筑波大学
University of Tsukuba

IMAGINE THE FUTURE.

梁のたわみと有名な問題
Famous Patterns of Beam Deflection

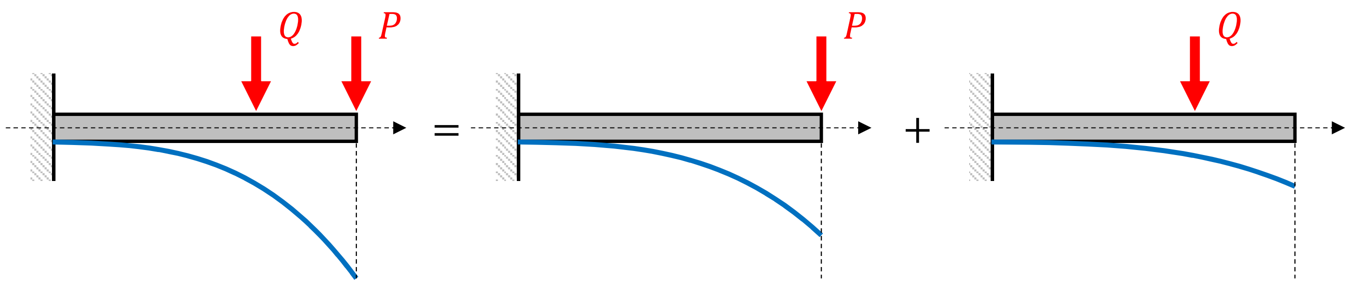
構造力学 04

システム情報系 助教
山本亨輔
yamamoto_k@kz.tsukuba.ac.jp

作成日：2018年6月9日

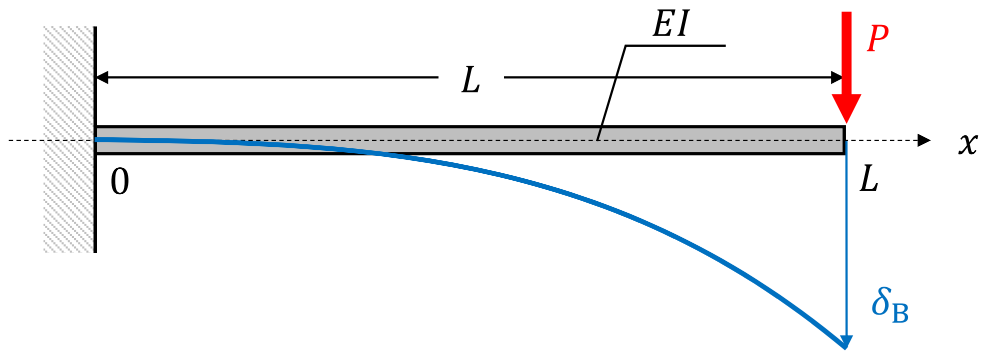
重ね合わせの原理

- 複数の荷重により生じる構造物のたわみや曲げ応力は、それぞれの荷重が個別に作用する場合のたわみや曲げ応力の解析結果を単純に足し合わせたものと一致する

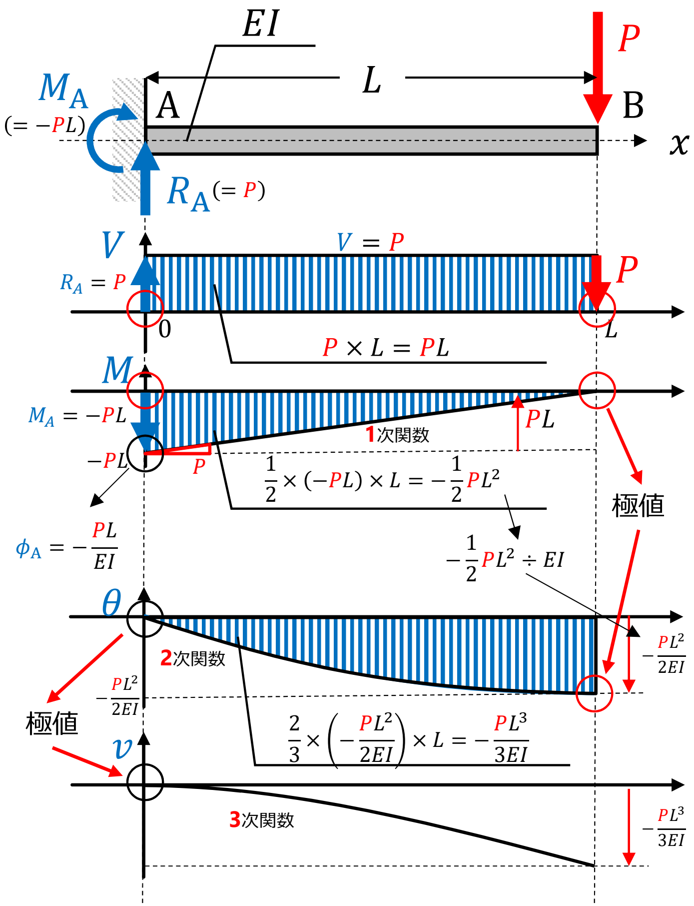


Example: Deflection of a Beam
梁の例題『**片持ち梁のたわみ**』

【例題】 図の片持ち梁（ヤング率：E、断面二次モーメント：I）に荷重Pが作用するとき、梁に生じるたわみδ_{B}を求めよ。



Example: Deflection of a Beam
梁の例題『**片持ち梁のたわみ**』



全体系の力のつりあい式

$$\left.\begin{aligned} R_A - P &= 0 \\ M_A + L \times P &= 0 \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow \begin{aligned} R_A &= P \\ M_A &= -PL \end{aligned}$$

局所系の力のつりあい式

$V = P$

$M = P(x - L)$

平面保持の仮定

$M = EI\phi \Leftrightarrow \phi = \dfrac{M}{EI}$

境界条件

$\theta_A = \theta(0) = 0$

$$\theta_B = \frac{PL^2}{2EI}$$

構造力学では一般的に、たわみは
下向き：正に取るので正負を逆転して**暗記**！！
※ 本講義で**上向き：正**で説明する理由は
数値計算へ発展させる時に楽だから

