

令和三年度 筑波大学工学システム学類卒業研究論文

複数車両を用いた VBI システム同定の  
パラメータ更新方法に関する数値的検討

学籍番号 201811171

氏名 藤原 幸代

指導教員 山本 亨輔



# 複数車両を用いた VBI システム同定の パラメータ更新方法に関する数値的検討

## Numerical Study of Parameter Update Method in VBI System Identification Using Multiple Vehicles

藤原 幸代

Sachiyo Fujiwara

(指導教員 山本亨輔)

This study aims to improve the estimation accuracy of VBISI (Vehicle-Bridge Interaction System Identification) technology is an on-going method using only vehicle vibration and position data for simultaneously estimating the vehicle's and bridge's mechanical parameters, and road roughness. In the currently devised methods, the estimation accuracy is degraded when even a small amount of noise is added to the vehicle vibration data. As a more accurate method, we attempt to improve the estimation accuracy when multiple vehicles are moved on the same bridge and shared the bridge's mechanical parameters. The Nelder-Mead method is used as the optimization method. In the presence of noise, the vehicle's and bridge's mechanical parameters, and road roughness are estimated with good accuracy. On the other hand, in the absence of noise, data errors tend to accumulate, and there is no improvement even with multiple vehicles. The accuracy of the estimation is also affected by differences in vehicle models. The Nelder-Mead method is computationally efficient and has reasonably good estimation accuracy, but it sometimes fails to reach the correct solution, and there is room for improvement.

### 1. はじめに

日本には多くの橋梁が存在しており、その多くは高齢化が進んでいる。国土交通省によれば、現在日本には道路橋が 72 万基以上存在しており<sup>[1]</sup>、供用開始から 50 年以上が経過しつつある橋梁の割合は 2029 年時点で 52%にまで増加すると予測される。経年劣化に伴う社会的コスト、すなわち、維持管理に必要な技術人材の育成・確保や、劣化・損傷箇所の早期発見・監視・修繕、代替橋梁の建設とい

った様々な業務・事業が急増し、リソースが慢性的に不足している地方自治体の運営をさらに圧迫していくと予想される。

現在、橋梁の健全性は 5 年に 1 度の詳細点検が義務付けられており<sup>[1]</sup>、熟練技術者による目視点検や打音検査等により判定が行われる。しかし、少子高齢化に伴う技術者不足は深刻な問題で、少ない人材で効率よく橋梁を点検しなければならない。そのような方法として振動モニタリング<sup>[2]</sup>が検討されている。例えば、加速度センサ等を橋梁に設置

し、実測値に基づいて橋梁の特徴量を推定する。点検技術者の技能に左右されず客観的に評価可能であり、技術者不足に対して有効な手段と期待される。しかし、橋梁の数は膨大であるため、すべての橋梁で実施するには、大量のセンサや電源の設置、それに伴う交通整理など、費用や労力が大きく現実的ではない。そこで、本研究では間接的アプローチを試みる。この手法は車両に加速度センサを設置し、得られた振動から橋梁の特徴量を推定する。直接的な橋梁振動モニタリングと比較して、精度には課題が残るものの、交通整理などを必要としない簡易的な健全性診断手法である。

既往の研究では、Yangら<sup>[2]</sup>が橋梁上を走行する車両のパワースペクトルから橋梁の固有振動数の抽出を試みた。結果、大まかな推定はできることを実験的に示した。固有振動数は、質量や剛性の情報を含んでおり、点検指標としても期待できる。但し、健全時データとの比較が必要なため、社会コストが大きい。そこで、山本ら<sup>[3]</sup>は走行車両の振動応答に基づき橋梁のモード形状を推定する手法を提案した。一方、長山ら<sup>[4]</sup>は車両振動から車両パラメータと路面縦断形状を同時推定する手法を提案している。また、村上モデル<sup>[5][6]</sup>では、長山らの手法を拡張し、車両・路面に加えて橋梁も考慮しており、クォーターカーモデルの車両2台から得られた振動データに粒子群最適化を適用することで、車両・橋梁の力学的パラメータ（質量・減衰・剛性）と路面凹凸を同時に推定する。村上モデルでは、ランダムに車両・橋梁パラメータを仮定し、計測された車両振動データ組み合わせでVBI（Vehicle-Bridge Interaction, 車両-橋梁相互作用）システムの運動方程式を作成する。VBIシステムの運動方程式からは路面凹凸が推定できるので、最も尤もらしい路面凹凸を推定できたパラメータを採用することで、車両・橋梁の力学的パラメータと路面凹凸の同時推定が実現

できる。車が直進する場合、前輪と後輪で推定される路面凹凸は一致すると考えられるので、その一致度を目的関数とする。本研究では、このような手法を、VBISI（VBI System Identification）技術と呼ぶ。VBISI技術により、車両振動データさえ取得できれば、車両・橋梁の力学的パラメータと路面凹凸が同時に点検できる可能性が示されたと言える。村上モデルでは車両速度振動、車両変位振動を数値積分により求める。数値積分は誤差を蓄積しやすく、わずかでも車両振動データにノイズが加わると推定精度が低下してしまうという課題がある。そのため、ノイズに対しても頑健なモデルに拡張する必要がある。

そこで本研究では、同じ橋梁上を複数台の車両を走行させ、車両・橋梁の力学的パラメータと路面凹凸の推定精度の向上を、数値実験によって試みる。その際、橋梁の力学的パラメータを平均化し、車両間で共有し、目的関数も一つに集約する。車両2台が同じ橋梁上を走行する場合、まず、前・後輪における計4種類の推定路面凹凸の平均求める。次に各路面凹凸と平均との差をとり、その二乗誤差の総和を目的関数として一つに集約し、パラメータを更新する。橋梁は健全時と損傷時の2種類を用い、損傷は橋の中心に起こる。得られた車両・橋梁の力学的パラメータと路面凹凸を正規化し、パラメータ推定精度の変化と橋の損傷の検知の有無を検証する。

## 2. 数値実験

VBISI法では、車両振動から、車両・橋梁の力学的パラメータ（質量・減衰・剛性）と路面凹凸を推定する。今回は数値計算によって橋梁走行中の車両振動データを再現し、提案手法の適用性を検証する。まず数値実験について説明する。

## 2.1. 車両モデル

本研究では、車両は図1に示すハーフカーモデルを採用する。このモデルはサスペンション $i$  (剛性 $k_{si}$ , 減衰 $c_{si}$ ) によって、質量 $m_s$ のばね上剛体と質量 $m_{ui}$ のばね下質点が接続されている。ばね上剛体は車体を、ばね下質点はタイヤと車軸をそれぞれモデル化している。重心から前輪・後輪までの距離を $d_i$ とする。添字の $i$ は車軸に対応し、前輪が1, 後輪が2となる。車両の運動方程式は、

$$\mathbf{M}_v \ddot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{C}_v \dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{K}_v \mathbf{z}(t) = \mathbf{F}_v \quad (1)$$

と表すことができる。ここで、

$$\mathbf{M}_v = \begin{bmatrix} \frac{d_2 m_s}{d_1 + d_2} & \frac{d_1 m_s}{d_1 + d_2} \\ \frac{I}{d_1 + d_2} & -\frac{I}{d_1 + d_2} \\ & & m_{u1} \\ & & & m_{u2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{C}_v = \begin{bmatrix} c_{s1} & c_{s2} & -c_{s1} & -c_{s2} \\ d_1 c_{s1} & -d_2 c_{s2} & -d_1 c_{s1} & d_2 c_{s2} \\ -c_{s1} & 0 & c_{s1} & 0 \\ 0 & -c_{s2} & 0 & c_{s2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{K}_v = \begin{bmatrix} k_{s1} & k_{s2} & -k_{s1} & -k_{s2} \\ d_1 k_{s1} & -d_2 k_{s2} & -d_1 k_{s1} & d_2 k_{s2} \\ -k_{s1} & 0 & k_{s1} + k_{u1} & 0 \\ 0 & -k_{s2} & 0 & k_{s2} + k_{u2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{z}(t) = [z_{s1} \ z_{s2} \ z_{u1} \ z_{u2}]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{F}_v = [0 \ 0 \ k_{u1} u_1 \ k_{u2} u_2]^T \quad (6)$$

