

# 模型桁実験による車両応答を用いたモード形状推定法の 桁損傷検知への適用性に関する検討

## APPLICATION OF MODE SHAPE ESTIMATION EMPLOYED VEHICLE RESPONSE TO GIRDER DAMAGE DETECTION IN MODEL EXPERIMENT

中釜 裕太

Yuta NAKAGAMA

(指導教員 山本 亨輔)

Abstract –A new VRA (Vehicle Response Analysis) method for bridge health assessment has been proposed. In this method, only by data measured on a passing vehicle, SSM (Spatial Singular Mode) is introduced as a bridge mode shape. SSM does not show the good accuracy to the mode shape itself, but it seems to change sensitively due to bridge damage. That mechanism is not clear. Thus, in this study, its efficiency is statistically examined by a laboratory experiment with model vehicle and girder. It becomes clear that the statistics of SSM changes due to the girder damage.

### 1 はじめに

国土交通省によれば、日本には2m以上の橋梁が約70万基ある。これらは建設当時、永久構造物として設計されたが、交通荷重増大による疲労の進展や腐食・劣化の進行により、想定外の機能低下が懸念される。適切な維持管理システムを構築し、構造上の安全性を確保することが求められる。

米国では、1930年代に橋梁の建設ラッシュが生じたが、これらの橋梁群の更新・維持管理に十分な費用が確保できず、1980年代に多くの事故が発生した。代表例として、1983年におけるマイアナス橋（鋼桁橋）の落橋事故<sup>[1]</sup>が挙げられるが、近年においても、2007年のI-35W橋（トラス橋、ミネアポリス）の落橋事故<sup>[2][3][4]</sup>のように、依然として「荒廃するアメリカ」から脱却できていない状況にある。日本でも、1960年代の高度経済成長期に建設された橋梁群が、供用開始から約50年を経過しており、同様の問題が生じる可能性を否定できない。重大事故を未然に防ぐためには、速やかな現状把握と適切な維持管理が重要となる。

日本では、国と地方公共団体で、維持管理の現状に差がある<sup>[5]</sup>。国が直轄する橋梁では、定期点検が実施され、必要に応じて対策が講じられているが、地方公共団体の管理する橋梁では、現状把握が進んでおらず、維持管理計画が整備されていない場合もある。この主原因は、地方の財政問題と技術的蓄積や熟練技術者の不足などに求めることができる。従来型点検手法のコ

ストは必ずしも低くなく、経験豊富な人材も必要とするため、全ての橋梁への適用は非現実的である。

一般的に、橋梁の安全性を評価する際には、目視点検が行われている。目視点検は、技術者の主観的判断・能力により点検精度が左右される。橋梁群が一斉に老朽化する一方で、熟練技術者が不足する中、技術者の主観によらず、実測値から算出された客観的指標に基づく点検手法が求められている。たとえば、超音波・マイクロ波・サーモグラフィ・振動加速度<sup>[6]-[17]</sup>などの利用が考えられる。橋梁構造全体の健全性評価においては、振動計測が適当である。

従来型の振動計測は、構造物に直接、センサを設置する。したがって、労力とコスト面に課題が残る。この課題を克服するため、近年、センサを走行車両に搭載して間接的に橋梁振動を計測する移動型の簡易点検技術が提案されている。こうした移動体による簡易点検は、迅速性に優れ、一橋当たりの費用低減や省力化も期待できる。また、橋梁群の一次スクリーニングに利用することで、各橋梁に優先順位を設定し、限られたリソースを集中することも可能となる。本研究では、このような移動型点検に基づくスクリーニング手法の開発を想定する。

移動型点検に関する既往の研究では、車両の振動応答を、橋梁の振動特性を伝達する媒体と捉える。橋梁の振動指標として、固有振動数・モード形状が一般的である。Yangら<sup>[18]-[20]</sup>は、橋梁の評価指標として固有振動数を取り上げ、車両速度が遅いとき、車両振動の卓越振動数から橋梁の固有振動数を概ね推定できるこ

とを示した。Yangら<sup>[21][23]</sup>はEMD法を提案し、推定精度を改善している。ただし、路面凹凸などの不確定要素が十分に考慮されておらず、損傷検知に十分な推定精度は得られていない。また、一般に低次の固有振動数は損傷による変化が微小であるため、さらに推定精度を高めるか、高次モードの固有振動数の推定が必要となる。そのため、Yangらの手法は実験的に実証されるには至っていない。

そこで、時間周波数分析に着目した研究<sup>[24]</sup>が行われている。Nguyen<sup>[25][26]</sup>や山本ら<sup>[27][28]</sup>は、ウェーブレット係数が損傷に対して高感度に反応することを示した。これは、損傷影響が局所的なため、橋梁損傷検知においては空間的な分布を表現した指標が有効であることを示している。ただし、ウェーブレット係数は、間断なく生じる路面凹凸などの外乱にも高い反応を示すため、路面凹凸を考慮した場合には適用性が低い。

最も一般的な空間指標は、モード形状<sup>[29][34]</sup>である。そこで、山本ら<sup>[29]</sup>は内挿を用いて車両の走行位置を補正することで、車両振動から橋梁のモード形状を推定する手法を提案した。ただし、本手法の推定精度には限界があり、さらに、損傷前後で橋梁モード形状はほとんど変化しないことがわかっている<sup>[29]</sup>。しかし、同時に、実橋梁における車両走行実験では、損傷前後で推定モード形状が有意に変化することも確認した。したがって、提案手法による推定モード形状は、損傷評価指標への適用性が期待される。ただし、その理論的なメカニズムや適用性については十分に解明されていない。また、実測による検討例が少なく、統計的に妥当性を持っているかどうか不明である。

そこで、本研究では模型モデルを用いた車両走行実験を実施し、モード形状推定値の橋梁損傷検知への適用性について統計的に検討する。

## 2 検討方法

### 2.1 検討方法の概要

車両振動分析では、計測位置の時間変化が問題となる。これは、従来の橋梁振動分析が固定計測点を前提としているのに対して、車両振動分析では移動計測点で得られた計測データを分析する必要があるためである。そこで、先ず、基底関数を用いて移動計測点での計測値から固定計測点での振動応答を推定する。ただし、本手法は振動データとして橋梁振動を想定しているが、実際に計測可能なデータは車両振動である点に注意しなければならない。仮に車両が橋梁と一体となって振動するような理想的な状況を考えて場合で

も、走行により路面凹凸の影響が車両振動に混入するため、車両振動と橋梁振動は大きく異なる。さらに、車両は橋梁と異なる振動特性を持っており、一体となって振動することはないため、車上計測で得られる振動データには車両振動が強く影響する。そのため、正確な橋梁モード形状は推定できなくなる。

このような場合、従来の研究では推定精度を向上させることが一般的である。しかし、本研究では、推定精度の向上ではなく、損傷が推定精度を変化させることを積極的に利用する。すなわち、重篤な損傷の前後であっても、モード形状は変化しないと考え、推定モード形状が変化した場合、損傷により推定精度が変化したと考える。

以下に、モード形状推定法の詳細と、損傷影響を評価するための統計分析について記載する。

### 2.2 モード形状の推定

#### (1) 内挿による移動計測点の補間

基本的に、モード解析理論で想定される橋梁振動の計測値は固定点でのものであるのに対して、車両振動から推定される橋梁振動は車両走行に伴って計測位置が時間変化する移動計測点での計測値である。そこで、本研究では基底関数を導入し、移動計測点  $x = \tilde{x}(t)$  での計測値  $\tilde{y}(t)$  から、仮想した固定計測点  $x = \hat{x}_1, \hat{x}_2$  での推定値  $\hat{y}(t_s)$  を求める。

