問題3-1

平均熱伝導率が、k_A=1.3[W/m・K]の材料で作られた厚さΔX_A=10[mm]の壁がある。この壁に、平均熱伝導率が、k_B=0.35[W/m・K]の断熱材をつけ、1m^{2}当たりの熱損失を1830[W]以下にしたい。壁の内側の表面温度を1300℃とし、断熱材の外側の温度を30[℃]と仮定するとき、必要となる断熱材の厚さΔX_Bをもとめなさい。

問題3-2

一様な熱源q(W/m^3)が分布した厚さ2L、熱伝導率が、k[W/m・K]の平板壁がある。片面の温度をT_1 [℃]とし、もう一方の面の温度をT_2 [℃]に保つとき、平板壁内での温度分布を導け。

問題3-3

長さが20m、直径3.2cmのステンレス鋼製針金に100Vの電圧がかかっている。針金の外表面温度が93℃であるとき、針金の中心温度を計算せよ。ただし、ステンレス製の針金の熱伝導率を k=22.5[W/m・K]とし、鋼の比抵抗を70[μΩ・cm]とする。

解法手順3-1

単位面積あたりの熱流量は、フーリエの法則より

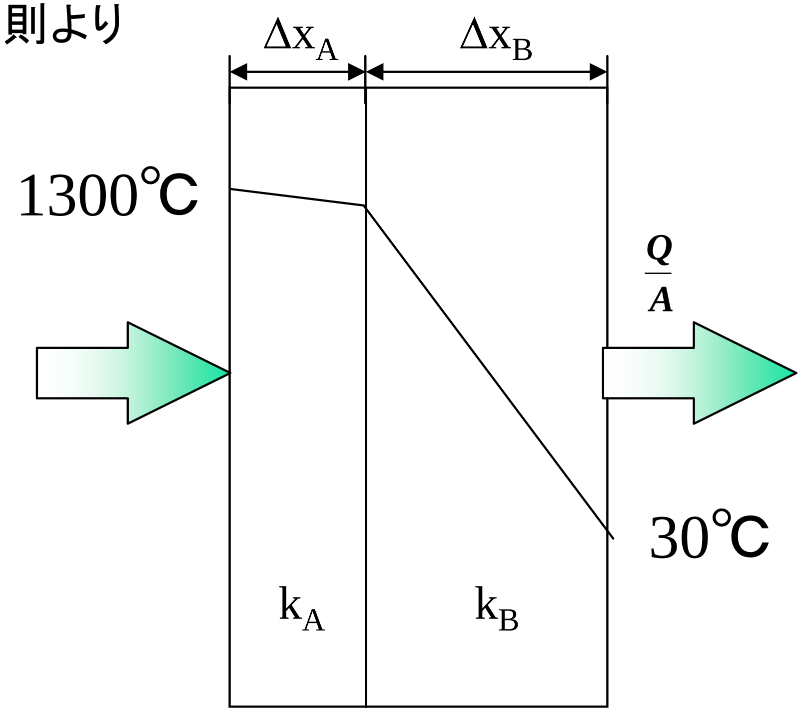
$$\frac{Q}{A}=\frac{T_1-T_3}{\Delta x_A/k_A+\Delta x_B/k_B}$$

これをΔx_Bに対して解けば、元の式は

$$\Delta x_B=$$

ゆえに必要な断熱材の厚さは、

$$\Delta x_B= \qquad [cm]$$



回答3-2の解法の方針

温度分布を支配する式は、熱伝導方程式より

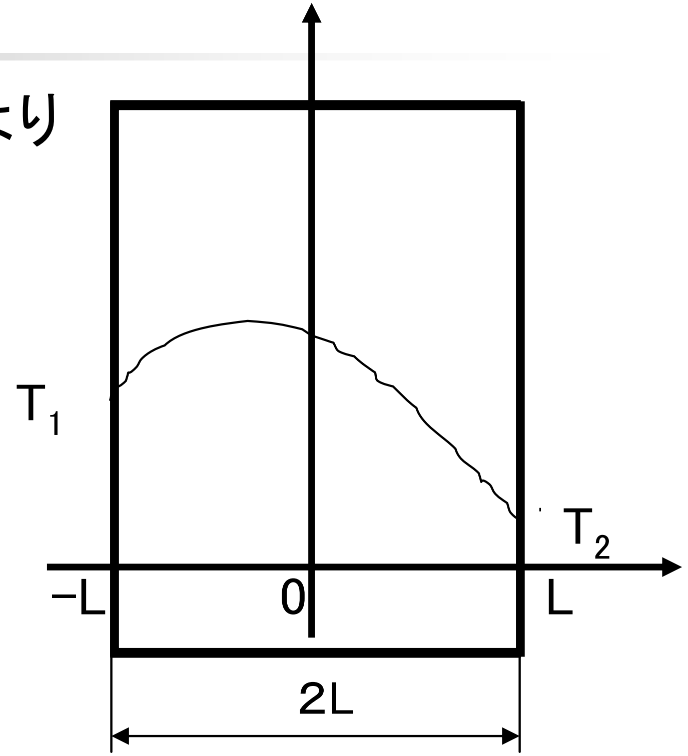
$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{q}{k} = 0$$