境界条件

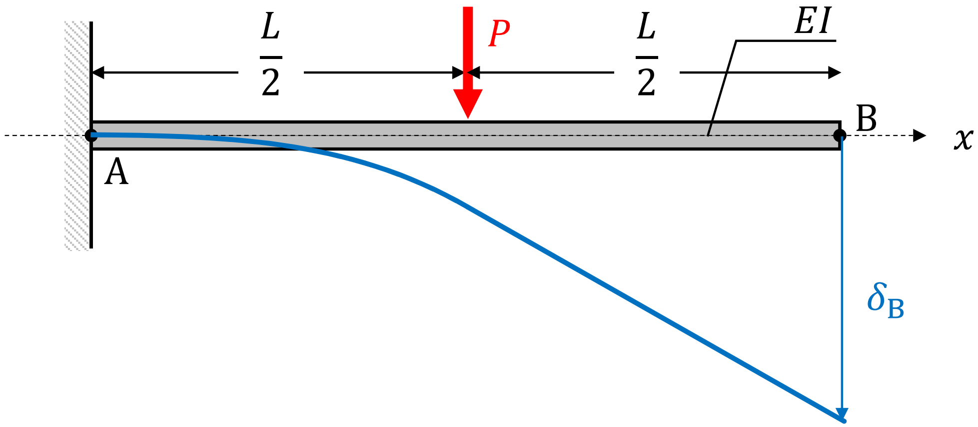
$v_A = v(0) = 0$

$$\delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$$

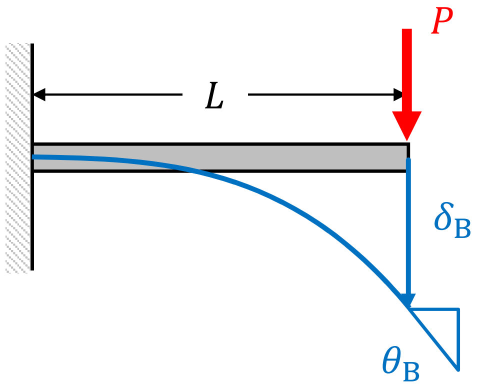
これも**暗記**！！

Example: Application of Famous Pattern
梁の例題『**有名な問題の応用**』

【例題】 図の片持ち梁（曲げ剛性：EI）に荷重Pが作用するとき、B点に生じるたわみδ_Bを求めよ。

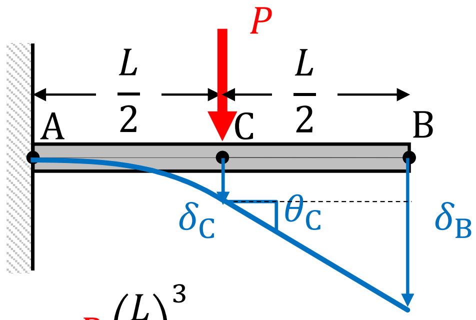


Example: Application of Famous Pattern
梁の例題『**有名な問題の応用**』



$$\delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$$

$$\theta_B = \frac{PL^2}{2EI}$$



$$\delta_C = \frac{P\left(\frac{L}{2}\right)^3}{3EI} = \frac{PL^3}{24EI}$$

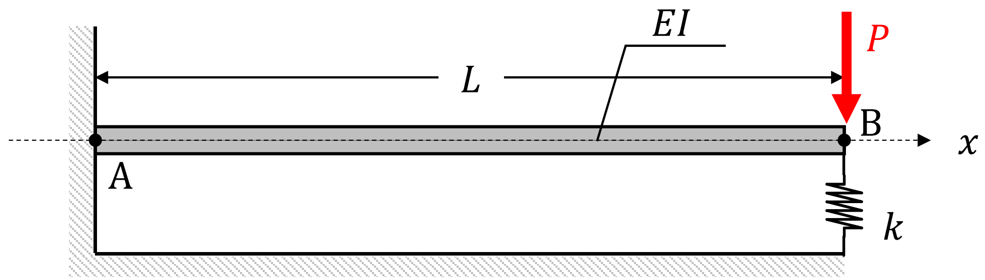
$$\theta_C = \frac{P\left(\frac{L}{2}\right)^2}{2EI} = \frac{PL^2}{8EI}$$

$$\delta_B = \delta_C + \theta_C \times \frac{L}{2}$$

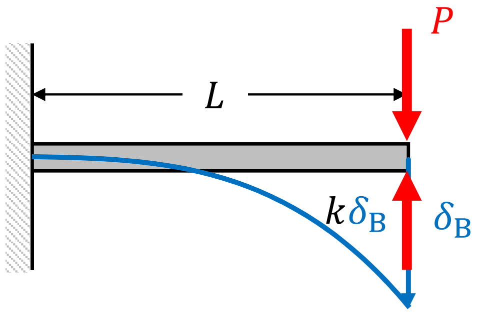
$$= \frac{PL^3}{24EI} + \frac{PL^2}{8EI} \times \frac{L}{2} = \frac{5}{48}\frac{PL^3}{EI}$$