$k$  次のモード形状関数を  $\phi_k(x)$ 、基準座標を  $q_k(t)$  とおくと、橋梁変位振動は(1)式のように求められる。

$$y(x, t) = \sum_{k=1}^n \phi_k(x) q_k(t) \quad (1)$$

ここで、 $n$  は考慮する最大モード次数である。(1)式より、移動計測点  $x = \tilde{x}(t)$  における橋梁変位は

$$\tilde{y}(t) = \sum_{k=1}^n \phi_k(\tilde{x}(t)) q_k(t) \quad (2)$$

と表される。車上計測点数を  $n = 2$  としたとき、等しい数の固定計測点  $x = \hat{x}_1, \hat{x}_2$  における  $k$  次のモード形状関数を  $\hat{A}_{jk}$  として以下のように表す。

$$\hat{A}_{jk} = \phi_k(\hat{x}_j) \quad (j = 1, 2) \quad (3)$$

つづいて、 $\phi_k(x)$  を内挿によって離散化する。図-1に内挿の概念図を示す。内挿とは、基底関数により連続関数を補間することである。基底関数  $N_j(x)$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) を用いて、 $k$  次のモード形状関数  $\phi_k(x)$  は近似的に次式のように表すことができる。

$$\phi_k(x) = \sum_{j=1}^n a_{jk} N_j(x) \quad (4)$$

ここで、基底関数が、 $N_j(\hat{x}_j) = 1$ 、かつ、 $N_j(\hat{x}_i) = 0$  (ただし、 $i \neq j$ ) となる性質を示すとき、 $a_{jk} = \hat{A}_{jk}$

である。本研究では、基底関数としてラグランジュ関数を用いた。(5)式にラグランジュ関数  $N_j(x)$  を示す。

$$N_j(x) = \left(\frac{n+1}{L}\right)^{n-1} \prod_{\substack{l=1 \\ (l \neq j)}}^n \frac{x - \hat{x}_l}{j - l} \quad (5)$$

ここで、 $L$  は橋長である。本研究では橋梁のモード次数を2次まで考慮するので、式(5)は直線式になる。いま、仮想する固定計測点を、橋梁を等間隔に  $n$  等分する点とすると、 $\hat{x}_1 = L/3$ 、 $\hat{x}_2 = 2L/3$  となる。固定計測点は、橋梁内のどの点においても仮想できるが、モード形状の直交性を保証しやすいため、橋梁を等間隔に分割する点とする。このとき、近似したモード形状  $\phi_k(x)$  を行列で表すと、

$$\begin{bmatrix} \phi_1(\tilde{x}_1(t)) & \phi_1(\tilde{x}_2(t)) \\ \phi_1(\tilde{x}_2(t)) & \phi_1(\tilde{x}_1(t)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1(\tilde{x}_1(t)) & N_2(\tilde{x}_1(t)) \\ N_1(\tilde{x}_2(t)) & N_2(\tilde{x}_2(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} & \hat{A}_{21} \\ \hat{A}_{12} & \hat{A}_{22} \end{bmatrix} \quad (6)$$

と表せる。移動計測点の座標を代入して得られる基底行列を  $\mathbf{N}(t)$ 、モード形状行列を  $\hat{\Phi}(t)$  とすると、次式が得られる。

$$\hat{\Phi}(t) = \mathbf{N}(t)\hat{\mathbf{A}} \quad (7)$$

ここで、(2)式に(7)式を代入すると

$$\tilde{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{N}(t)\hat{\mathbf{A}}\mathbf{q}(t) \quad (8)$$

となる。車両後輪が  $\hat{x}_1$  を通過してから ( $t = t_1$ )、前輪が  $\hat{x}_2$  を通過するまで ( $t = t_m$ ) を内挿の定義領域とする。(8)式の両辺に  $\mathbf{N}^{-1}(t)$  をかけると、移動計測点での計測値から固定計測点での推定値を求めることができる。

$$\mathbf{N}^{-1}(t)\tilde{\mathbf{y}}(t) = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{q}(t) \quad (9)$$

## (2) 特異値分解

次に、(9)式で求まる固定計測点での推定値を特異値分解し、モード形状を推定する。固定計測点での推定値を  $m$  列並べた行列を  $\mathbf{M} (\in \mathbf{R}^{n \times m})$  とすると

$$\mathbf{M} = [\mathbf{N}^{-1}(t_1)\tilde{\mathbf{y}}(t_1) \quad \cdots \quad \mathbf{N}^{-1}(t_m)\tilde{\mathbf{y}}(t_m)] \quad (11)$$

$$\mathbf{M} = [\hat{\mathbf{A}}\mathbf{q}(t_1) \quad \cdots \quad \hat{\mathbf{A}}\mathbf{q}(t_m)] \quad (12)$$

$$\mathbf{M} = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{Q} \quad (13)$$

となる。特異値分解は  $n \times m$  行列に対して適用可能であるから、(11)式の  $\mathbf{M}$  に対して特異値分解を適用すると、

$$\mathbf{M} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \quad (14)$$

と分解できる。ここで、 $\mathbf{U} (\in \mathbf{R}^{m \times m})$ 、 $\mathbf{V} (\in \mathbf{R}^{n \times n})$  は直交行列 (ただし、 $\mathbf{V}^T\mathbf{V} = \mathbf{I}$ 、 $\mathbf{I}$ : 単位行列)、 $\mathbf{\Sigma} (\in$

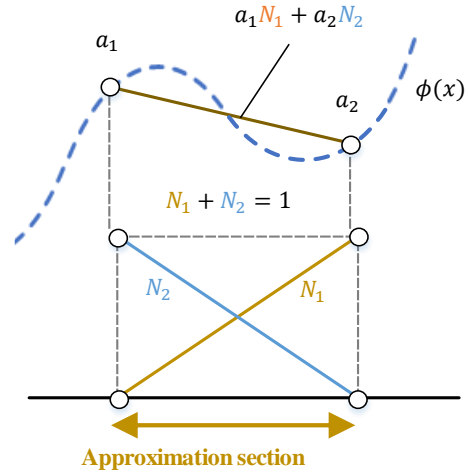


図-1 内挿の概念図

$\mathbf{R}^{n \times n}$ ) は特異値を対角成分にもつ対角行列である。また、 $\mathbf{\Sigma}$  の対角成分を大きなものから順に並べると、 $\mathbf{U}$ 、 $\mathbf{\Sigma}$  および  $\mathbf{V}$  は一意に求められる。

ここで、(14)式のようにデータ行列  $\mathbf{M}$  に特異値分解を適用したとき、モード形状を正確に推定するためには、橋梁の各次モード形状の直交性と、各次モードの基準座標の無相関性が同時に満たされる必要がある。モード形状は定義により直交性を有するが、橋梁振動は強制加振力 (交通荷重) によって励起されているため、必ずしも無相関性を示すとは限らない。そのため、特異値分解によって得られた推定モード形状  $\mathbf{U}$  は橋梁のモード形状を正確に推定できないと考えられる。

一方、特異値分解で得られる推定基準座標  $\mathbf{V}^T$  は基準座標に最も近い無相関な行列に限られる。ここで、基準座標が損傷により局所的にしか変化した場合であっても、 $\mathbf{V}^T$  は無相関であるという制約から変化しないと予想できる。これにより生じる基準座標の推定誤差は、モード形状推定値  $\mathbf{U}$  に影響を与えられられる。したがって、損傷前後でモード形状の推定精度が変化すると考えられる。そこで、本手法では推定モード形状  $\mathbf{U}$  を損傷指標とする。

ここまでは、移動計測点での測定値として車両位置における橋梁振動を考えてきたが、本研究では車両振動を用いることとする。そのため、モード形状の推定精度は低下するが、損傷指標をモード形状そのものではなく、推定値としているため、このような置き換え操作も可能となる。ただし、車両振動には路面凹凸の影響が混入する。路面凹凸は空間周波数特性をもっているため、走行速度が変化すると路面凹凸の影響も変化する。したがって、検討においては走行速度ばらつきによる路面凹凸の影響変化も考慮する必要がある。

### 2.3 統計分析

モード形状推定法は理論的なメカニズムが明らかにされていない。そこで、本手法の適用性を検討するために、本研究では実測値に基づく統計的な検討を行う。

#### (1) 正規性の仮説検定

ある母集団が正規性を有しているのかを検定するために、Jarque-Bera (JB) 検定を行う。まず、帰無仮説  $H_0$  を「ある母集団は正規分布に従う」とする。検定統計量  $JB$  は以下で定義される。

$$JB = \frac{N}{6} \left\{ S^2 + \frac{1}{4}(K - 3)^2 \right\} \quad (15)$$

ここで、 $N$  は標本数、 $S$  は歪度、 $K$  は尖度である。 $\hat{\sigma}^2$  を分散とすると、歪度・尖度はそれぞれ以下の式で表すことができる。

$$S = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - \bar{y})^3}{\hat{\sigma}^3} \quad (16)$$

$$K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - \bar{y})^4}{\hat{\sigma}^4} \quad (17)$$

