

土木分野における粒子流・混相流\*  
(固体と流体の相変化に重点をおいて)

Granular / Multiphase Flow Observed in Civil Engineering Fields  
(with an Emphasis on Solid/Fluid Phase Transition)

松 島 亘 志\*\*  
MATSUSHIMA Takashi

**Abstract** The present article overviews some granular/multiphase flows observed in civil engineering fields and discusses their grain-scale mechanics. In particular, solid/fluid phase transition behaviors are highlighted to characterize the mechanics of granular materials. In liquefaction phenomena, uni-directional shear causes solidification of the system, while cyclic shear leads to liquefaction. This behavior can be understood as an induced anisotropy of granular packing structure. In rapid flows, kinetic stress increases with increasing shear rate, which may result in drastic reduction of shear resistance of the flow. Emphasis is also put on the significance of the analysis of long-term geological formation whose micro-mechanism is governed by the grain/fluid interaction during erosion, transformation and sedimentation process.

**Keywords:** Granular materials, Geomaterials, Quasi-static plastic flow, Liquefaction, Rapid granular flow

1. 緒 言

我々の身の回りには、多くの粒状体(固体粒子の集合体)が見られる。土木工学で扱う特徴的な材料である地盤材料(土や岩)は、多くの場合粒状体として存在する。これには理由があって、(1)多くの地質物質の原子・分子間力に対して、我々が生活している環境は、低温・低圧環境にあり、固体が脆性破壊を起こしやすいこと、および(2)一旦破壊してバラバラになると、幾何学的条件から再接触時の接触面積は非常に小さくなり、人工的に高圧・高温状態にしないと再びくっつくことはないこと、という不可逆性が原因である。一方、人工の固体材料に関しては、我々はその多くを意図的に粒状体に加工している。これは運搬性や化学反応性の向上のためである。更に言えば、我々を含めた多くの生命体も、生存競争のため、意図的に自らを粒状体(バラバラの個体)として存在さ

せる道を選択している。これらの結果、我々の身の回りには粒状体が溢れることになる。

バルクとしての粒状体は、固相率(固体粒子の体積割合)が大きいときには固体のように、固相率が小さくなると流体のように振る舞うが、いわゆる通常の固体や流体とは異なった性質を有する[1]。例えば、固体金属は、通常の圧力レベルでの拘束圧依存性が殆ど見られないのに対して、粒状固体(**granular solid**)は顕著な拘束圧依存性が見られる。これは、粒状体中の応力が、前述のように小さな粒子間接触面を介して伝達されており、この面積が拘束圧で変化すること、およびその面のすべりが摩擦則に支配されていることによる[2]。また、これに起因して、引張りと圧縮に対する応答が大きく異なっていることも、粒状固体の力学応答を複雑にしている。

固相率が小さいときは、粒状体は恒常的な接触

\* 2014.8.20 受付

\*\* 筑波大学システム情報系構造エネルギー工学域 〒305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1  
TEL: (029)853-5269 E-mail: tmatsum@kz.tsukuba.ac.jp

点を失い、後述する衝突応力や運動学的応力が卓越する。その場合には、液体(**granular liquid**)または気体(**granular gas**)のような振る舞いをするようになるが、固体粒子同士の衝突に伴うエネルギー損失により、粒状体は平衡状態を定義できず、密度の局所化が発達するなど、やはり通常の流体と異なった振る舞いをする[3]。

ここで、上記の二つの状態を分ける固相率について考えよう。前述のように粒状固体が小さな接触面積を介して力を伝達し、力学的安定性を保つという性質は、その粒子骨格(堆積構造)の多様性を生み出す。これは粒子充填(**granular packing**)という幾何学の問題として、古くはペルガのアポロニウスに始まり[4]、等径球の最密充填に関するケプラー予想[5]、金属の結晶格子についての研究[6]、そして20世紀中頃には単純液体やアモルファス固体の研究[7]として発達してきた。そして1980年代からは、粒状固体において力学的安定性をベースにした理論が展開され、ランダム最密/最緩充填(**random close/loose packing**)の性質が研究されている[5,8-10]。ここでの重要なポイントは、最密充填と最緩充填の間の固相率では、粒状体は固体にも流体(瞬間的な接触点数=0の状態)にもなり得るということである。