Example: Application of Famous Pattern
梁の例題『**有名な問題の応用**』

【例題】 図の片持ち梁（曲げ剛性：EI）に荷重Pが作用するとき、B点に生じるたわみδ_{B}を求めよ。



Example: Application of Famous Pattern
梁の例題『**有名な問題の応用**』



$$\delta_B = \frac{(P - k\delta_B)L^3}{3EI}$$

$$= \frac{PL^3}{3EI} - \frac{k\delta_B}{3EI}$$

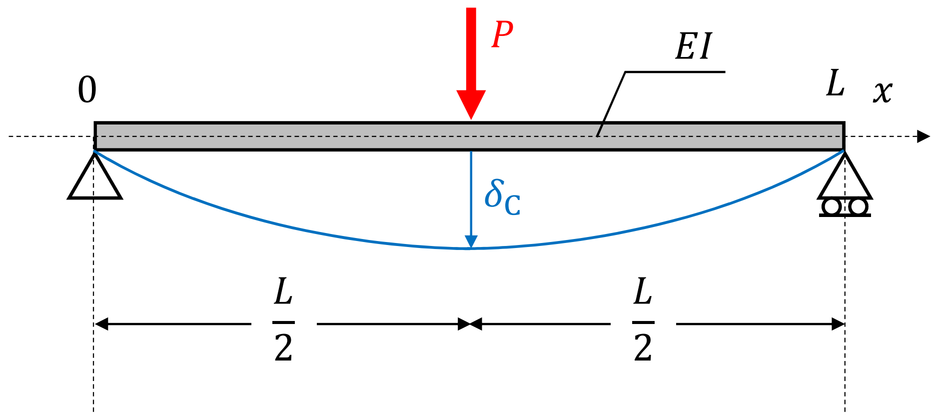
$$\delta_B + \frac{k\delta_B}{3EI} = \frac{PL^3}{3EI}$$

$$\left(\frac{3EI + k}{3EI}\right)\delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$$

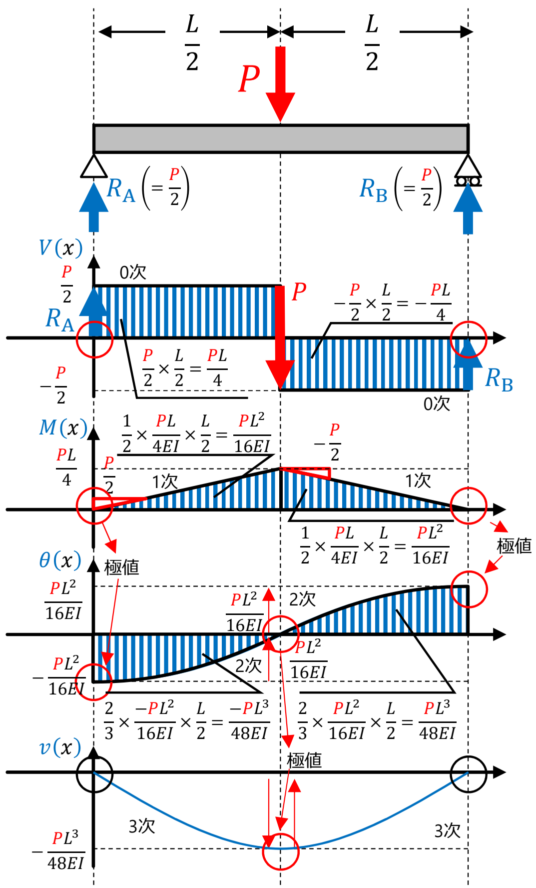
$$\delta_B = \frac{PL^3}{3EI + k}$$

Example: Deflection of a Beam
梁の例題『**梁のたわみ**』

【例題】 梁（ヤング率：E、断面二次モーメント：I）に荷重 P が作用するとき、梁中央に生じるたわみ δ_C を求めよ。



Example: Deflection of a Beam
梁の例題『**梁のたわみ**』



全体系の力のつりあい式

$$\left.\begin{array}{l} R_A + R_B - P = 0 \\ L \times R_A = L \times R_B \end{array}\right\} \Leftrightarrow R_A = R_B = \frac{P}{2}$$

局所系：せん断力と曲げモーメント

$$V(x) = \begin{cases} \frac{P}{2} & \left(0 \le x \le \frac{L}{2}\right) \\ -\frac{P}{2} & \left(\frac{L}{2} \le x \le L\right) \end{cases}$$

$$M(x) = \begin{cases} \frac{P}{2}x & \left(0 \le x \le \frac{L}{2}\right) \\ -\frac{P}{2}x + \frac{PL}{2} & \left(\frac{L}{2} \le x \le L\right) \end{cases}$$