帰無仮説のもとでは、統計量  $JB$  は漸近的に自由度 2 の  $\chi^2$  分布に従う。片側有意確率を  $P = \Pr\{\chi^2 \geq \chi^2_0\}$  とし、有意水準を  $\alpha$  % とすれば、以下の結論を得る。

$P > \alpha$  のとき、帰無仮説は棄却されない

$P \leq \alpha$  のとき、帰無仮説を棄却する

#### (2) 正規性を仮定した平均値の差の仮説検定

正規分布に従うという仮定の下で、2 つの母集団の平均値が等しいかどうかをウェルチの  $t$  検定により評価する。同様の検定方法として  $t$  検定があるが、 $t$  検定では 2 つの母集団が等分散性であるという前提条件を満たす必要がある。一方、ウェルチの  $t$  検定は汎用性が高く、等分散性が成り立たない場合でも適用可能である。そのため、本研究ではウェルチの  $t$  検定を用いることとする。まず、帰無仮説  $H_0$  を「2 つの母集団の平均値は等しい」とする。検定統計量  $t$ 、および自由度  $\nu$  は以下の式で定義される。

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2}}} \quad (18)$$

$$\nu = \frac{\left( \frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2} \right)^2}{\frac{s_1^4}{N_1^2(N_1 - 1)} + \frac{s_2^4}{N_2^2(N_2 - 1)}} \quad (19)$$

ここで  $\bar{X}_i$ ,  $s_i$ ,  $N_i$  はそれぞれ  $i$  群の標本平均、標本分散、標本数である。また検定統計量  $t$  は、自由度  $\nu$  の  $t$  分布に従う。ただし、 $\nu$  値が小数の場合、整数部分の値を自由度の値とする。両側有意確率を  $P = \Pr\{|T| \geq t_0\}$  とし、有意水準を  $\alpha$  % とすれば、以下の結論を得る。

$P > \alpha$  のとき、帰無仮説は棄却されない

$P \leq \alpha$  のとき、帰無仮説を棄却する

#### (3) 正規性を仮定しない平均値の差の仮説検定

母集団が正規分布に従わない場合、検定などのパラメトリック検定を適用することはできない。このとき、正規性などの前提条件を設けないノンパラメトリックな手法を適用する。2 つの母集団の分布の違いを確認するために、本研究ではKolmogorov-Smirnov (KS) 検定を行う。母集団におけるヒストグラムの階級番号を  $i$  とし、 $l$  群の母集団における累積相対度数を  $P_{il}$  とする。ここで、検定統計量  $D$  を(20)式で定義する。

$$D = \max(|P_{ij} - P_{ik}|) \quad (j \neq k) \quad (20)$$

各群のケース数を  $n_1$ ,  $n_2$  とすると、検定統計量  $KS$  は以下の式で定義される。

$$KS = 4D^2 \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} \quad (21)$$

統計量  $KS$  は漸近的に自由度 2 の  $\chi^2$  分布に従う。片側有意確率を  $P = \Pr\{\chi^2 \geq \chi^2_0\}$  とし、有意水準を  $\alpha$  % とすれば、以下の結論を得る。

$P > \alpha$  のとき、帰無仮説は棄却されない

$P \leq \alpha$  のとき、帰無仮説を棄却する

## 3 実験概要

### 3.1 模型桁および模型車両

本研究では、統計分析によりモード形状推定法の適用性を検討するため、簡易に反復試行のできる模型実験を行う。本実験で用いた模型桁と模型車両の写真を図-1、図-2に掲載する。

模型桁は、両端ピン支承の単純桁で、径間  $L = 5.2$  (m) である。模型桁上には、3本のレールが敷設されており、進行方向から見て右側・中央レールは模型車両の走行レールで、左側レールは模擬損傷用のレールである。図3に模型桁の側面図と断面図を示す。模型桁は主桁とアプローチ部で構成されており、主桁通過後の桁振動は自由振動となる。加速度計はひずみ式の高感度加速度計を用い、桁下4箇所に取り付けられて

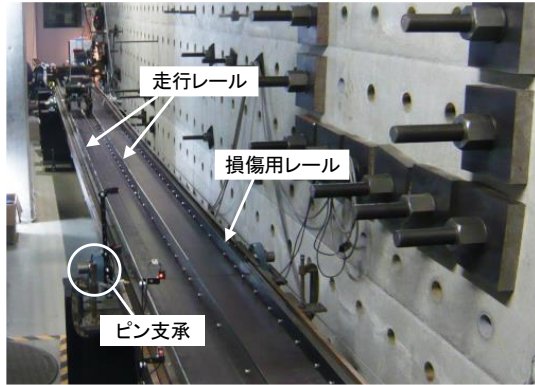


図-2 模型桁

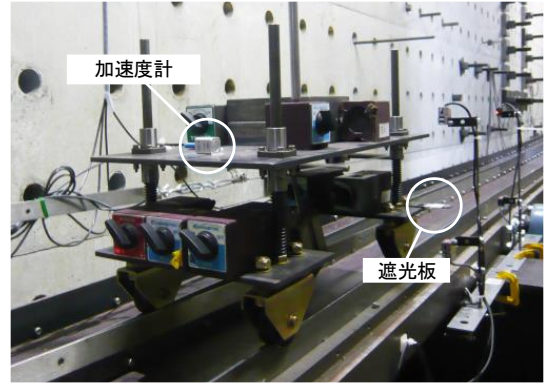


図-3 模型車両

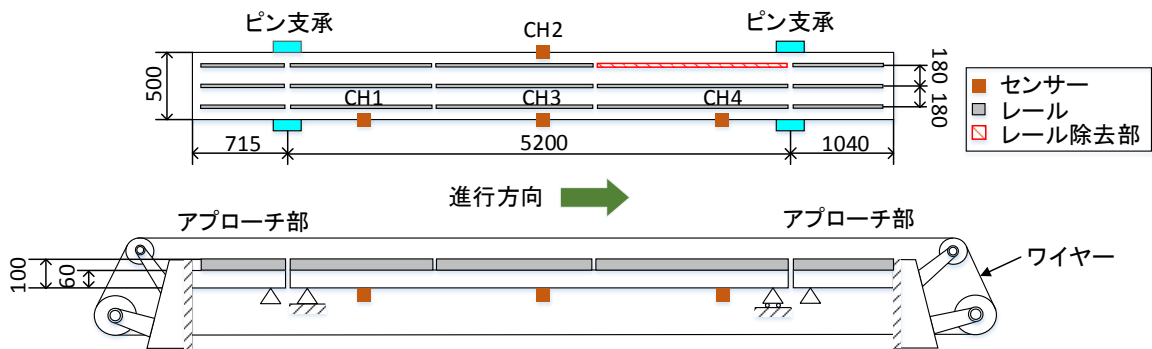


図-4 模型桁の平面図(上図)と側面図(下図)

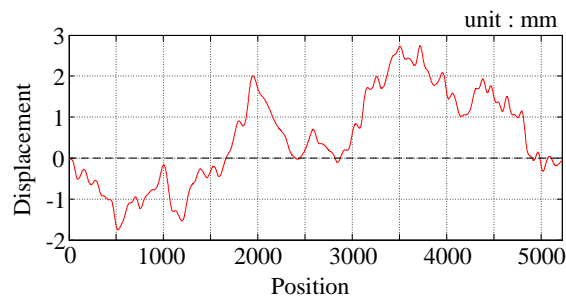


図-5 模型桁レールの凹凸

いる。本研究では非常性を考慮するため、模型桁に敷設されたレールは凹凸加工が施されている。図-5に模型桁レールの凹凸を示す。凹凸は実橋梁の路面凹凸とは厳密には異なるが、周波数特性が一致するように生成されている。一方、模型車両はレール上を一定回数繰り返し走行する。模型車両は上部・下部でワイヤーと連結しており、モーターがワイヤーを巻き取りながら車両を牽引することで走行している。模型車両の走行開始位置はアプローチ部であり、アプローチで加速・減速する。加速度計は模型桁と同様に高感度加速度計を使用しており、前後輪のバネ下・バネ上の計4箇所を設置している。なお前輪側部には遮光板が備え付けられている(図-2)。遮光板はピン支承外側に設置されたレーザーを通過したデータ情報を測定するために使用される。模型車両がレーザー間を通過するまで