境界条件は

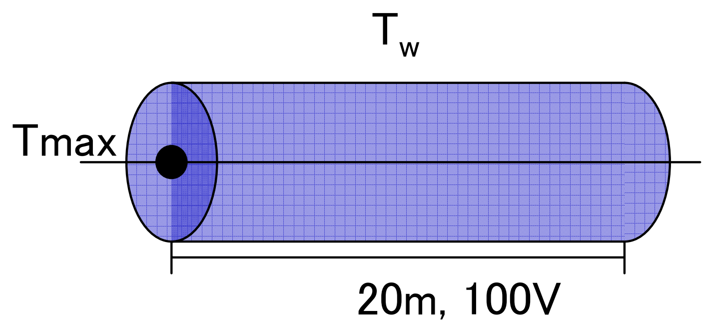
$$x = -L \quad : \quad T = T_1$$

$$x = L \quad : \quad T = T_2$$

ゆえに解は



問題3-3解法手順



導線の単位体積当たりの発熱量は、オームの法則より

$$\dot{q} = \frac{E^2}{V \cdot R} = \frac{E^2}{\pi r^2 L} \cdot \frac{\pi r^2}{\rho L} = \frac{E^2}{\rho L^2}$$

熱伝導方程式の解より、中心温度T_{max}は

$$T(r) = T_{\max} - \frac{\dot{q}}{4k} r^2$$

より、以下の式から求められる

$$\therefore \frac{r^2 \dot{q}}{4k} = \frac{r^2 E^2}{4k\rho L^2} =$$

$$\therefore T_{max} = \frac{r^2 \dot{q}}{4k} + T_w =$$

単位体積当りの発熱量： $\dot{q} = W / V$

電力： $W = \dfrac{E^2}{R}$

体積： $V = \pi r^2 L$

電圧： E

抵抗： $R = \rho \dfrac{L}{\pi r^2}$

長さ： L

半径： r

回答3-1

単位面積あたりの熱流量は、フーリエの法則より

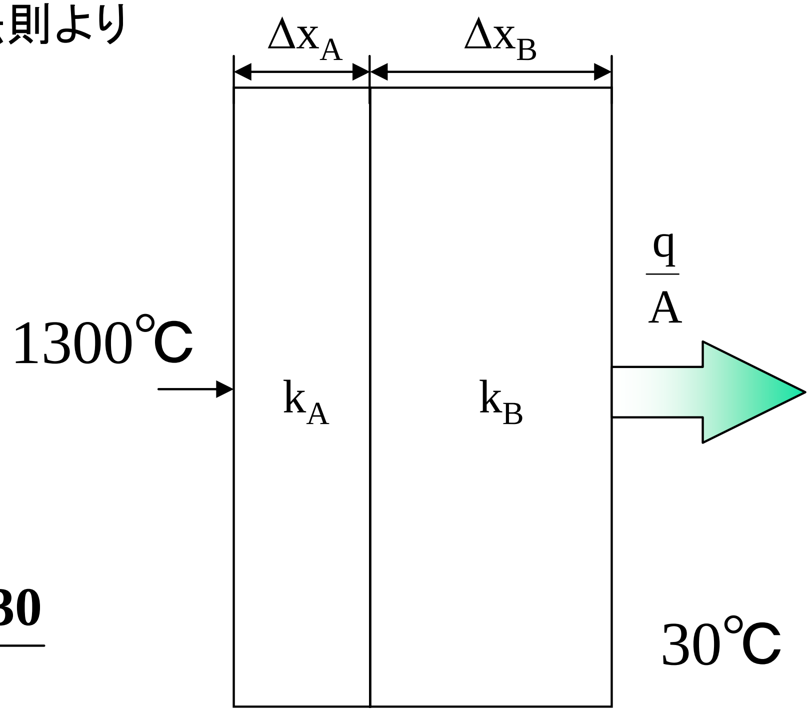
$$\frac{Q}{A}=\frac{T_1-T_3}{\Delta x_A/k_A+\Delta x_B/k_B}$$