であり、 $\mathbf{M}_v$ ,  $\mathbf{C}_v$ ,  $\mathbf{K}_v$ はそれぞれ車両の質量、減衰、剛性マトリクス、 $\dot{\mathbf{z}}$ ,  $\ddot{\mathbf{z}}$ は $\mathbf{z}(t)$ のそれぞれ一階・二階時間微分を表しており、速度振動と加速度振動である。ばね上剛体の慣性モーメント $I$ は、回転中心によって値が異なる。ここでは、重心を回転中心と仮定し、

$$I = m_s d_1 d_2 \quad (7)$$

とした。

本数値実験では、既往研究<sup>[4][7]</sup>で用いられた車両モデルを参考に車両の力学的パラメータを定めた。具体的なパラメータを表1に示す。

## 2.2. 橋梁モデル

橋梁は曲げのみを考慮した1次元オイラー・ベルヌーイ梁とし、図2に示す。橋梁の損傷は中心部分(図2の黄色部分、要素4)とする。橋梁の変位振動を $y(x, t)$ とし、曲げ剛性を $EI$ , 単位長さ当たり質量を $\rho A$ , 外力を $p$ とすると、橋梁の運動方程式は式(8)で表される。

$$\rho A \ddot{y}(x, t) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} EI \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t) \right) = p(x, t) \quad (8)$$

ここで、外力 $p(x, t)$ は、車両の接地力 $P_i(t)$ と支点反力 $R_A$ ,  $R_B$ から成る。支点の位置をそれぞれ $x_A = 0$ ,  $x_B = L$ とし、車両の接地力 $P_i(t)$ の位置を $x_i(t)$ とすると

$$p = \sum_{i=1}^2 \delta(x - x_i) P_i(t) + \delta(x) R_A + \delta(x - L) R_B \quad (9)$$

と書ける。 $\delta(x)$ はディラックのデルタ関数である。

(8)式を数値的に解くために、本研究では有限要素法を適用する。(8)式の重み付き残差式は、

$$\int_0^L \omega \left( \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - p \right) dx = 0 \quad (10)$$

となり、 $\omega$ は重みを表す。式(10)弱形式化すると、

$$\int_0^L \left( \rho A \omega \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - p \right) dx = 0 \quad (11)$$

橋梁振動 $y(x, t)$ は、Hermite補間関数を用いた1次元有限要素梁モデルによって離散化する。ここで正規化された要素座標系 $X$  ( $-1 \leq X \leq 1$ ) に対して、Hermite基底を以下のように定義する。

$$\begin{cases} \phi_1(X) = \frac{1}{4}(X-1)(X-1)(X+2) \\ \phi_2(X) = \frac{\Delta x}{8}(X-1)(X-1)(X+1) \\ \phi_3(X) = -\frac{1}{4}(X+1)(X+1)(X-2) \\ \phi_4(X) = \frac{\Delta x}{8}(X-1)(X+1)(X+1) \end{cases} \quad (12)$$

全体座標系 $x$ が節点 $x_j$ と節点 $x_{j+1}$ から構成される梁要素 $j$ の内部にある時、 $\Delta x = x_{j+1} - x_j$ である。基底関数ベクトル $\mathbf{N}(x)$ を、その成分が以下になるよう定義する。

表 1 車両パラメータ

パラメータ	10[t]車両	18[t]車両
車体質量 $m_s$ [kg]	$8.31 \times 10^3$	$1.66 \times 10^4$
ばね下質量 $m_{u1}$ [kg]	$4.96 \times 10^2$	$7.00 \times 10^2$
ばね下質量 $m_{u2}$ [kg]	$7.51 \times 10^2$	$7.00 \times 10^2$
減衰 $c_{s1}$ [kg/s]	$2.42 \times 10^4$	$1.00 \times 10^4$
減衰 $c_{s2}$ [kg/s]	$2.90 \times 10^4$	$1.00 \times 10^4$
剛性 $k_{s1}$ [N/m]	$4.56 \times 10^4$	$4.00 \times 10^4$
剛性 $k_{s2}$ [N/m]	$4.10 \times 10^5$	$4.00 \times 10^4$
タイヤ剛性 $k_{u1}$ [N/m]	$4.79 \times 10^6$	$1.75 \times 10^6$
タイヤ剛性 $k_{u2}$ [N/m]	$4.31 \times 10^6$	$1.75 \times 10^6$
車間距離 $d$ [m]	4.40	4.75
車軸間距離 $d_1$ [m]	1.215	2.375
車軸間距離 $d_2$ [m]	3.185	2.375

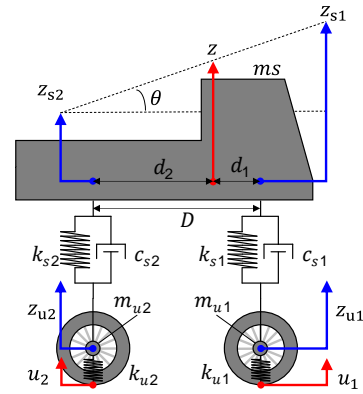


図 1 車両モデル



図 2 橋梁モデル

表 2 橋梁パラメータ

曲げ剛性 $EI$ [Nm <sup>3</sup> ]	$1.56 \times 10^{10}$
損傷部分の曲げ剛性 $EI$ [Nm <sup>3</sup> ]	$7.8 \times 10^9$
単位長さあたり質量 $\rho A$ [kg/m]	$4.4 \times 10^3$
スパン長 $L$ [m]	30
レイリー減衰 $\alpha$	0.7024
レイリー減衰 $\beta$	0.0052
要素数	7

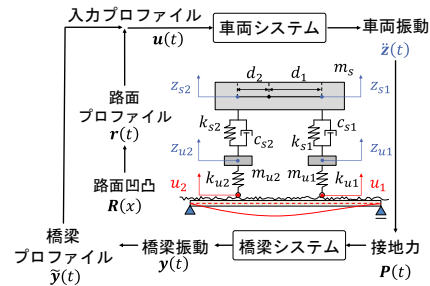


図 3 車両橋梁相互作用

$$\begin{cases} N_{2j-1}(x) = \phi_1(X) \\ N_{2j+0}(x) = \phi_2(X) \\ N_{2j+1}(x) = \phi_3(X) \\ N_{2j+2}(x) = \phi_4(X) \end{cases} \quad (13)$$

なお、要素外ではいずれの成分もゼロとする。一方、変形量ベクトル $\mathbf{y}(t)$ は、節点 $x_j$ における橋梁たわみ $y(x_j, t)$ とたわみ角 $\theta(x_j, t)$ を用いて

$$\begin{cases} y_{2(j-1)+1}(t) = y(x_j, t) \\ y_{2(j-1)+2}(t) = \theta(x_j, t) \end{cases} \quad (14)$$

とする。この時、 $y(x, t)$ の近似解は

$$y(x, t) = \mathbf{N}(x) \cdot \mathbf{y}(t) \quad (15)$$

となる。同様に、重みも $\omega(x) = \mathbf{N}(x) \cdot \boldsymbol{\omega}$ とし、重み付き残差式 ((11)式) に代入すると、以下を得る。

$$\boldsymbol{\omega}^T (\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}_b \mathbf{y}(t) - \mathbf{F}(t)) = 0 \quad (16)$$

$\mathbf{M}_b$ 、 $\mathbf{K}_b$ はそれぞれ橋梁の質量、剛性マトリクスを示している。 $\mathbf{F}(t)$ は各節点における外力(集中荷重と力のモーメント)を成分とする外力ベクトルである。

$$\mathbf{M}_b = \int_0^L \mathbf{N} \mathbf{N}^T dx \quad (17)$$

$$\mathbf{K}_b = \int_0^L \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} dx \quad (18)$$

さらに(16)式において、レイリー減衰を考慮し、

$$\mathbf{C}_b = \alpha \mathbf{M}_b + \beta \mathbf{K}_b \quad (19)$$

を導入する。任意の $\boldsymbol{\omega}$ に対して、式(16)の等号成立

条件を求めると、以下に示す有限要素式が得られる。

$$\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}_b \dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}_b \mathbf{y}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (20)$$