の時間とデータ数、サンプリング周波数 $f = 500$  (Hz)から走行速度を推定する。本実験では、モーター角速度を基準としているが、参考のためにモーター角速度に対応する模型車両の走行速度を表-1に示す。

### 3.2 実験手順

模型モデルを用いた走行実験の手順について説明する。本実験では、モード形状推定法の損傷検知に対する適用性を検討するため、健全時と損傷時で走行実験を行う。走行順としては、健全時での走行実験後、損傷用レールを除去し、損傷時での走行実験を行う。まず、モーター角速度を $6.0$  (rpm (radian per minute))、走行回数を9回と設定して走行を開始する。模型車両が指定回数を走行し、走行を停止したら、モーター角速度を $0.1$  (rpm)増加させ、同様の実験を行う。健全な

表-1 モーター角速度に対応する走行速度

モーター角速度 (rpm)	走行速度 (m/s)
6.0	0.203
7.0	0.236
8.0	0.271
9.0	0.306
10.0	0.340
11.0	0.374

表-2 模型車両の走行回数

モーター角速度 (rpm)	走行回数	
	Intact	Damage
6.0~6.4	9	9
6.5~7.5	19	19
7.6~8.0	9	9
9.0~9.4	5	5
9.5~10.5	9	9
10.6~11.0	5	5

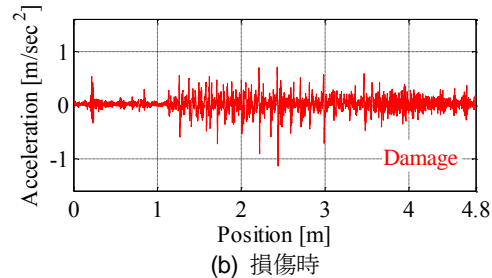
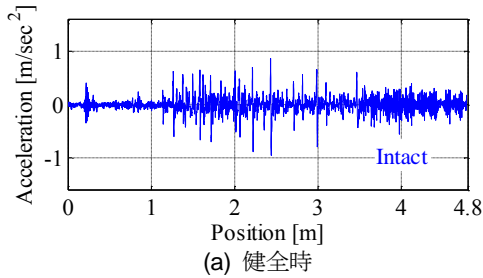


図-6 模型車両の前輪パネ下振動

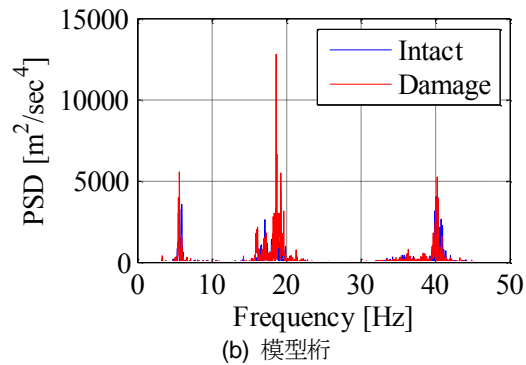
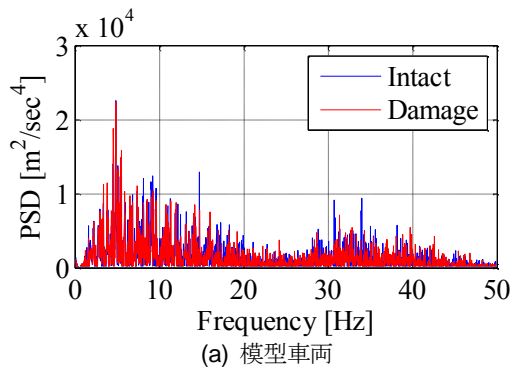


図-7 パワースペクトル密度

状態において、低速：6.0–8.0 (rpm)、高速：9.0–11.0 (rpm)で走行実験を実施して、レール除去による損傷時についても同様の走行実験を実施する。損傷は、2L/3地点における長さ2m のレールを外すことで模擬した。

速度範囲を低速と高速で行ったのは、模型車両の速度変化によって損傷影響に差異が生じるか検証するためである。表-2に各々のモーター角速度での走行回数を示す。表-2から分かるように、健全時と損傷時での走行回数は同回数としている。また、車両応答として用いる測定値は、アプローチ部を除く主桁での往路測定値のみである。

## 4 実験結果

### 4.1 固有振動数

本節では、損傷による模型車両の卓越振動数の変化から損傷影響の評価を行う。損傷前後の模型車両前輪パネ下における加速度応答の一例を図-6に示す。この

とき、模型車両の走行速度は6.0(rpm)である。いま、加速度応答に対してフーリエ変換を行う。図-7にフーリエ変換により求まる模型車両および模型桁のパワースペクトル密度を示す。図-7(b)より、模型桁の固有振動数は一次、二次、三次それぞれ5.57(Hz)、18.6(Hz)、40.1(Hz)であることが確認される。一方で、模型車両の卓越振動数は4.80(Hz)、14.7(Hz)、33.8(Hz)である。したがって、一次の固有振動数は卓越するものの、二次、三次の固有振動数は外乱の影響により判別できないことが分かる。

### 4.2 モード形状推定

モード形状推定法の損傷検知への適用性について検討するため、本研究では、車両振動によって得られる推定値を空間特異モード(SSM)と呼称し、損傷指標とする。モード形状推定法は、モード形状を正確に推定する方法ではないが、推定されるモード形状は、損傷によって変化すると推測されるので、損傷検知に有効であると考えられる。ここで、式(11)で表されるMの