このような粒状体の複雑な振る舞いが、粒状体を扱う科学や工学の各分野での現象理解や解析を難しくしている。このうち本稿では、土木分野、特に地盤材料を扱う地盤工学や河川・海岸工学におけるいくつかの例題と共に、こうした粒状体の変形や流れの特徴について解説する。

## 2. 粒状体の支配方程式

本章では、3章以降の議論の基礎として、多数の粒子からなる系の支配方程式を扱う統計力学的定式化[11,12]と、そこから得られる、粒状体に作用する応力について簡単に整理する。まず、微視的離散量と巨視的連続量の橋渡しを行う空間の重み関数 $\phi$ を用いて、粒子の運動量から場の運動量 $\mathbf{p}(\mathbf{x})$ を次のように表す。

$$\mathbf{p}(\mathbf{x}) = \sum_i m^i \mathbf{v}^i \phi(\mathbf{r}(\mathbf{x}) - \mathbf{r}^i) \quad (1)$$

ここに、 $m^i$ 、 $\mathbf{r}^i$ は粒子 $i$ の質量および位置ベクトル、 $\mathbf{r}(\mathbf{x})$ は単位代表体積要素中心の位置ベクトルである。この $\mathbf{p}(\mathbf{x})$ の時間微分を取り、粒子 $i$ の

運動方程式 $m^i \dot{\mathbf{v}}^i = \sum_j \mathbf{f}^{ij}$  ( $\mathbf{f}^{ij}$ は粒子 $i$ 、 $j$ 間の相互作用力)を用いると、以下の式が導かれる。

$$\rho \dot{V}_\alpha + \frac{\partial(\rho V_\alpha V_\beta)}{\partial r_\beta} = \frac{\partial \sigma_{\alpha\beta}}{\partial r_\beta} \quad (2)$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = \sigma_{\alpha\beta}^K + \sigma_{\alpha\beta}^C \quad (3)$$

$$\sigma_{\alpha\beta}^K \equiv \sum_i \left( m^i \hat{v}_\alpha^i \hat{v}_\beta^i \phi(\mathbf{r}(\mathbf{x}) - \mathbf{r}^i) \right) \quad (4)$$

$$\sigma_{\alpha\beta}^C \equiv \frac{1}{2} \sum_i \sum_j f_\alpha^{ij} \left( \int_0^1 d\theta (r_\alpha^i - r_\beta^j) \phi(r_\alpha - \theta r^i - (1-\theta)r^j) \right) \quad (5)$$

ここに $\rho$ 、 $V_\alpha$ はそれぞれ粒状体のバルク密度( $\rho = \sum_i m^i \phi(\mathbf{r} - \mathbf{r}^i)$ )および速度場( $\mathbf{p} = \rho \mathbf{V}$ )、 $\hat{v}_\alpha^i$ は粒子 $i$ の $V_\alpha$ からの差(速度擾乱、 $\mathbf{v}_\alpha^i = V_\alpha + \hat{v}_\alpha^i$ )、 $\sigma_{\alpha\beta}^K$ 、 $\sigma_{\alpha\beta}^C$ はそれぞれ、粒子の速度擾乱による応力(運動学的応力、**kinetic stress**)、粒子間力による応力(接触応力、**contact stress**と衝突応力、**collisional stress**の和)と呼ばれる。

$\phi$ は厳密にはデルタ関数となるが、Glasser & Goldhirsch [12]は、これを特性長さを有する重み関数で置き換える粗視化を提案している。

上式での $\sigma^K$ は、いわゆる流体的な応力であり、粒子速度が0に近づけば消失する。一方、 $\sigma^C$ は粒子速度が0でも存在する項であるが、粒子の衝突応力も含んでおり、単純な固体的応力ではない。粒状体の構成モデルを導く際の一番の困難は、この $\mathbf{f}^{ij}$ の評価である。なお、 $\theta$ は接触力の作用する位置を粗視化しており、その離散形は、準静的な接触点力に基づく粒状体マイクロメカニクス理論[13]における以下の応力式と一致する。

$$\sigma_{\alpha\beta}^C = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j f_\alpha^{ij} (r_\alpha^i - r_\beta^j) \quad (6)$$