である。

本数値実験で扱う車両・橋梁の力学的パラメータの値を表 1, 表 2 に示す

### 2.3. 車両-橋梁の相互作用

車両と橋梁の応答は互いの出力を入力とする相互作用によってモデル化される。VBI (Vehicle-Bridge Interaction, 車両-橋梁相互作用) システムは図 3 のようにモデル化でき、本稿ではその動的挙動を数値的に再現する。まず、仮定した路面プロフィールと表 1 に示す車両パラメータを入力として Newmark- $\beta$ 法を用いて車両振動を計算する。そして、得られた車両振動と路面プロフィールから橋梁への接地力を求め、表 2 に示す橋梁パラメータと Newmark- $\beta$ 法を用いて橋梁振動を計算する。この橋梁振動を路面プロフィールに足し合わせて新たな路面プロフィールとし、表 1 に示す車両パラメータを入力として Newmark- $\beta$ 法を用いて車両振動を求め、再度同じ工程を繰り返すことで必要なデータを得る。

#### 2.3.1. 入力プロフィール

車両ばね下に入力される強制変位を、入力プロフィールと呼ぶこととする。入力プロフィール $\mathbf{u}(t)$ は、路面プロフィール $\mathbf{r}(t)$ と橋梁プロフィール $\tilde{\mathbf{y}}(t)$ の和で与えられ、式(21)で表される。

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{r}(t) + \tilde{\mathbf{y}}(t) \quad (21)$$

ここで路面プロフィールとは車軸位置における路面凹凸を表す。路面凹凸が $R(x)$ 、車軸位置が $x_i(t)$ である時、

$$r_j(t) = R(x_j(t)) \quad (22)$$

である。 $r_i(t)$ は $\mathbf{r}(t)$ の成分である。

一方、橋梁プロフィールとは車軸位置 $x_i(t)$ での

橋梁振動 $\tilde{y}_i(t) = y(x_i(t), t)$ である。つまり、橋梁振動 $\mathbf{y}(t)$ は橋梁上に固定された各節点の変形量ベクトルであるから、離散化で用いたのと同じ基底を用いて、車軸位置 $x_i(t)$ における橋梁変位 $\tilde{y}_i(t)$ に変換する必要がある。変換マトリクス $\mathbf{L}(t)$ を、

$$\mathbf{L}(t) = [\mathbf{N}(x_1(t)) \quad \mathbf{N}(x_2(t))] \quad (23)$$

とおくと、橋梁プロフィールは、

$$\tilde{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{L}^T(t)\mathbf{y}(t) \quad (24)$$

である。

#### 2.3.2. 接地力

次に接地力について説明する。橋梁への入力である接地力は、タイヤ (剛性 $k_{ui}$ ) に働く復元力に相当する。ただし、車両の運動方程式 ((1)式) ではつり合い位置を基準としているため、重力項が消えていることに注意を要する。復元力の計算では自然長を基準としているため重力による影響を考慮する必要がある。前輪と後輪のそれぞれの接地力は、

$$V_1(t) = \frac{d_2 m_s}{d_1 + d_2} (g - \ddot{z}_{s1}) + m_{u1} (g - \ddot{z}_{u1}) \quad (25)$$

$$V_2(t) = \frac{d_1 m_s}{d_1 + d_2} (g - \ddot{z}_{s2}) + m_{u2} (g - \ddot{z}_{u2})$$

である。橋梁に働く外力ベクトルは

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{L}(t)[V_1(t) \quad V_2(t)] + \mathbf{H}(t) \quad (26)$$

である。 $\mathbf{H}(t)$ は支点反力を表す。

#### 2.3.3. Newmark- $\beta$ 法

車両振動 $\mathbf{z}(t)$ 、橋梁振動 $\mathbf{y}(t)$ はそれぞれの運動方程式((1)式, (8)式)に Newmark- $\beta$ 法を用い、数値積分をして求めている。以下に Newmark- $\beta$ 法を示す。

運動方程式が MCK 系で以下のように表されるとする。

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{s}}(t) + \mathbf{C}\mathbf{s}(t) + \mathbf{K}\mathbf{s}(t) = \mathbf{Q}(t) \quad (27)$$

時刻関数である $\mathbf{s}(t)$ を離散化して $\mathbf{s}_k$ とする。 $\mathbf{s}_k$ は車両または橋梁の変位であり $\Delta t$ を時間刻みとして、

表3 車両の固有振動数

10t 車両	18t 車両
1.12	$6.20 \times 10^{-1}$
1.80	$9.96 \times 10^{-1}$
$1.26 \times 10^1$	8.84
$1.64 \times 10^1$	8.84

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{s}(k\Delta t) \quad (28)$$

である。Newmark- $\beta$ 法では

$$\dot{\mathbf{s}}_k = \dot{\mathbf{s}}_{k-1} + (1 - \gamma)\Delta t \ddot{\mathbf{s}}_{k-1} + \gamma \Delta t \ddot{\mathbf{s}}_k \quad (29)$$

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{s}_{k-1} + \Delta t \dot{\mathbf{s}}_{k-1} + \Delta t^2 \left\{ \left( \frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{\mathbf{s}}_{k-1} + \beta \ddot{\mathbf{s}}_k \right\} \quad (30)$$

と仮定し、本研究では  $\gamma = \frac{1}{2}$ ,  $\beta = \frac{1}{4}$  とし、(27)式に Newmark- $\beta$ 法を適用すると、

$$\ddot{\mathbf{s}}_k = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}_k \quad (31)$$

と書ける。ここで、

$$\mathbf{A} = \left[ \mathbf{M} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C} + \frac{(\Delta t)^2}{4} \mathbf{K} \right] \quad (32)$$

$$\mathbf{b}_k = \mathbf{Q}_k + \mathbf{C} \mathbf{b}_1 + \mathbf{K} \mathbf{b}_2 \quad (33)$$

$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{Q}(k\Delta t) \quad (34)$$

$$\mathbf{b}_1 = -\dot{\mathbf{s}}_{k-1} - \frac{\ddot{\mathbf{s}}_{k-1}}{2} \Delta t \quad (35)$$

$$\mathbf{b}_2 = -\mathbf{s}_{k-1} - \dot{\mathbf{s}}_{k-1} \Delta t - \frac{\ddot{\mathbf{s}}_{k-1}}{4} (\Delta t)^2 \quad (36)$$

である。

#### 2.4. 数値実験の結果

数値シミュレーションを行い、得られた車両振

表4 橋梁の固有振動数

健全時[Hz]	損傷時[Hz]
3.37	2.98
$1.45 \times 10^1$	$1.43 \times 10^1$
$3.63 \times 10^1$	$3.34 \times 10^1$

動、路面凹凸、橋梁振動、車両と橋梁のパワースペクトルの結果を図4から図7に示す。車両と橋梁の固有振動数を表4と表5に示す。車速は10[m/s]で一定である。

図4より、バネ下の車両振動は路面凹凸と似た波形を示すことがわかる。前・後輪で描いた振動も一致した。

図5より、10t 車両に比べて、18t 車両走行時では、橋梁振動が大きいことが確認できる。これは車重の違いによる影響である。

車両の固有振動数は1.1[Hz]、1.8[Hz]、12.6[Hz]、16.4[Hz]である。図6より、1.24[Hz]、9.91[Hz]、12.1[Hz]、17.7[Hz]で車両パワースペクトルの卓越が確認できる。固有振動数付近で卓越しており、ズレは0.1から1.3[Hz]である。

橋梁の固有振動数は健全時3.37[Hz]、14.5[Hz]、損傷時2.98[Hz]、14.3[Hz]である。図7より、健全時3.24[Hz]、14.9[Hz]、損傷時2.58[Hz]、14.9[Hz]で橋梁パワースペクトルの卓越が確認できる。固有振動数付近で卓越しており、ズレは0.3から0.6[Hz]である。橋梁の卓越振動数にはほとんど変化が見られない。