これをΔx_Bに対して解けば

$$\Delta x_B=-\frac{k_B}{k_A}\Delta x_A+k_B\frac{T_1-T_3}{q/A}$$

ゆえに必要な断熱材の厚さは

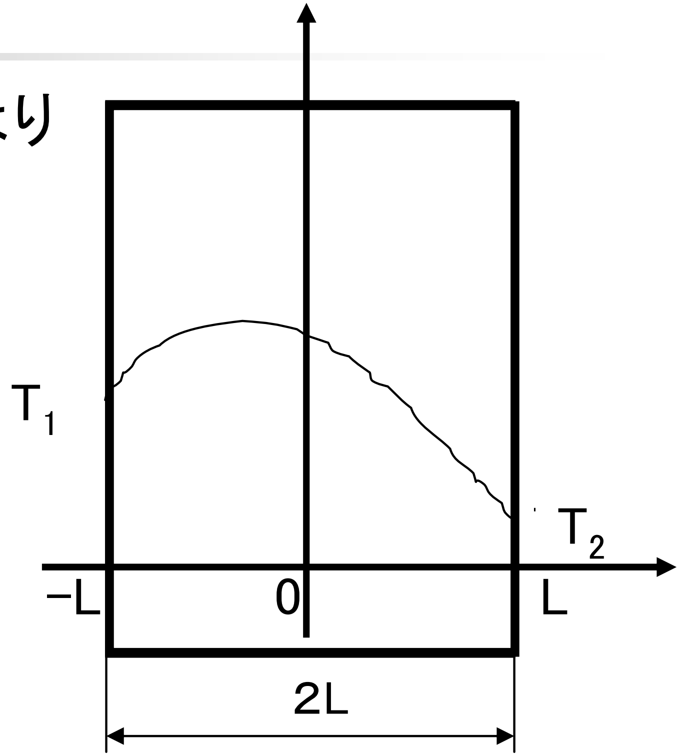
$$\Delta x_B=-\frac{0.35}{1.3}\cdot(0.01)+(0.35)\cdot\frac{1300-30}{1830}$$
$$=0.240[m]$$
$$=24[cm]$$



回答3-2

温度分布を支配する式は、熱伝導方程式より

$$\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{q'}{k}=0$$



境界条件は

$$x=-L \quad : \quad T=T_1$$

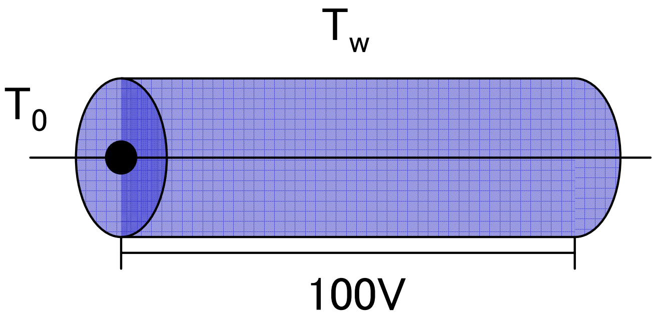
$$x=L \quad : \quad T=T_2$$

ゆえに解は

$$T=-\frac{qL^2}{2k}\left(\frac{x}{L}\right)^2+\frac{T_2-T_1}{2}\left(\frac{x}{L}\right)+\frac{T_2+T_1}{2}+\frac{qL^2}{2k}$$

回答3-3

導線の単位体積当たりの発熱量は、オームの法則より



$$\dot{q} = \frac{E^2}{RV} = \frac{E^2}{\pi r^2 L} \cdot \frac{\pi r^2}{\rho L} = \frac{E^2}{\rho L^2}$$

熱伝導方程式の解より、中心温度T_0は

$$\therefore \frac{r_0^2 \dot{q}}{4k} = \frac{r_0^2 E^2}{4k\rho L^2} = \frac{\left(1.6\times10^{-2}\right)^2 (100)^2}{(4)\cdot(22.5)\cdot\left(70\times10^{-8}\right)\cdot(20)^2} = 101.6$$

より、以下の式から求められる

$$T(r) = T_{\max} - \frac{\dot{q}}{4k} r^2$$

$$\therefore T_{max} = \frac{r_0^2 \dot{q}}{4k} + T_w = 101.6 + 93 = 194.6 \left[{}^\circ C\right]$$