特異値分解により橋梁のモード形状を推定する。本実験では、車両振動としてバネ下の加速度振動を用い

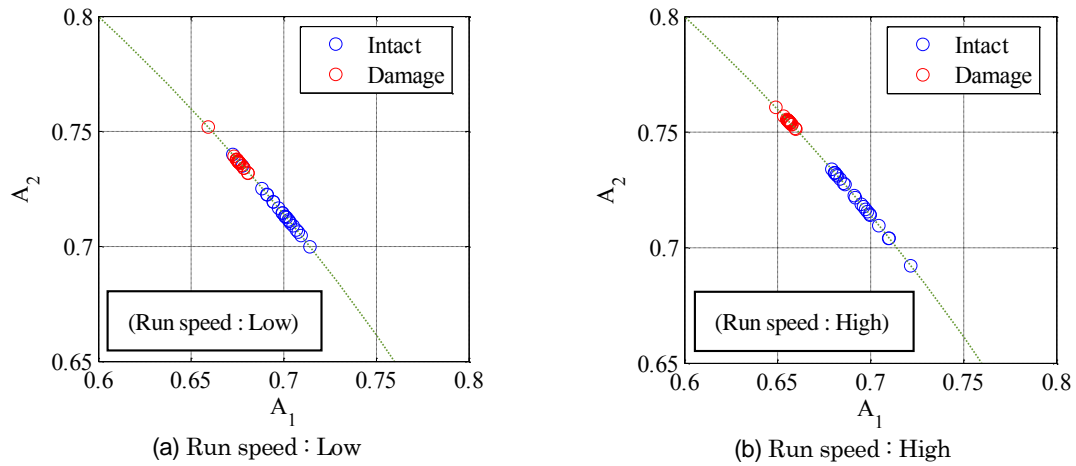


図-8 モード形状振幅比

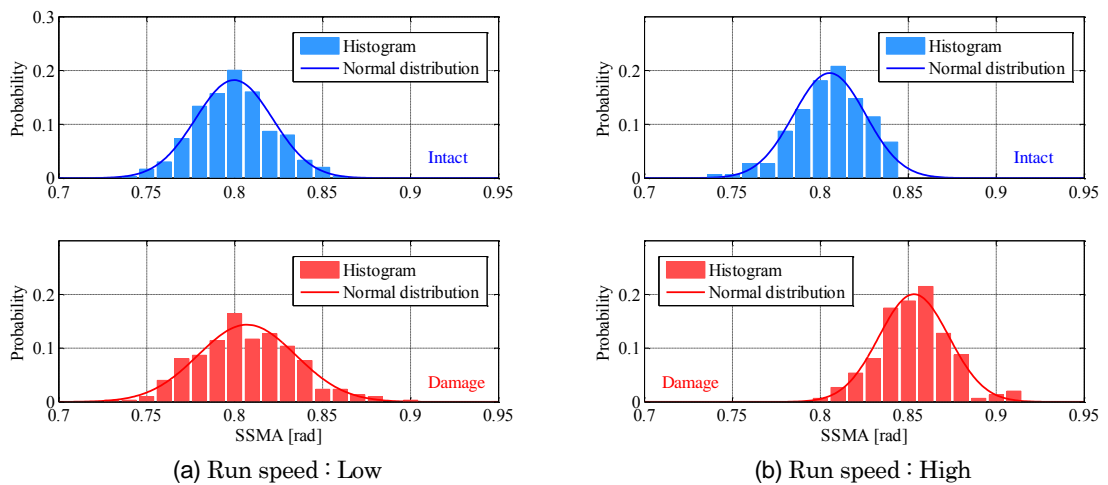


図-9 SSMAの相対度数ヒストグラムと正規分布

る。損傷指標としては、一次モード形状に着目する。以下、各々のモーター角速度でのモード形状の平均振幅値を $A_1, A_2$ とする。ここで、 $A_1, A_2$ は模型桁位置 $L/3, 2L/3$ 地点におけるモード形状振幅値にそれぞれ対応する。また、振幅値は $A_1^2 + A_2^2 = 1$ となるように正規化を行い、 $0 \leq A_1 \leq 1, 0 \leq A_2 \leq 1$ とする。

$A_1, A_2$ をそれぞれ $x$ 軸, $y$ 軸にプロットしたグラフを図-8に示す。青は健全時、赤は損傷時のモード形状振幅比である。図-8より、損傷前後で全体的に $A_1$ が小さくなり、 $A_2$ が大きくなっていることが分かる。これは $2L/3$ 地点におけるレールを取り外したことによって、模型桁の $2L/3$ 地点における剛性が低下したため、相対的に同地点のモード振幅が大きくなったためであると考えられる。ただし、低速では必ずしもそのような傾向を示すわけではなく、損傷前後で $A_1$ が大きくなり、 $A_2$ が小さくなる走行速度があることが確認で

きる。それに対し、高速になると損傷前後でのモード形状振幅の差が明確に確認できる。これは、走行速度の上昇によって、損傷部分に対する感度が高まり、損傷影響が路面凹凸や車体パラメータの変化などの外的影響より大きくなったためと考えられる。

#### 4.3 モード形状角度

$A_1, A_2$ のなす角度から求められるモード形状角度(SSMA: Spatial Singular Mode Angle)という指標を導入する。モード形状角度は、原点と $(A_1, A_2)$ を結ぶ直線と $x$ 軸とのなす角度とする。

SSMAの相対度数ヒストグラムと、SSMAの分布を正規分布と仮定した場合の分布曲線を図-9に示す。なお、図-8では、各々のモード形状の平均振幅値をプロットしているが、図-9でのヒストグラムは、全測定値でのSSMAによって構成している。

一般に、あるサンプリングデータが正規分布に従っているかを判断する場合、ヒストグラムを描いて形状

を正規分布と照らし合わせる定性的手法と、仮説検定によって統計的に確認する定量的手法が挙げられる。

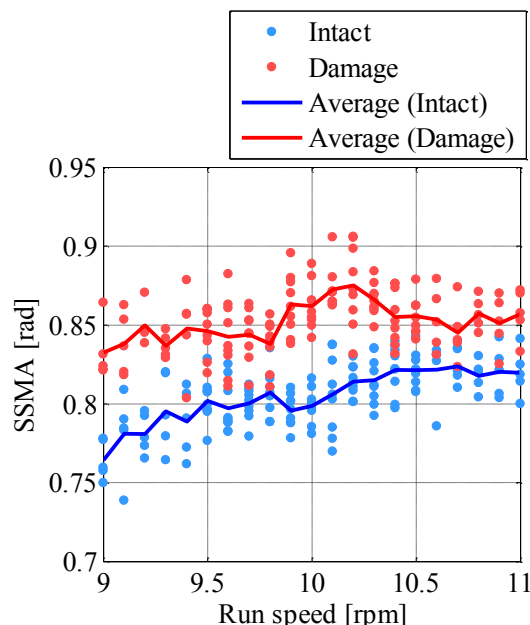
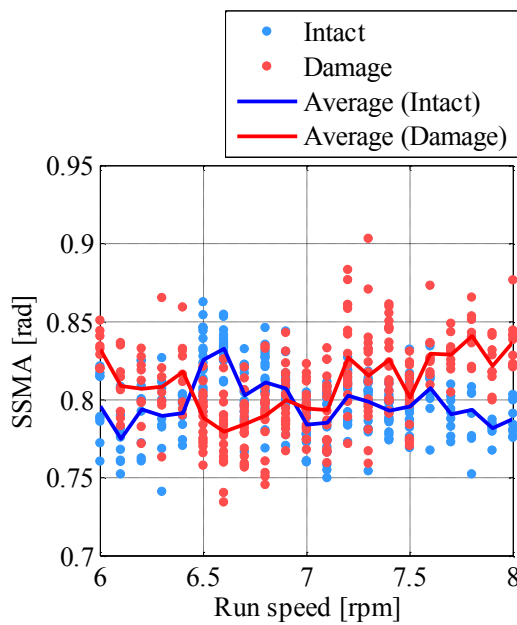
表-3 SSMA の統計量と JB 検定の結果

	Low		High	
	Intact	Damage	Intact	Damage
mean( $\times 10^{-1}$ )	8.00	8.06	8.05	8.53
variance ( $\times 10^{-4}$ )	4.79	7.73	4.17	3.96
skewness ( $\times 10^{-3}$ )	3.23	6.31	-9.47	1.68
kurtosis	2.83	3.06	3.11	3.11
JB	0.371	0.0491	0.0770	0.0717
$\Pr(\chi^2 \geq \chi_0^2)$	0.831	0.976	0.962	0.965
Determination	n.s.	n.s.	n.s.	n.s.

表-4 必要サンプリング数

	Low		High	
	Intact	Damage	Intact	Damage
標本数	299	299	149	149
必要数	28.46	37.87	17.11	15.42

n.s. : 非有意 / s : 有意 ( $\alpha = 5\%$ )



(a) Run speed : Low

(b) Run speed : High

図-10 SSMA の平均値と走行速度の関係

図-9 よりヒストグラムと正規分布の形状を比較すると、健全時・損傷時ともに適合している様子が確認できる。つづいて、仮説検定により SSMA が正規分布に従っているのかを確認する。正規性の検定として Jarque-Bera (JB) 検定を適用する。表-3 に SSMA の統計量と JB 検定の結果をまとめる。有意水準  $\alpha$  を 5% としたとき、JB 検定の結果より、有意確率  $\Pr(\chi^2 \geq \chi_0^2)$  はすべての条件において  $\alpha$  より大きいことが分かる。したがって、帰無仮説は棄却されず「SSMA は正規分布に従っていないとはいえない」という結論に至る。一般的に統計データにおいて、サンプルデータ数が少ないケースは有意差なしと判定されやすい。そこで、本検定において必要なサンプリング数を満たしているかどうか検討を行う。いま、SSMA が正規分布に従うと仮定すると、必要サンプリング数  $n$  は(22)式で定義される。

$$n \geq \frac{N}{\left(\frac{CI}{2k}\right)^2 \frac{N-1}{s^2} + 1} \quad (22)$$

ここで、 $N$  は母集団数、 $k$  は正規分布の棄却限界値、 $CI$  は許容誤差、 $s^2$  は母分散である。ただし、本実験での母集団数  $N$  は  $\infty$  である。また、母分散が未知であるため、不偏分散を母分散として代用する。許容誤差  $\pm 0.1\%$  ( $CI = 0.002$ ) としたときの必要サンプリング数を表-4 にまとめる。表-4 より、本実験での標本数は必要サンプリング数を満たしていることが分かる。よって、JB 検定において統計学的な有意性があると判断し、以下 SSMA は正規分布に従うと仮定する。以下 SSMA は正規分布に従うとする。

#### 4.4 損傷影響の評価



## (1) SSMAによる損傷評価

本項では、SSMAが正規分布に従っているとの前提に基づいて、t検定により損傷前後でのSSMAの平均値

に有意差があるのか検証する。図-10にSSMAと走行速度との関係を示す。走行回数1回あたりのSSMA値を点

表-5 ウェルチのt検定の結果

	Low	High
自由度 $\nu$	565	295
T	-3.56	-20.5
$\Pr\{ T  \geq t_0\}$	$4.05 \times 10^{-4}$	$1.66 \times 10^{-58}$
Determination	s	s

n.s. : 非有意 / s : 有意 ( $\alpha = 0.1\%$ )