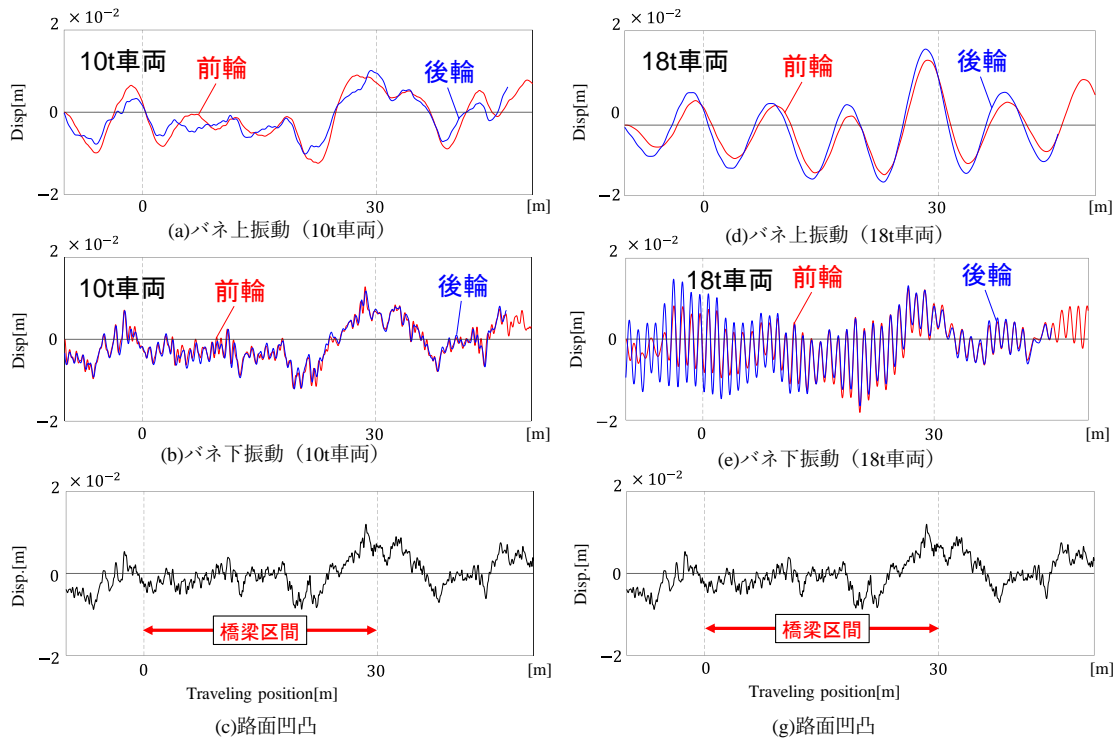


図4 車両のバネ下振動(a)と路面凹凸(b)

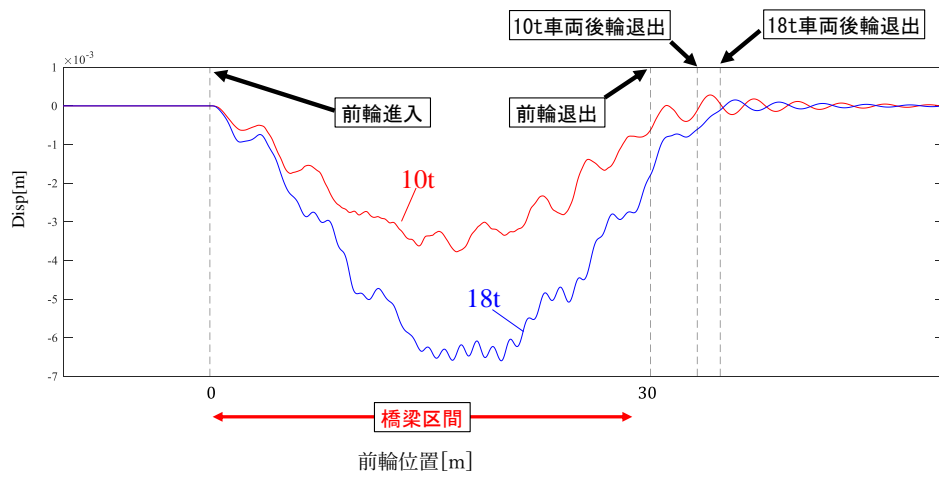


図5 橋梁変位振動 (15[m]地点)



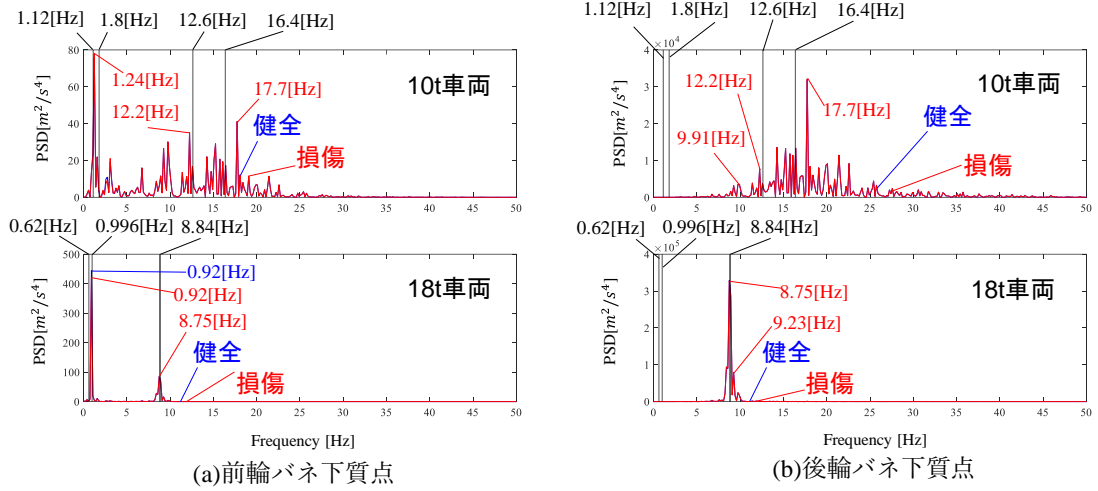


図6 車両のパワースペクトル

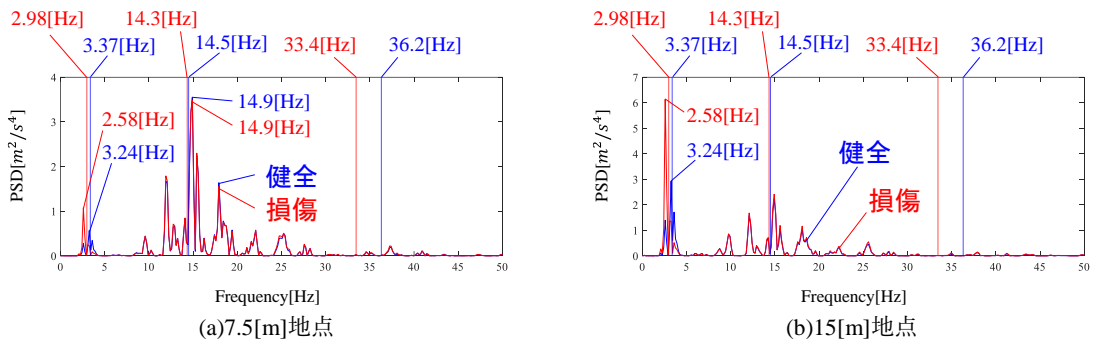


図7 橋梁のパワースペクトル

### 3. 提案手法

#### 3.1. 線形カルマンフィルタによる路面プロフィール推定

車両振動から路面凹凸を推定する為に、長山らの離散時間拡張状態空間モデル<sup>[4]</sup>を導入し、定義した状態空間モデルに線形カルマンフィルタを適用する。カルマンフィルタとは、状態ベクトルの推定を、観測データと力学モデルに基づいて、効率的に行う方法である。

##### 3.1.1. 状態空間モデルの構築

状態ベクトル $\mathbf{Z}_k$ と観測ベクトル $\mathbf{s}_k$ を次式で与え

る。

$$\mathbf{Z}_k = \begin{Bmatrix} \mathbf{z}(k\Delta t) \\ \dot{\mathbf{z}}(k\Delta t) \\ \mathbf{u}(k\Delta t) \\ \dot{\mathbf{u}}(k\Delta t) \end{Bmatrix} \quad (37)$$

$$\mathbf{s}_k = \begin{Bmatrix} \ddot{z}_{s1}(k\Delta t) \\ \ddot{z}_{s2}(k\Delta t) \\ z_{s1}(k\Delta t) \\ z_{s2}(k\Delta t) \end{Bmatrix} \quad (38)$$

