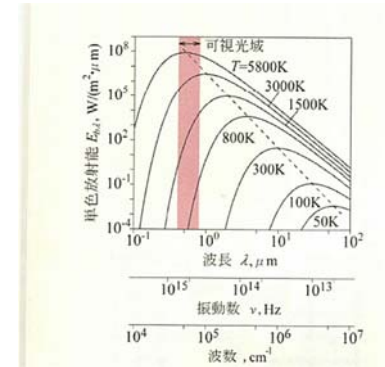
問題6-4

- アルミフォイルの菓子袋に手を入れる, (下図)と瞬時に温かく感じるのはなぜか.



問題6-5

- 暗闇で金属などを加熱した場合, 低温では赤熱しないが, 温度上昇とともに, 暗赤色→明赤色→黄色と色変化するのはなぜか.



問題6-6

- 太陽の表面温度は約5,800 Kである. それを黒体と考えた場合, 最大単色放射能の波長はいくらか. また, 36 °Cの人の体温ではどうか.
- ヒント ウィーンの変位則
- 単色放射能の最大値を与える波長は下式のようになる

$$\lambda_{\max} T = 2897.6 \mu m \cdot K$$

問題6-7

- 太陽エネルギー(1 kW/m²)が黒体面の屋根(4 m × 8 m)に降り注いでいるものとする(下図). 屋根温度が80 °Cの時正味として, 屋根が受け取るエネルギー量はいくらか. ここで, 対流による放熱が無視できるものとする.