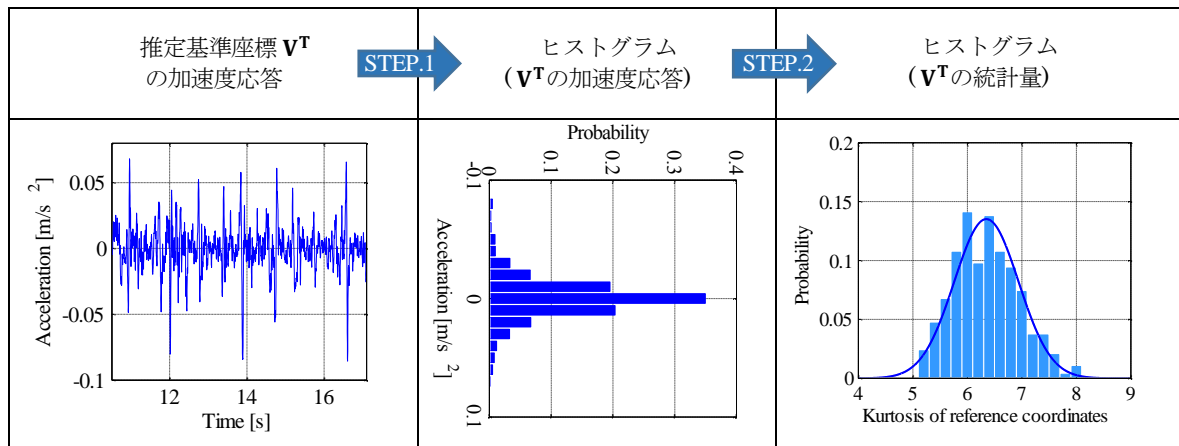


図-11 推定基準座標の統計量ヒストグラムの作成行程

でプロットし、各々の走行速度におけるSSMAの平均値を折れ線で示す。図-10より、損傷前後でSSMA値が比較的大きくなるのが分かる。これは、モード形状の平均振幅値と同様の関係である。ただし、低速域における6.5(rpm)–6.9(rpm)の範囲では、健全時のSSMA値の方が大きい値を示している。これは、この速度範囲において明瞭な差が確認できることや、低速域では高速域と比較して損傷前後での差が顕著に表れないことなどから、偶然誤差ではなく特異値分解の推定誤差が損傷により変化したことによると考えられる。

ここで、SSMAの統計的に有意な変化をしているかどうかを仮説検定により検証する。2つの母集団の平均の差を比較する方法として、t検定とウェルチのt検定が挙げられるが、本研究ではウェルチのt検定を用いることとする。表-5にウェルチのt検定の結果を示す。自由度 $\nu$ は小数部分を切り捨てた整数値としている。有意水準 $\alpha$ を0.1%としたとき、ウェルチのt検定の結果より、有意確率 $\Pr\{|T| \geq t_0\}$ は、低速域・高速域ともに $\alpha$ を下回っている。このことから帰無仮説は棄却され、「2つの母集団の平均値が等しいとはいえない」という結論に至る。よって、SSMAは模型桁の損傷前後で統計的に有意に変化しているといえる。

ただし、SSMAは損傷影響とともに、路面凹凸や環境変化などの外的因子による影響も受けていると考

えられる。将来、橋梁点検に本手法を適用するにあたっては、たとえば、路面凹凸の変化による影響を除外する必要がある。

## (2) 推定基準座標の評価

特異値分解による推定基準座標 $\mathbf{v}^T$ は、基準座標 $\mathbf{Q}$ に近い無相関な行列に限定されるため、損傷による変化は生じ難いと考えられる。そこで、特異値分解によって補正された推定基準座標 $\mathbf{v}^T$ を損傷前後で比較する。本研究では、 $\mathbf{v}^T$ の歪度・尖度を評価指標とする。

図-11に、推定基準座標の変位応答の一例と、変位応答の統計量ヒストグラムを作成するまでの行程を示す。まず、STEP.1において $\mathbf{v}^T$ の加速度応答のヒストグラムを作成する。ただし、 $\mathbf{v}^T$ の加速度応答は模型車両の後輪が $L/3$ を通過してから、前輪が $2L/3$ を通過するまでの時間でのみ近似できる推定値である。つづいて、STEP.2では、 $\mathbf{v}^T$ の加速度ヒストグラムから得られる歪度・尖度を各々の走行速度で算出し、統計量のヒストグラムを作成する。

図-12に、推定基準座標より得られた歪度・尖度ヒストグラムと正規分布を仮定した場合の分布曲線を示す。図-12より、損傷前後でも中央値の変化が表れないことが確認できる。損傷前後での変化を定量的に判断するために仮説検定を行う。まず、パラメトリック手法の適用性を検討するために、推定基準座標の歪

度・尖度ヒストグラムが正規分布に従っているかどうかを確認する。正規性の検定方法として JB 検定を適用する。表-6 に JB 検定の結果を示す。有意水準  $\alpha$  を

5%としたとき、有意確率  $\Pr(\chi^2 \geq \chi_0^2)$  は、健全時の尖度では  $\alpha$  を下回っているものの、損傷時の尖度、および歪度では  $\alpha$  を上回っている。よって、健全時の尖度

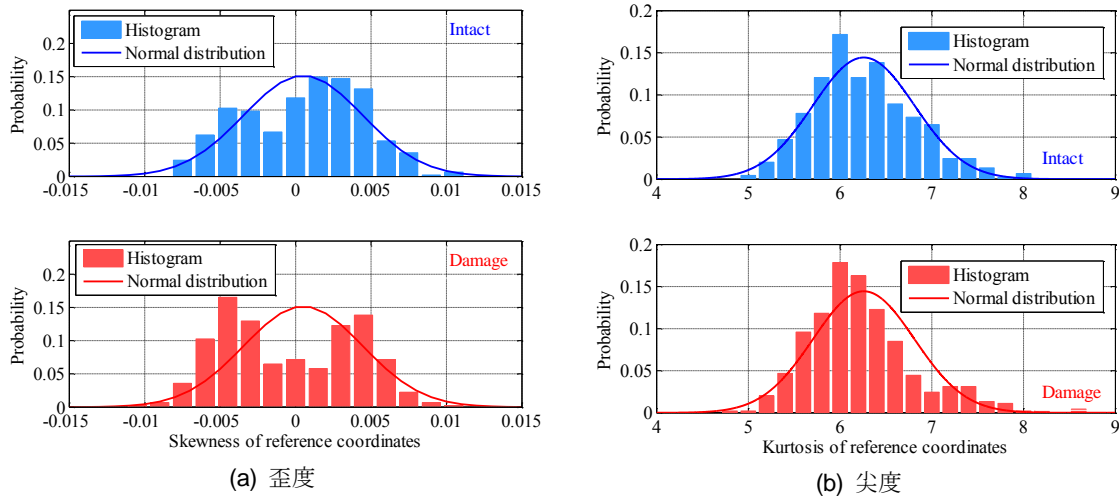


図-12 推定基準座標の統計量ヒストグラムと正規分布

表-6 推定基準座標における JB 検定の結果

	skewness		Kurtosis	
	Intact	Damage	Intact	Damage
JB	11.6	26.9	4.94	53.8
$\Pr(\chi^2 \geq \chi_0^2)$	0.00299	$1.43 \times 10^{-6}$	0.0845	$2.04 \times 10^{-12}$
Determination	s	s	n.s.	s

n.s. : 非有意 / s : 有意 ( $\alpha = 5\%$ )

表-7 KS 検定の結果

	Skewness	Kurtosis
KS	$7.14 \times 10^{-2}$	3.75
$\Pr(\chi^2 \geq \chi_0^2)$	0.965	0.153
Determination	n.s.	n.s.

n.s. : 非有意 / s : 有意 ( $\alpha = 5\%$ )

表-8 推定基準座標の歪度・尖度の統計量

	Skewness		Kurtosis	
	Intact	Damage	Intact	Damage
Mean	$5.03 \times 10^{-4}$	$-4.20 \times 10^{-4}$	6.26	6.23
Variance	$1.56 \times 10^{-5}$	$1.95 \times 10^{-5}$	0.305	0.341