状態ベクトルは、車両の鉛直変位振動と速度成分、入力プロファイルおよび速度成分で与えられる。本研究における離散時間拡張状態空間モデルは次のように書ける。

$$\mathbf{Z}_k = \bar{\mathbf{V}}\mathbf{Z}_{k-1} + \boldsymbol{\omega}_k \quad (39)$$

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{H}\mathbf{Z}_k + \boldsymbol{\epsilon}_k \quad (40)$$



方,  $\mathbf{s}_k$  が得られた時, (40)式から導出される  $\hat{\mathbf{z}}_k$  の候補  $Y$  も同様に平均  $\mu_b$ , 分散  $\Sigma_b$  の正規分布に従う.

$$\mu_a = \bar{\mathbf{V}}\hat{\mathbf{z}}_{k-1} \quad (48)$$

$$\Sigma_{a,k} = \bar{\mathbf{V}}\mathbf{P}_{k-1}\bar{\mathbf{V}}^T + \mathbf{Q} \quad (49)$$

$$\mu_b = \mathbf{H}^{-1}\mathbf{s}_k \quad (50)$$

$$\Sigma_{b,k} = \mathbf{H}^{-1}\mathbf{R}\mathbf{H}^{-T} \quad (51)$$

である. 初期値として,

$$\hat{\mathbf{z}}_0 = \mathbf{z}_0 \quad (52)$$

$$\mathbf{P}_0 = (\mathbf{z}_0 - E[\mathbf{z}_0])(\mathbf{z}_0 - E[\mathbf{z}_0])^T \quad (53)$$

を与える.

カルマンフィルタ適用後の状態ベクトル  $\hat{\mathbf{z}}_k$  は 2 つの候補  $X, Y$  が正規分布に従うと仮定し, 最尤値として推定される. 以下にその式を示す.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}}_k &= (\Sigma_{a,k}^{-1} + \Sigma_b^{-1})^{-1} (\Sigma_{a,k}^{-1}\mu_a + \Sigma_b^{-1}\mu_b) \\ &= [\mathbf{I} - \mathbf{G}_k\mathbf{H}]\{\bar{\mathbf{V}}\hat{\mathbf{z}}_{k-1}\} + [\mathbf{G}_k\mathbf{H}]\{\mathbf{H}^{-1}\mathbf{s}_k\} \\ &= [\mathbf{I} - \mathbf{G}_k\mathbf{H}]\{\bar{\mathbf{V}}\hat{\mathbf{z}}_{k-1}\} + \mathbf{G}_k\mathbf{s}_k \end{aligned} \quad (54)$$

ここで,

$$\mathbf{G}_k = \Sigma_{a,k}\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\Sigma_{a,k}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (55)$$

$$\mathbf{P}_k = (\Sigma_{a,k}^{-1} + \Sigma_b^{-1})^{-1} = [\mathbf{I} - \mathbf{G}_k\mathbf{H}]\Sigma_a \quad (56)$$

である.

### 3.1.4. 路面凹凸推定

カルマンフィルタを用いた状態ベクトルの推定により得られた  $\mathbf{u}(t)$  から, 橋梁プロファイル  $\tilde{\mathbf{y}}(t)$  を差し引くことで, 路面凹凸  $\mathbf{r}(t)$  を推定する.

複数車両では車軸間距離が各車両で違うため, 推定する路面凹凸の長さは, 車軸距離が短い方に合わせたものを採用した.

## 3.2. 車両-橋梁相互作用システム同定

まず, 計測データとして得られた車両加速度  $\ddot{\mathbf{z}}(t)$  に Newmark- $\beta$  法を適用し,  $\dot{\mathbf{z}}(t)$ ,  $\mathbf{z}(t)$  を求める. ランダムに車両パラメータを仮定すると,  $\mathbf{M}_v$ ,  $\mathbf{C}_v$ ,  $\mathbf{K}_v$  も求められる. ここでカルマンフィルタを用いて状態ベクトルを推定し,  $u_1$ ,  $u_2$  を求める.

次に車両振動データ  $\ddot{\mathbf{z}}(t)$  と仮定した車両パラメ

ータを式(55)に代入して接地力  $V_1(t)$ ,  $V_2(t)$  を求める. 橋梁パラメータもランダムに仮定し, 式(8)に有限要素法を適用し離散化して, Newmark- $\beta$  法を用いると, 橋梁振動  $\mathbf{y}(t)$  を求めることができる. 式(54)に代入して橋梁プロファイル  $\tilde{\mathbf{y}}(t)$  を得る.

ここで, 先に求めていた  $\mathbf{u}(t)$  と橋梁プロファイル  $\tilde{\mathbf{y}}(t)$  の差をとると, 路面プロファイル  $\mathbf{r}(t)$  が得られる. 得られた路面プロファイルを  $\mathbf{x}(t)$  で位置同期すると, 前輪  $R_1(t)$  と後輪  $R_2(t)$  の路面凹凸が得られる. 車両が直進していると仮定すれば, 前輪と後輪は同じ路面凹凸上を走行するため, 推定される路面凹凸は一致するはずである. しかし, 力学的パラメータのランダムに与えているため, 一致しない. そこで, 前輪と後輪で推定される路面凹凸の二乗誤差を最小化する最適化問題を考える. 算出する路面凹凸が一致するようにパラメータを更新できれば, 最終的にパラメータも正解値に近づくと期待できる. このようなパラメータ同定手法を「VBI システム同定」と呼ぶこととする.

### 3.2.1. 非線形最適化問題

車両と橋梁の力学的パラメータは全て正の値であるため, 非負条件をもつ. また車間距離  $d$  は車軸間距離  $d_i$  の和で表されるため, 等号制約をもつ. そこで本研究では, ペナルティ法を用いて, 制約付き非線形最適化問題を, 制約なし非線形最適化問題に変換し Nelder-Mead 法により最適解を探索する. 非線形計画問題において, 勾配法を用いたいときは, テイラー展開により目的関数の 2 次近似を求め, 近似最適解を探索することが多い. しかし, 勾配法は目的関数の傾きを元に次の更新点を求めるため, 傾きの非常に小さい最適化問題においては, 効率が悪い. そこで, 傾きを必要としない Nelder-Mead 法採用する.

### 3.2.2. ペナルティ法を用いた目的関数の構成

最適化する力学的パラメータは、非負条件と等号制約を持つため、目的関数 $J(x)$ にペナルティ項 $P(x)$ に適当な実数 $\mu$ をかけたものを加えたものを、新たな目的関数とし、式(57)に示す。これを元問題のペナルティ問題とよぶ。式(57)は制約なし最適化問題となるため、制約なし最適化の解法を使える。

$$J'(x) = J(x) + \mu P(x) \quad (57)$$

$$P(x) = \sum_{i=1}^N g_i(x) \quad (58)$$

$$g_i(x) = \begin{cases} 0, & x \in S \\ \infty, & x \notin S \end{cases} \quad (59)$$

$\mu$ を徐々に大きくすると、式(59)の最適解はペナルティ項を小さく保とうとし、 $x \in S$ を満たそうとする。十分に大きい $\mu$ に対する最適解が得られれば、その最適解は元問題の最適解に近いと考えられる。本研究では $\mu$ の初期値を $1.00 \times 10^5$ とし、繰り返し計算ごとに $1.00 \times 10^5$ 倍し、2回で終了する。

### 3.2.3. Nelder-Mead 法

Nelder-Mead 法は解を含む $n$ 次元解空間を $n+1$ 個の頂点からなる単体で囲い、反転・拡大・縮小の3種類を繰り返しながら解空間を探索することで最適化問題の近似解を発見することのできる手法である。以下にそのアルゴリズムを示す。

Step 0 : ランダムに $n+1$ 点の変数 $\mathbf{x}_i$ を生成する。

Step 1 : 変数 $x_i$ それぞれにおいて目的関数の値 $J'(\mathbf{x})$ を計算する。得られた値を式(60)の条件を満たすように昇順に並べる。

$$J'(\mathbf{x}_1) \leq J'(\mathbf{x}_2) \leq \dots \leq J'(\mathbf{x}_n) \leq J'(\mathbf{x}_{n+1}) \quad (60)$$