粒子の運動エネルギーが小さいうちは、恒常的に存在する接触点での $\sigma^C$ が支配的となり、粒状体は固体的に振る舞い、履歴の影響が顕著に表れる。一方、固相率が減少して $\sigma^C$ が低下したり、粒子が活発に運動して $\sigma^K$ が増大すれば、粒状体は流体的に振る舞うようになる。

## 3. 粒状固体の準静的塑性流れと変形の局所化

### 3.1 粒状固体の弾塑性構成モデル

粒状体の固相率が高く、恒常的な接触点が存在する場合、粒状体は固体的な性質を有する。この場合、固体結晶中の原子配列と同様に、個々の粒

子は自由に動き回れず、近傍のポテンシャル極小の基準配置に戻ろうとする弾性変形と、それを越えて変形させた場合の基準配置の移り変わりに起因する塑性変形、という、いわゆる弾塑性体としての特性を有する。そのため、粒状固体の構成モデル(応力-ひずみ関係)の研究は、先行して研究された金属材料の弾塑性モデルを修正する、という形でなされてきた。

20世紀前半に活発に研究がなされた固体の弾塑性理論[14]においては、主応力空間における降伏面関数によって弾性領域と塑性領域を定義し、材料が塑性化したときどのような塑性変形(塑性流れ)が生じるかを主塑性歪み空間での塑性ポテンシャル関数で規定し、更に降伏面関数の発展を硬化則で定義する。この枠組みを、粒状体である地盤材料へ応用する試みが20世紀後半になされ、金属材料と異なる地盤材料の特徴としての、塑性体積変化(静水圧線に沿った载荷での塑性圧縮、せん断に伴う体積変化(ダイラタンシー))、摩擦則、異方性の発達などを、現象論的に再現できる修正モデルが多数提案された[15-18]。しかしながら一方で、そのような方針では、粒状体の複雑な振る舞い全体を包括的に表現できるモデルに到達することは難しいとも考えられた。

これらの粒状体特有の特性は、前述の通り、粒子物性の影響(形状、粒度、剛性、破碎)と粒子堆積構造に起因している。したがって、そのような粒子スケールの物性と弾塑性構成モデルを直接結びつけられれば、様々な条件に対応可能な、ユニバーサルな構成モデルを構築できる可能性がある。金属材料の場合、塑性変形の源は転位運動であり、この転位運動面での力と変位の関係は、結晶タイプによって厳密に求められることから、これらの転位運動の重ね合わせによって巨視的な応力-ひずみ関係を得る、というモデル(結晶塑性モデル)が提案され、塑性ポテンシャルなどとの関連づけもなされた[19]。一方、粒状体の堆積構造はランダムであり、それらは変形と共に変化することから、金属のように滑り面応答の足し合わせで表現しようとする、どうしても何らかの現象論的モデルを導入せざるを得ない[20, 21]。そのため、粒子が形成するセル構造などの中間構造を定義して橋渡しする手法[22, 23]なども試みられているが、未だ研究途上である。

### 3.2 変形の局所化と粒子サイズ効果

前節で述べた粒状体の要素挙動に加え、様々な境界条件における粒状体の変形挙動の予測に重要な性質として「変形の局所化」が挙げられる[24]。土木工学においては、様々な構造物を安定に造る設計法の確立が古くからの主要課題であったが、変形が局所化し、急激な耐力低下が発生することで、構造物が破壊することを避ける必要があった。Fig. 1は、平面ひずみ状態の砂地盤模型に、建物の基礎に見立てた剛体ブロックを押し込む実験結果であるが[25]、あらかじめ地盤模型に横縞模様を入れて、変形の局所化を観察できるようにしている。図によれば、変形の局所化した、いわゆる「滑り面」によって縞模様が分断されている様子を見ることができる。一方、Fig. 2は、2次元の剛塑性体を仮定し、つり合い式とMohr-Coulombの破壊基準式を用いて得られる連立1階偏微分方程式を特性曲線法で解く「すべり線解法」[26]によるすべり面解を表しているが、実験結果と定性的な傾向は一致している。しかしながら、実験においてブロックに加えた力と変位の関係を見ると、土の抵抗力(支持力)は、Fig. 1のような全体的なすべり面が形成されるよりずっと前に最大値となり、その時点では、ブロック直下のくさび型のすべり面しか形成されていない(Fig. 3)。これは地盤がFig. 2のように一気に破壊するのではなく、徐々に破壊が進行することを示している[24, 25]。