平面保持の仮定

$$M = EI\phi \Leftrightarrow \phi = \frac{M}{EI}$$

境界条件

$$v(0) = v(L) = 0$$

暗記！！

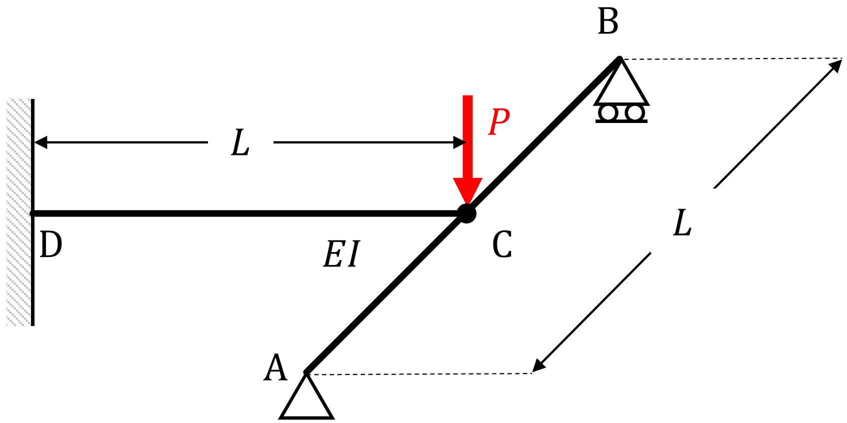
$$\theta_A = \frac{PL^2}{16EI} \qquad \theta_B = -\frac{PL^2}{16EI}$$

構造力学では一般的に、たわみは
下向き：正に取るので正負を逆転して**暗記！！**
※ 本講義で**上向き：正**で説明する理由は
　数値計算へ発展させる時に楽だから

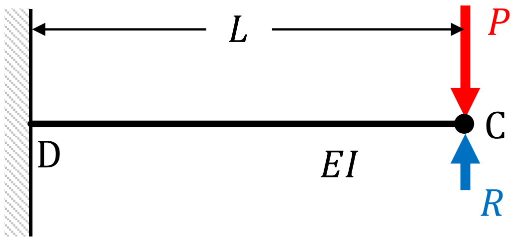
$$\delta_C = \frac{PL^3}{48EI}$$

Example: Application of Famous Pattern
梁の例題『**有名な問題の応用**』

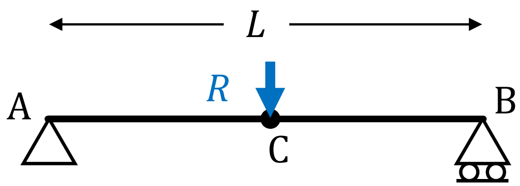
【例題】 図のような梁構造（曲げ剛性：EI）に荷重Pが作用するとき、C点に生じるたわみδ_Cを求めよ。



Example: Application of Famous Pattern
梁の例題『**有名な問題の応用**』



$$\delta_C = \frac{(P-R)L^3}{3EI}$$



$$\delta_C = \frac{RL^3}{48EI}$$

$$\frac{(P-R)L^3}{3EI} = \frac{RL^3}{48EI}$$

$$\frac{PL^3}{3EI} - \frac{16RL^3}{48EI} = \frac{RL^3}{48EI}$$

$$\frac{PL^3}{3EI} = \frac{17RL^3}{48EI}$$

$$R = \frac{16}{17}P$$

$$\delta_C = \frac{(P-R)L^3}{3EI} = \frac{PL^3}{51EI}$$

$$\delta_C = \frac{RL^3}{48EI} = \frac{PL^3}{51EI}$$

筑波大学
University of Tsukuba

IMAGINE
THE
FUTURE.