その後、 $\mathbf{x}_{n+1}$ を除き重心 $\mathbf{x}_G$ を計算する。

Step 2 : 式(61)を元に鏡像点 $\mathbf{x}_{ref}$ を計算する。

$$\mathbf{x}_{ref} = (1 + \alpha)\mathbf{x}_G - \alpha\mathbf{x}_{n+1} \quad (61)$$

$J'(\mathbf{x}_{ref})$ の計算を行い、 $J'(\mathbf{x}_1) \leq J'(\mathbf{x}_{ref}) < J'(\mathbf{x}_n)$ を満たす場合、 $\mathbf{x}_{n+1}$ に $\mathbf{x}_{ref}$ を代入する。

Step 3 :  $J'(\mathbf{x}_{ref}) < J'(\mathbf{x}_1)$ なら、式(62)を元に拡大点 $\mathbf{x}_{exp}$ を計算する。

$$\mathbf{x}_{exp} = (1 + \beta)\mathbf{x}_G - \beta\mathbf{x}_{n+1} \quad (62)$$

$J'(\mathbf{x}_{exp})$ の計算を行い、 $J'(\mathbf{x}_{exp}) < J'(\mathbf{x}_{ref})$ を満たす場合、 $\mathbf{x}_{n+1}$ に $\mathbf{x}_{exp}$ を代入する。そうでない場合、 $\mathbf{x}_{n+1}$ に $\mathbf{x}_{ref}$ を代入する。

Step 4 :  $J'(\mathbf{x}_n) \leq J'(\mathbf{x}_{ref}) < J'(\mathbf{x}_{n+1})$ なら、式(63)を元に外部収縮点 $\mathbf{x}_{oc}$ を計算する。

$$\mathbf{x}_{oc} = (1 + \gamma)\mathbf{x}_G - \gamma\mathbf{x}_{n+1} \quad (63)$$

$J'(\mathbf{x}_{oc})$ の計算を行い、 $J'(\mathbf{x}_{oc}) < J'(\mathbf{x}_{ref})$ を満たす場合、 $\mathbf{x}_{n+1}$ に $\mathbf{x}_{oc}$ を代入する。そうでない場合、Step 6に進む。

Step 5 :  $J'(\mathbf{x}_{n+1}) \leq J'(\mathbf{x}_{ref})$ なら、式(64)を元に内部収縮点 $\mathbf{x}_{ic}$ を計算する。

$$\mathbf{x}_{ic} = (1 - \gamma)\mathbf{x}_G + \gamma\mathbf{x}_{n+1} \quad (64)$$

$J'(\mathbf{x}_{ic})$ の計算を行い、 $J'(\mathbf{x}_{ic}) < J'(\mathbf{x}_{ref})$ を満たす場合、 $\mathbf{x}_{n+1}$ に $\mathbf{x}_{ic}$ を代入する。そうでない場合は Step 6に進む。

Step 6 :  $2 \leq i \leq n+1$ に対して、式(65)を元に次の収縮点を計算する。

$$\mathbf{x}'_i = \mathbf{x}_1 + \delta(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_1) \quad (65)$$

そして、 $\mathbf{x}'_i$ を新たな $\mathbf{x}_i$ に置き換えて Step 1へ戻る。

本研究では、 $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\} = \left\{1, 1 + \frac{2}{n}, 0.75 - \frac{0.5}{n}, 1 - \frac{1}{n}\right\}$ とした。また、値の更新が十分小さくなるもしくは、100回 $\mathbf{x}_i$ の更新を行ったときにアルゴリズムを終了する。

### 3.3. 数値シミュレーションの妥当性検証

作成したシミュレーションモデルの妥当性を確認するために、表 2 を入力諸元とする単純梁について数値解を求めた。図 2 の橋梁の中央部に100[kN]の静的荷重を加え、この時の中央部の変位

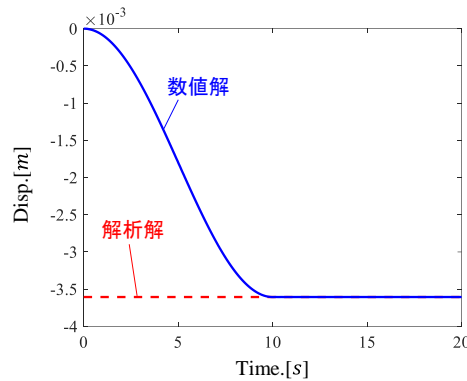


図9 静的荷重を加えた橋梁モデルのたわみ

の結果を図9に示す。梁の平衡状態時の変位は  $3.605 \times 10^{-3}[\text{m}]$  と解析解と一致した。この時、中央部解析解を求める数式は次式となる。

$$w_{max} = \frac{PL^3}{48EI} \quad (66)$$

ここで、 $w_{max}$  は中央部のたわみ、 $P$  は中央部に加えた静的荷重、 $L$  は梁の長さ、 $EI$  は橋梁の曲げ剛性である。**複数車両におけるVBIシステム同定**

本研究では、同じ橋梁上を複数台の車両が走行した際の車両振動データから、車両・橋梁の力学的パラメータと路面凹凸を推定する手法を提案する。複数車両での同定フローを図10に示す。

まず、数値実験で車両振動および位置データを得る。次に、VBIシステム同定によって、車両・橋梁の力学的パラメータと路面凹凸を推定する。パラメータを更新する際、橋梁の力学的パラメータはそれぞれの車両で推定された値を平均し、推定値とする。

### 3.3.1. 複数車両における目的関数

複数車両が同じ橋梁上を直進していると仮定した場合、各車両は同じ路面上を走行するため、推定される路面凹凸は一致するはずである。そこで、それぞれの車両で推定された路面凹凸の平均を求め、各路面凹凸との二乗誤差を目的関数とする。本研

究では2車両であるため、各車両の前輪と後輪で推定される路面凹凸は合計4種類である。平均  $\bar{R}(x)$  は、

$$\bar{R}(x) = \frac{1}{4} (R_F^{(1)} + R_R^{(1)} + R_F^{(2)} + R_R^{(2)}) \quad (67)$$

である。(1)、(2)は車両番号、 $FR$ はそれぞれ前輪、後輪を表す。したがって目的関数は、

$$J = \sum \{ |R_F^{(1)}(x) - \bar{R}(x)|^2 + |R_R^{(1)}(x) - \bar{R}(x)|^2 + |R_F^{(2)}(x) - \bar{R}(x)|^2 + |R_R^{(2)}(x) - \bar{R}(x)|^2 \} \quad (68)$$

となる。

## 4. 提案手法の適用検証

### 4.1. 概要

複数車両のVBIシステム同定における車両・橋梁の力学的パラメータと路面凹凸の推定結果を異なるノイズの条件下において確認する。

本研究でのノイズは、エンジン振動や観測ノイズを想定しているため、全てのセンサに同じ大きさのノイズが乗ることが想定する。そこで、1.0%のノイズ(観測データの実効値に対するホワイトノイズ)を加えた場合をノイズなしの場合と比較する。