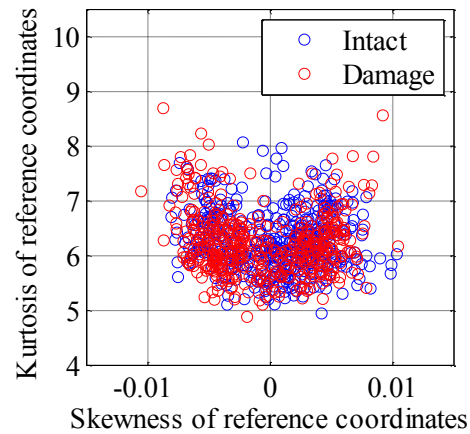


図-13 歪度-尖度の相関図

のみが正規性を有する傾向にあることが分かる。

非正規性の分布に対してはノンパラメトリックな手法を適用する。ノンパラメトリック手法は、正規性などの条件を設けない汎用性の高い検定方法である。本研究では、損傷前後での変化を判定する方法として、Kolmogorov-Smirnov (KS) 検定を行う。表-7 に KS 検定の結果をまとめる。有意水準  $\alpha$  を 5%としたとき、有意確率  $\Pr(\chi^2 \geq \chi_0^2)$  は、尖度・歪度で有意水準  $\alpha$  を下回っている。よって、損傷前後での分布に有意差がないことが分かる。

JB 検定、KS 検定の結果から、尖度は損傷により正規分布に従わなくなる一方で、損傷前後での中央値に変化はないことが分かった。この結果は一見すると相

反するが、これは、それぞれの検定方法の依存する代表値が影響しているものと思われる。JB 検定は歪度や尖度の変化に強く依存する。そのため、平均値に対する非対称性や外れ値に影響される。一方で、KS 検定は中央値に強く依存する。そのため、平均値が近いと有意差なしと判定されやすい。図-13 に歪度-尖度の相関図を示す。図-13 より、損傷時において分布中央から大きく外れた値がいくつか存在していることが分かる。よって、損傷時には外れ値の影響により JB 検定で有意差が生じたと考えられる。この外れ値は、母集団である基準座標の正解値が損傷前後で変化した影響であると考えられる。

表-8 に損傷前後での尖度・歪度の統計量を示す。損傷前後で中央値に変化が生じていないことから、KS 検定では有意差が生じなかったと考えられる。このことは、推定基準座標が損傷前後でほとんど変化してい

ないことを示している。一方で、各次モードの基準座標そのものには局所的な損傷影響が生じているものと考えられる。この局所的な影響が偶発的に大きくな

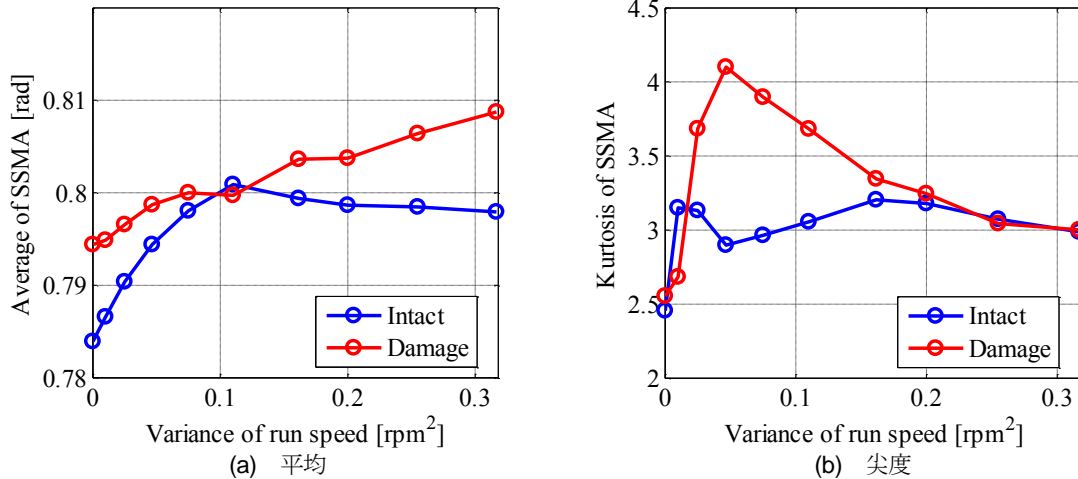


図-14 SSMA の平均・尖度と速度分散の関係

ると、尖度は鋭敏に反応する。そのため、尖度分布の分散値は損傷により増加すると考えられる。表-8 によると、確かに尖度分布の分散値は損傷により増加傾向を示しており、この仮説を裏付けるものである。

本研究では、損傷指標として推定モード形状 $\mathbf{U}$ 、推定基準座標 $\mathbf{V}^T$ に着目した。実験結果より、損傷前後で推定モード形状 $\mathbf{U}$ は変化が生じる傾向にあることが分かった。一方で、推定基準座標 $\mathbf{V}^T$ は損傷により中央値の変化は生じ難いことが分かった。

よって、橋梁の損傷を推定モード形状の変化から検知できる可能性が示された。また、路面凹凸の変化など環境外乱の変化に対しては、損傷に対して感度の低い推定基準座標の統計量を用いることなどが考えられる。

#### 4.5 速度分散変化

本節では、走行速度のばらつきによる SSMA の損傷差異について検証する。

まず、基準となる走行速度・回数を決定する。本研究では、基準となる走行速度を 7.0 (rpm)、走行回数を 19 回とした。車両が基準速度のまま一定の速度で走行すると仮定すると、速度のばらつきを示す速度分散の値は 0 となる。つづいて、走行速度がばらついたと仮定し、基準速度からずれた速度における走行回数を増やす。ただし、すべての検討において、累計走行回数は基準走行回数と等しくなるように調整する。同様の手順で、さらに速度分散を大きくしていく。ただし、速度分散が 0 からずれると、各々の走行速度から抽出

する走行データにばらつきが生じてしまうので、全走行データの中からランダムに選び出した走行データを使用する。本実験では、ランダム試行を 1000 回繰り返し、その平均値を使用している。

図-14 に速度分散を横軸、SSMA の平均と分散を縦軸にとったグラフを示す。図-14 (a) に示した SSMA の平均値は、速度分散が 0 付近のときと、0.3 より大きいときに損傷影響が明瞭に確認できる。一方、図-14 (b) に示した SSMA の尖度は、速度分散が 0.1 付近のときに差異が確認できる。よって平均と尖度では、損傷影響を確認しやすい速度分散に違いがあると考えられる。

いま、これらの速度分散での走行速度を実車両の走行速度に変換し、実スケールでの検討を行う。実橋梁の長さを 30(m) として想定すると、基準速度は 4.9(km/h)、速度分散 0.3(rpm<sup>2</sup>) のとき 4.3~5.5(km/h) で、速度誤差は ±0.6(km/h) である。実橋梁実験で車両を操作するのは人間なので、走行速度にはある程度のばらつきが生じることを考慮すると、本実験での速度分布のときは、損傷検知に対して SSMA の平均値を適用することが望ましいと考えられる。ただし、本実験では速度分布を十分考慮できるほどの測定値が得られなかったことから、さらに多くの速度での走行実験を行う必要があると考えられる。

## まとめ

本研究では、模型車両走行実験により、損傷検知に対するモード形状推定法の適用性について検討した。以下に本実験から得られた知見を記す。

- (1) モード形状推定法から推定されたモード形状を損傷前後で比較したところ、高速域での顕著な変化が確認された。
- (2) 推定基準座標は損傷によって正規分布に従わなくなる傾向にあるが、損傷前後で大きく変化しないことが確認できた。したがって、推定基準座標が変化せず、推定モード形状のみ変化する場合において、橋梁損傷と判定できなどの可能性が示された。
- (3) 実際の橋梁点検への適用を想定し、車両速度のばらつきを考慮したところ、速度分散が大きいとき、損傷指標として SSMA の平均値が有効であることを確認した。ただし、十分な計測回数を満たしていないことから、今後さらに多くの統計データの収集が必要である。

