演習問題8－1

- ウラン235を燃料とし、水を減速材とする熱中性炉が1KWの出力で臨界状態にあったとする。この状態から増倍係数を0.001だけ増加させたとき、遅発中性子を考慮しないと、2秒後に原子炉の出力は何Wになるか。

演習問題8－1 解答

臨界状態より増倍係数を0.001上げると無限増倍率は

$$k_\infty = 1.000 \qquad \rightarrow \qquad k_\infty = 1.001$$

となる。^{235}U－水系において、即発中性子の寿命l_Pは、[sec]だから原子炉ペリオドTは

$$T = \frac{l_P}{k_\infty - 1} = \frac{10^{-4}}{1.001 - 1} = 0.1$$

臨界状態での核分裂数をN(0)とすると、増倍係数を上げた1[sec]後の核分裂数N(1)は、

$$\begin{aligned} N(1) &= N(0) \cdot e^{(1.0/0.1)} \\ &= N(0) \cdot e^{10.0} \\ &= 22026.5 \cdot N(0) \end{aligned}$$

となる。なので1[sec]後の出力は、増倍係数を上げた時点における出力1[kW]の22026.5倍になっている。よって22026.5[kW]=22.0265[MW]となる。

演習問題8－2

- 臨界状態にあるウラン235を燃料とし水を減速材とする熱中性炉において、増倍係数を0.001だけ増加させたとき、遅発中性子を考慮した場合、出力が2倍になるのに、何秒かかるか評価しなさい。

演習問題8－2 解答

遅発中性子の寿命lは、第群の遅発中性子割合を、第群の遅発中性子寿命を

t_i とすると

$$l = l_P + \sum_{i=1}^{6} \beta_i t_i$$

で与えられる。^{235}U－水系においては、$\sum_{i=1}^{6} \beta_i t_i \approx 0.085 \quad l_P \approx 10^{-4}$ なので、

$$l = 10^{-4} + 0.085 \approx 0.085$$

よって原子炉ペリオドTは

$$T = \frac{0.085}{1.001 - 1} = 85$$

出力を2倍、すなわち核分裂数を2倍としたいのだから

$$\frac{N(t)}{N(0)} = \exp(\frac{t}{T}) = \exp(\frac{t}{85}) = 2$$

よって、t=69.315[sec]である。

演習問題8－3

- 遅発中性子先行核濃度の時間変化方程式と時間依存拡散方程式より1点炉動特性方程式を導け。

演習問題8－3 解答 (1/4)

中性子の時間依存拡散方程式は

$$\frac{1}{v}\frac{\partial \phi(r,t)}{\partial t} = D\nabla^2\phi(r,t) - \Sigma_a\phi(r,t) + S \qquad ①$$

遅発中性子先行核濃度の時間変化方程式は

$$\frac{\partial C_i(r,t)}{\partial t} = \beta_i v\Sigma_f\phi(r,t) - \lambda_i C_i(r,t) \qquad ②$$

である。ここで、中性子源は以下のように表される。

$$S(r,t) = (1-\beta)v\Sigma_f\phi(r,t) + \sum_{i=1}^{6}\lambda_i C_i(r,t) \qquad ③$$

式③を式①に代入すると、

$$\frac{1}{v}\frac{\partial \phi(r,t)}{\partial t} = D\nabla^2\phi(r,t) - \Sigma_a\phi(r,t) + (1-\beta)v\Sigma_f\phi(r,t) + \sum_{i=1}^{6}\lambda_i C_i(r,t) \qquad ④$$

ここで、

$$\phi(r,t) = v\cdot n(t)\cdot\varphi_1(r) \qquad C_i(r,t) = C_i(t)\cdot\varphi_1(r) \qquad ⑤$$

と仮定する。ただし、はバックリングをとして次式を満たすものとする。

演習問題8－3 解答 (2/4)

$$\nabla^2\varphi_1(r)+B_g^2\varphi_1(r)=0 \qquad ⑥$$

式⑤を式②, ④に代入すると、

$$\varphi_1(r)\frac{dC_i(t)}{dt}=\beta_i\nu\Sigma_f v\cdot n(t)\cdot\varphi_1(r)-\varphi_1(r)\cdot\lambda_i C_i(t) \qquad ⑦$$

$$\frac{v\cdot\varphi_1(r)}{v}\frac{dn(t)}{dt}=Dv\cdot n(t)\cdot\nabla^2\varphi_1(r)-\Sigma_a v\cdot n(t)\cdot\varphi_1(r)$$
$$+(1-\beta)\nu\Sigma_f v\cdot n(t)\cdot\varphi_1(r)+\sum_{i=1}^{6}\lambda_i C_i(t)\cdot\varphi_1(r) \qquad ⑧$$

また、無限増倍率、実効増倍率、拡散面積ならびに有限体系での中性子寿命は次式で与えられる。

無限増倍率 : $k_\infty=\dfrac{\nu\Sigma_f}{\Sigma_a}$　　実効増倍率 : $k=\dfrac{k_\infty}{1+L^2B_b^2}$

拡散面積 : $L^2=\dfrac{D}{\Sigma_a}$　　有限体系での中性子寿命 : $l\equiv\dfrac{1}{v\Sigma_a(1+L^2B_g^2)}$

演習問題8－3 解答 (3/4)