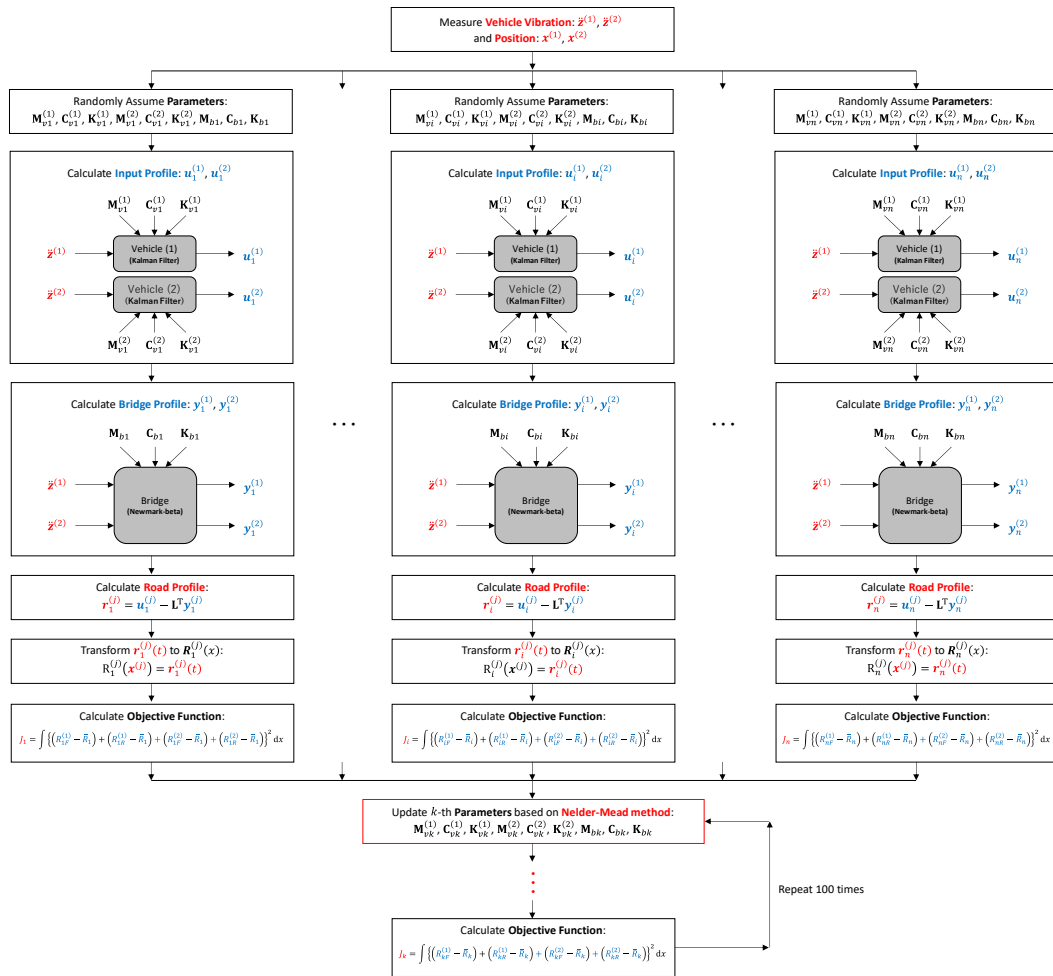


図 10 Nelder-Mead 法を用いたパラメータ更新

4.2. 車両・橋梁の力学的パラメータの推定結果

表 1 と表 2 の車両・橋梁モデルを使用し、得られた車両振動から、Nelder-Mead 法を用いて車両・橋梁パラメータの推定を行った。図 11 に橋梁が健全時の 10t 車両と 18t 車両におけるノイズなしと 1.0% ノイズで比較した車両・橋梁の力学的パラメータの結果を示す。また図 12 は橋梁が損傷時の結果を示す。数値実験は 28 回行い、得られたデータを正規化し、28 回の平均をとった。パラメータの初期探索空間の上下限は、車軸間距離  $d_1$  は正解値に対して 10% から 90% までとし、その他のパラメータは 80% から 120% とした。

ノイズありの場合のほうがノイズなしに比べて

車両・橋梁の力学的パラメータの推定精度が悪い。計測データに含まれるノイズの影響で、推定パラメータに誤差が蓄積することが確認できた。

10t 車両ではノイズがない場合でも車両・橋梁の力学的パラメータは正解値に一致しない。今回採用した最適化手法である Nelder-Mead 法では正しい解に到達できなかったと考えられる。一方、18t 車両ではノイズがない場合、車両パラメータは正解値にほぼ一致する。つまり、車体の重心位置と車重が推定精度に影響する。

全体として 10t 車両のほうが、18t 車両に比べて推定精度が悪い。特に  $d_1$  の推定精度が悪いことから、車体重心位置が推定精度に影響していると考え

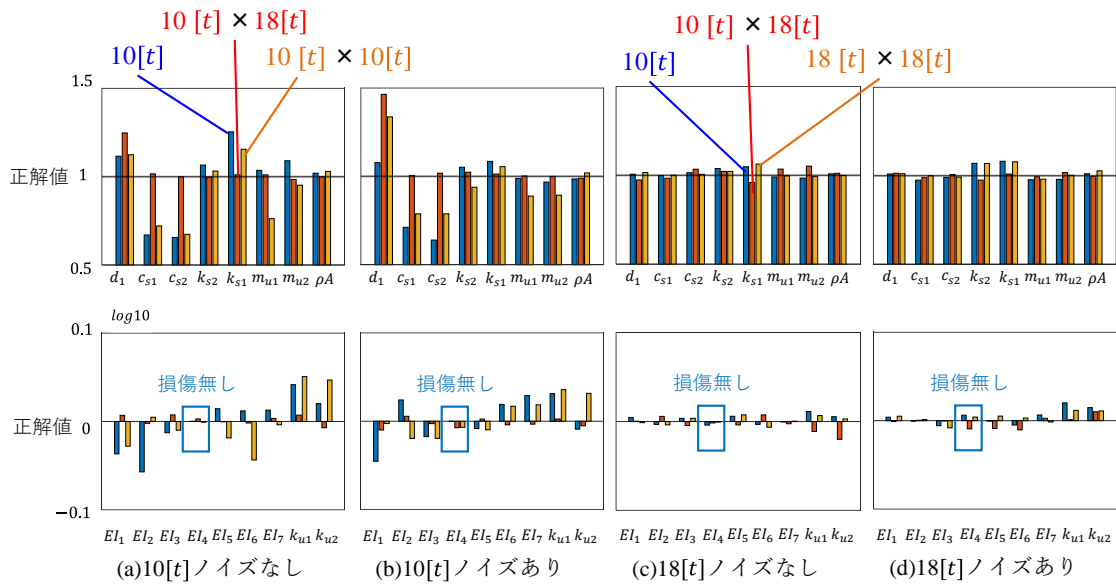


図 11 10t 車両と 18t 車両の推定パラメータ (橋梁：健全)

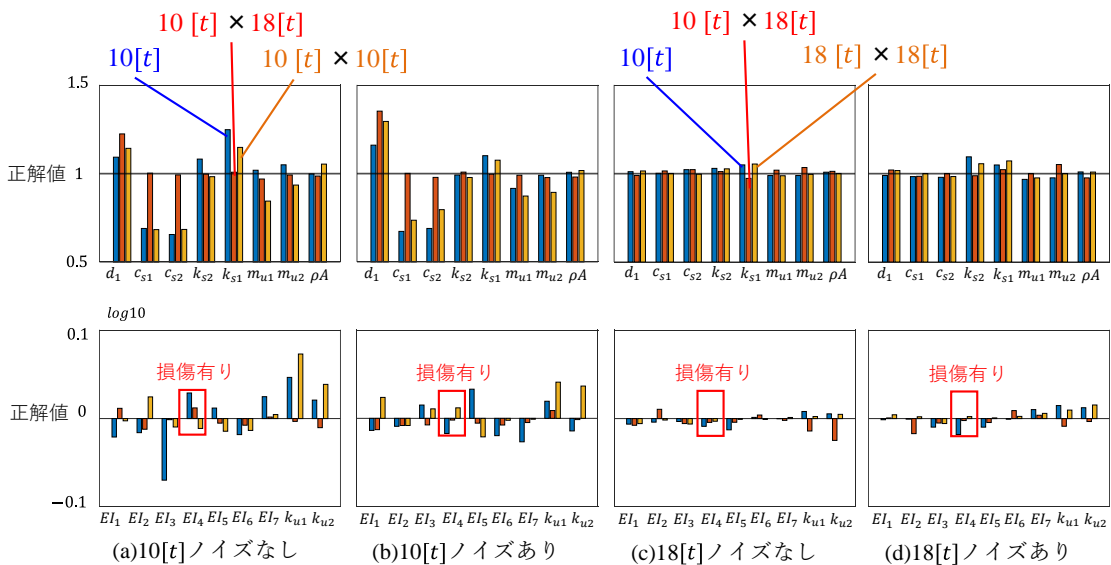


図 12 10t 車両と 18t 車両の推定パラメータ (橋梁：損傷)