本研究では、繰り返し実験可能な模型車両走行実験を行い、その実験から得られた多数のデータから統計分析を行った。しかし、点検への適用に拡張して考えると、車両走行回数は限られ、より高度な意思決定を迫られる。そのため、限られたデータから損傷判断ができるように判別精度を高めることが課題として残る。また、SSMA によって損傷影響を判断するには、健全時データが必要となる点も課題として挙げられる。判別精度を高める手法としては、モード形状推定法の理論的メカニズムを明らかにすることや、学習機能を備えた人工知能によって損傷有無の判断を行うことなどが考えられ、今後の研究課題として検討予定である。

## 参考文献

- [1] NTSB : Highway Accident Report, Collapse of Suspended Span of Interstate Route 95 Highway Bridge Over the Mianus River, Greenwich, Connecticut, June 28, 1983, National Transportation Safety Board, Washington, D.C., NTSB/HAR-84/03, PB84-916203
- [2] NTSB : Highway Accident Report, Collapse of I-35W Highway Bridge Minneapolis, Minnesota, August 1, 2007, National Transportation Safety Board, Washington, D.C., NTSB/HAR-08/03, PB2008-916203, Notation 7975C
- [3] 井上雅夫, 藤野陽三: 米国ミネソタ州での落橋事故の社会的影響, 土木学会論文集 Vol.66F, pp.14-26, 2010
- [4] 笠野英行, 依田照彦: 米国ミネアポリス I-35W 橋の崩壊メカニズムと格点部の損傷評価, 土木学会論文集, Vol.66A, pp.312-323, 2010
- [5] 稲垣博信, 水野裕介, 藤野陽三, 河村圭: 地方自治体における橋梁の維持管理の状況と投資効果に関する調査検討, 土木学会論文集 Vol.66F, pp.351-359, 2010
- [6] Zhu, X.Q. and Law, S.S.: Wavelet-based crack identification of bridge beam from operational deflection time history, *International Journal of Solids and Structures*, 43, pp.2299-2317, 2006.
- [7] Toshinami, T., Kawatani, M. and Kim, C.W. : Feasibility investigation for identifying bridges fundamental frequencies from vehicle vibrations, *Bridge maintenance, safety, management and life-cycle optimization, IABMAS 2010*, pp.317-322, 2010.
- [8] 長江信顕, 渡瀬正泰, 玉木利裕: 相互相関関数を用いた実稼働モード解析, 構造工学論文集 Vol.57A, pp.232-241, 2011.
- [9] 西村昭, 藤井学, 宮本文穂, 加賀山泰一: 橋梁の損傷評価における力学的挙動の有効性, 土木学会論文集 I-7, No.380, pp.355-364, 1987
- [10] 古川愛子, 清野純史, 大塚久哲: 独立成分分析を用いた起振応答の抽出法と損傷同定問題への適用, 応用学論文集, Vol.9, pp.43-54, 2006
- [11] Kim, C. W., Kawatani, M. and Ozaki, R. : Modal identification of short and medium span bridges under moving loads, *Proc. of 10th ICOSSAR*, pp.2446-2452, 2009.
- [12] Hearn, G. and Testa, G. R. : Modal analysis for damage detection in structures, *Journal of Structural Engineering*, Vol.117, pp.3042-3063, ASCE, 1991.
- [13] Xia, Y., Hao, H., Brownjohn, J. M. W. and Xia, P.-Q. : Damage identification of structures with uncertain frequency and mode shape data, *Earthquake Engineering and Structure Dynamics*, Vol.31, pp.1053-1066, 2003.
- [14] 山本亨輔, 伊勢本遼, 大島義信, 金哲佑, 杉浦邦征: 鋼トラス橋の部材破断が橋梁および走行車両の加速度応答に及ぼす影響, 構造工学論文集, Vol.58A, pp.180-193, 2012

- [15] A. Gonzalez, E.J. Obrien, P.J. McGetrick: Identification of damping in a bridge using a moving instrumented vehicle, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.331, pp.18-27, 2012
- [16] 吉岡勉, 伊藤信, 山口宏樹, 松本泰尚: 鋼トラス橋の斜材振動連成とモード減衰変化を利用した構造健全度評価, *土木学会論文集*, Vol.66A, pp.516-534, 2010
- [17] 貝戸清之, 阿部雅人, 藤野陽三: 不確実性に起因する振動特性変化の定量化とその有意性検定手法, *土木学会論文集* I56, pp.399-414, 2001
- [18] Yang, Y.-B., Lin, C. W. and Yau, J. D. : Extracting bridge frequency from the dynamic response of a passing vehicle, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.272, pp.471-493, 2004.
- [19] Yang, Y. B. and Lin, C. W. : Measureing the bridge frequencies from the response of a passing vehicle, *Environmental Vibrations*, Takemiya ed., 2005.
- [20] Ling, C. W. and Yang, Y. B. : Use of a passing vehicle to scan the fundamental bridge frequencies: An experimental verification, *Engineering Structures*, Vol.27, pp.1865-1878, 2005.
- [21] Y.B. Yang, K.C. Chang: Extracting the bridge frequencies indirectly from a passing vehicle : Parametric study, *Engineering Structure*, Vol.31, pp.2448-2459, 2009
- [22] Y.B. Yang, K.C. Chang: Extraction of bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle enhanced by the EMD technique, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.322, pp.718-739, 2009
- [23] Y.B. Yang, K.C. Chang, Y.C. Li : Filtering techniques for extracting bridge frequencies from a test vehicle moving over the bridge, *Engineering Structures*, Vol.48, pp.353-362, 2013
- [24] Xiang, Z., Dai, X., Zhang, Y. and Lu, Q. : The Tap-Scan Damage Detection Method for Beam Structures, *Advances Interaction & Multiscale Mechanics*, pp.541-553, 2010.
- [25] Khoa Viet Nguyen: Mode shapes analysis of cracked beam and its application for crack detection, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.333, pp.848-872, 2014
- [26] Khoa Viet Nguyen, Hai Thanh Tran: Multi-cracks detection of a beam-like structure based on the on-vehicle vibration signal and wavelet analysis, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.329, pp.4455-4465, 2010
- [27] 山本亨輔, 大島義信, 金哲佑, 杉浦邦征: 車両応答の時間周波数解析に基づく橋梁の損傷検知法, *構造工学論文集*, Vol.57A, pp.637-645, 2011
- [28] 大島義信, 山本亨輔, 杉浦邦征, 金哲佑: 車両応答から推定した橋梁変位に基づく橋梁の損傷同定法, *構造工学論文集*, Vol.57A, pp.646-654, 2011
- [29] 山本亨輔, 大島義信, 金哲佑, 杉浦邦征: 車両応答データの特異値分解による橋梁損傷検知技術の提案と検討, *構造工学論文集*, Vol.59A, pp.320-331, 2013
- [30] 山本亨輔, 大島義信, 杉浦邦征, 河野広隆: 車両応答に基づく橋梁のモード形状推定法, *土木学会論文集 A1*, Vol.67, pp.242-257, 2011
- [31] Yao Zhang, Seng Tjhen Lie, Zhihai Xiang: Damage detection method based on operating deflection shape curvature extracted from dynamic response of a passing vehicle, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol.35, pp.238-254, 2013
- [32] Yao Zhang, Longqi Wang, Zhihai Xiang: Damage detection by mode shape squares extracted from a passing vehicle, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.331, pp.291-307, 2012
- [33] 高木賢太郎, 長瀬賢二, 早川義一, 川崎督生: 独立成分分析を用いたモード形状の推定法と故障診断への応用, *日本機械学会論文集 (C 編)*, 70 巻 698 号, pp.2847-2853, 2004
- [34] 増田新, 曾根彰, 森田伸也: 時間周波数解析に基づくモード形状変化の連続モニタリング, *日本機械学会 No.02-53 第 1 回評価・診断に関するシンポジウム講演論文集*, pp.66-70, 2002.

## 謝辞

山田先生にはゼミでご指導頂いたほか、研究に専念できる環境を与えてくださいました。松島先生にも、ゼミで多くのアドバイスを頂きました。山本先生には論文作成に当たって直接ご指導いただきました。また地盤研の先輩の皆様には大変お世話になりました。また、実験遂行に当たっては、京都大学の杉浦邦征教授、大島義信准教授に実験設備をご提供頂きました。ありがとうございました。最後に、大学の研究を支えてくれた両親・家族に感謝の意を表します。