これらを考慮に入れながら式⑦、式⑧を変形する。式⑦は

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \beta_i \nu\Sigma_f v \cdot n(t) - \lambda_i C_i(t) \qquad ⑨$$

有限体系での中性子寿命の式より

$$l = \frac{k}{v\Sigma_a k_\infty} = \frac{k}{v\nu\Sigma_f} \qquad ⑩$$

よって式⑨は

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \beta_i(\nu\Sigma_f v) \cdot n(t) - \lambda_i C_i(t) = \frac{k}{l}\beta_i \cdot n(t) - \lambda_i C_i(t) \qquad ⑪$$

また、式⑧に式⑥を代入すると、

$$\frac{v \cdot \varphi_1(r)}{v}\frac{dn(t)}{dt} = -B_g^2 Dv \cdot n(t) \cdot \varphi_1(r) - \Sigma_a v \cdot n(t) \cdot \varphi_1(r)$$

$$+ (1-\beta)\nu\Sigma_f v \cdot n(t) \cdot \varphi_1(r) + \sum_{i=1}^{6} \lambda_i C_i(t) \cdot \varphi_1(r)$$

$$\frac{dn(t)}{dt} = \left[-B_g^2 Dv - \Sigma_a v + (1-\beta)\nu\Sigma_f v\right] \cdot n(t) + \sum_{i=1}^{6} \lambda_i C_i(t) \qquad ⑫$$

演習問題8－3 解答 (4/4)

ここで、実効増倍率の式より　$k = k_\infty / \dfrac{1}{v\Sigma_a l} = k_\infty v\Sigma_a l = \nu\Sigma_f l$

よって式⑫は、

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{(1-\beta)k - (B_g^2 Dv + \Sigma_a v)l}{l} \cdot n(t) + \sum_{i=1}^{6} \lambda_i C_i(t) \qquad ⑬$$

ここで、有限体系での中性子寿命の式より

$$l = \frac{1}{v\Sigma_a(1+L^2B_g^2)} = \frac{1}{v\Sigma_a(1+\dfrac{D}{\Sigma_a}B_g^2)} = \frac{1}{v(\Sigma_a + B_g^2)} \qquad ⑭$$

となり、最終的に式⑬は

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{(1-\beta)k - 1}{l} \cdot n(t) + \sum_{i=1}^{6} \lambda_i C_i(t)$$

改めて書き直すと、

$$\begin{cases} \dfrac{dn(t)}{dt} = \dfrac{(1-\beta)k - 1}{l} \cdot n(t) + \displaystyle\sum_{i=1}^{6} \lambda_i C_i(t) \\ \dfrac{dC_i(t)}{dt} = \dfrac{k}{l}\beta_i \cdot n(t) - \lambda_i C_i(t) \end{cases} \qquad ⑮$$

この式が1点炉動特性方程式である。

演習問題8－4

- １点炉動特性方程式から、

$$A\omega = A\frac{(\rho_0 - \beta)}{\Lambda} + \sum_{i=1}^{6}\lambda_i C_i$$

$$C_i\,\omega = \frac{\beta_i}{\Lambda}A - \lambda_i C_i \qquad (\ i = 1 \sim 6\ )$$

- 反応度方程式を導け。

$$\rho_0 = \omega\Lambda + \sum_{i=1}^{6}\frac{\omega\,\beta_i}{\omega + \lambda_i}$$

- ただし、以下の式を用いてよい。

$$\beta = \sum_{i=1}^{6}\beta_i$$

演習問題8－4　解答(1/2)

- $C_i\,\omega = \dfrac{\beta_i}{\Lambda} A - \lambda_i C_i$　（ $i = 1 \sim 6$ ）　から、

$$C_i = \frac{A}{\Lambda}\frac{\beta_i}{(\omega + \lambda_i)} \qquad (\ i = 1 \sim 6\ )$$

- $\boldsymbol{A\omega = A\dfrac{(\rho_0 - \beta)}{\Lambda} + \sum_{i=1}^{6} \lambda_i C_i}$　に代入すると、

$$A\omega = A\frac{(\rho_0 - \beta)}{\Lambda} + \sum_{i=1}^{6} \lambda_i \frac{A}{\Lambda}\frac{\beta_i}{(\omega + \lambda_i)}$$

$$\Lambda\omega = \rho_0 - \beta + \sum_{i=1}^{6} \lambda_i \frac{\beta_i}{(\omega + \lambda_i)}$$

演習問題8－4　解答(2/2)

- $\beta = \sum_{i=1}^{6} \beta_i$　　から、

$$\Lambda\omega = \rho_0 - \sum_{i=1}^{6}\beta_i + \sum_{i=1}^{6}\lambda_i \frac{\beta_i}{(\omega+\lambda_i)}$$

$$\Lambda\omega = \rho_0 - \sum_{i=1}^{6}\frac{\omega\beta_i}{(\omega+\lambda_i)}$$

$$\therefore \rho_0 = \Lambda\omega + \sum_{i=1}^{6}\frac{\omega\beta_i}{(\omega+\lambda_i)}$$

演習問題8−5

- 原子炉に大きな負の反応度を加えた場合、原子炉の出力が低下する最大のペリオドは幾らになるか。
- 原子炉に正の反応度が加わったとき、即発中性子のみで臨界（即発臨界、Prompt critical）となる条件は何か。その時の反応度の数値ならびにドル単位の値は幾らになるか。