えられる。また、図 5 より、18t 車両に比べて 10t 車両の橋梁振動が卓越していないことが確認できる。これは車重の影響であり、橋梁パラメータにおいて推定精度低下の原因となる。

バネ下剛性 $ku_i$ や橋梁パラメータ $EI_i$ において車両 1 台(青色の棒グラフ)より、車両 2 台(赤と黄の

棒グラフ)のほうが、誤差が大きいものもあり、車両 2 台において精度が向上しているとはいえない。車両を増やすことでノイズ特性を明らかにできれば、ノイズに対してより頑健なモデルにできる可能性がある。

損傷時の橋梁の値は、健全時の橋梁の値で正規

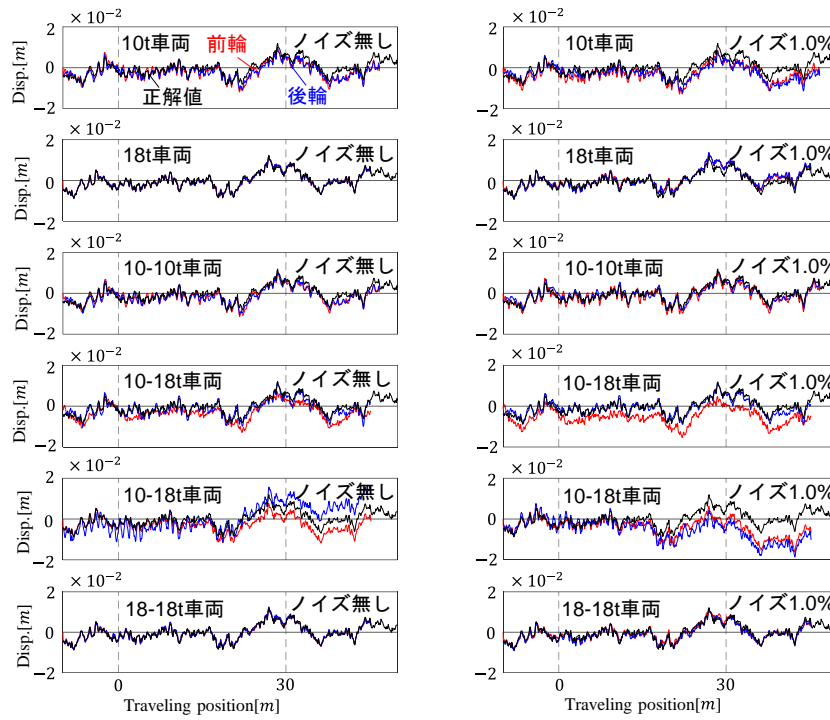


図 13 路面凹凸推定 (橋梁：健全)

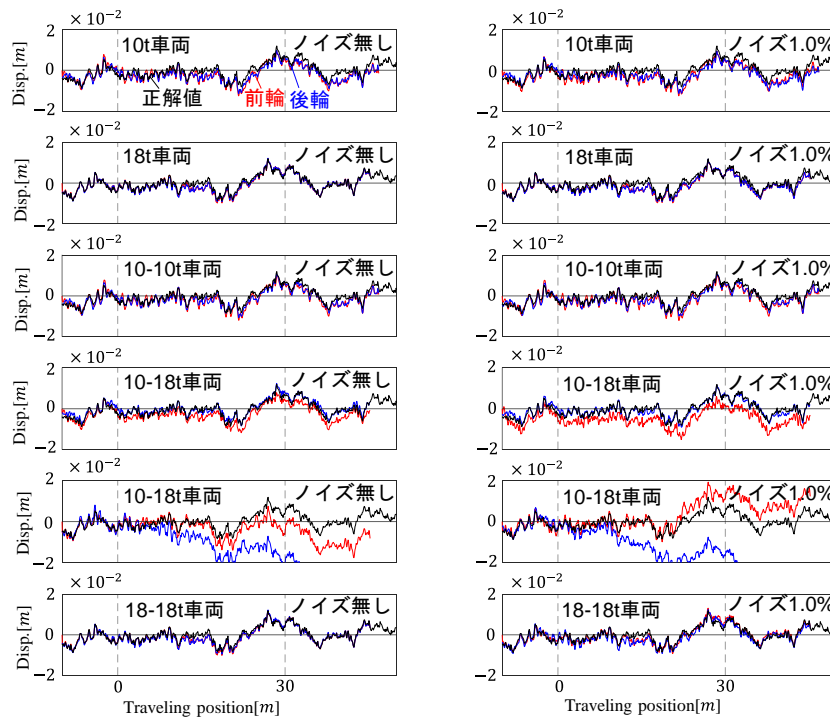


図 14 路面凹凸推定 (橋梁：損傷)



化した。しかし、 $EI_4$ の誤差が大きくならず、橋梁の損傷の検知にはいたらなかった。

#### 4.3. 路面凹凸推定

次に10t車両と18t車両の推定された路面凹凸を正解値と比較し、橋梁が健全時の結果を図13に、損傷時の結果を図14に示す。

ノイズがある場合はノイズがない場合に比べて推定精度が悪い。計測データに含まれるノイズの影響で、推定パラメータに誤差が蓄積することが確認できた。

全体的に10t車両のほうが18t車両に比べて推定精度が悪く、車両・橋梁の力学的パラメータと同じ結果となった。したがって、車体の重心位置と車重が推定精度に影響すると考えられる。

## 5. まとめと今後の課題

### 5.1. まとめ

本研究では、複数車両が同じ橋梁を走行したときの車両・橋梁の力学的（質量・減衰・剛性）パラメータと路面凹凸の推定精度の変化を検討した。車体中心に重心があり、ノイズがない場合は車両・橋梁パラメータと路面凹凸を精度よく推定できた。しかし、ノイズがある場合は推定パラメータの誤差の蓄積により推定値が正解値に一致せず、複数車両にしても改善が見られなかった。車両モデルの違いによっても推定精度に差が見られた。Nelder-Mead法は計算効率が良く、それなりに推定精度も良いが、正しい解には到達できなかった。

### 5.2. 今後の課題

- (1) 計測データに含まれるノイズはパラメータ推定精度を低下させる。ノイズの影響による誤差を小さくすることが必要とされる。
- (2) Nelder-Mead法は、計算効率は良いが、正しい

解には到達できない。したがって、計算効率よく最適解に到達できる最適化手法が求められる。

- (3) 車両モデルの違いによって推定精度に差が生じる可能性があり、明確な原因を追求する必要がある。
- (4) 2車両では1車両のときと比べて推定精度は向上しなかった。さらに車両を増やすことでノイズ特性の影響を明らかにすることができれば推定精度が向上する可能性がある。

### 参考文献

- [1] 国土交通省：道路の老朽化対策，老朽化対策の取り組み
- [2] Y.B. Yang, C.W. Lin and J.D. Yau : Extracting bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle, Journal of Sound and Vibration, 272(3-5),pp.471-493,2004.
- [3] 山本亨輔, 大島義信, 杉浦邦征, 川野広隆 : 車両応答に基づく橋梁のモード形状推定法, 構造工学論文集 A1, 67, pp.242-257,2011.
- [4] 長山智則, 趙博宇, 薛凱 : 走行時の車体振動を利用したハーフカーモデルの同定と路面縦断形状の推定. 土木学会論文集 E1, 75(1), pp.1-16,2019.
- [5] 村上翔 : 粒子群最適化に基づく複数車両の振動データを用いた車両・橋梁・路面のパラメータ同定, 筑波大学, 学士論文, 2019.
- [6] 村上翔 : 車両振動へのカルマンフィルタ適用によるVBIシステム同定の可能性に関する数値的検討, 筑波大学, 修士論文, 2021
- [7] Ahmed El-Hattab, Nasim UDDIN, Eugene Obrien : Drive-by bridge damage detection using apparent profile, Birmingham Alabama USA, UTC Conference for the Southeastern Region, 14-15 December 2015

## 謝辞

本研究を進めるにあたり、多大な助言をいただいた指導教員の山本亨輔先生と松島亘志先生に深く感謝いたします。また、ゼミ等で助言をいただいた研究室の先輩方、日々の生活を支えてくれた両親に感謝いたします。