このような進行性破壊解析を行うためには、有限要素法のような数値解析を用いるしかないが、すべり面は、材料が不安定となり、不連続な解が得られる面であり、通常の連続体解析ではそのような不連続解は妥当に求められない\*。そこで、有限要素の形状関数に不連続モードを付与する手法[27]や、材料の特性長さを考慮できる高次連続体理論に基づく定式化[28, 29]などが試みられている。特に後者に関しては、すべり面が実際には、ある幅を持った「せん断層」である†ことから、そのせん断層内のひずみ軟化の構成モデルを個別要素法(Discrete Element Method, DEM)を用いて検討することも行われている(Fig. 4)[30, 31]。

\* 有限要素法の場合、メッシュサイズ依存性が表れる。

† これまでの要素試験では粒子サイズ10~20個程度とすることが調べられている。

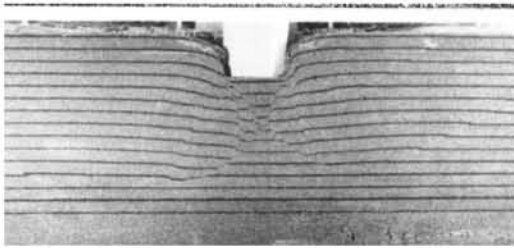


Fig. 1 Bearing capacity of footing under plane-strain condition (whole field) [25].

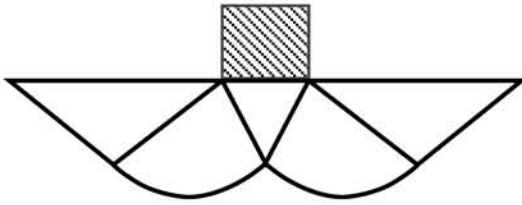


Fig. 2 Typical slip-line field in bearing capacity of footing.

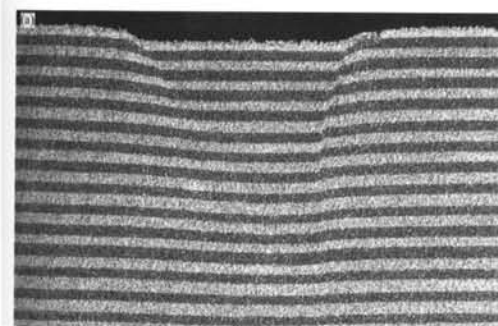


Fig. 3 Bearing capacity of footing under plane-strain condition (close-up) [25].

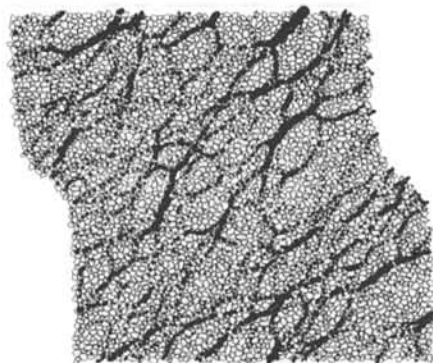


Fig. 4 2-D Discrete Element simulation of simple shear test. Red lines indicate inter-granular forces.

## 4. 地盤の液状化

### 4.1 液状化メカニズム

地震による地盤の液状化現象は、1964年の新潟県地震による被害で注目され、活発に研究が進められた。その結果、液状化は、強い地震動(繰り返し載荷)により土の骨格(粒子の堆積構造)が破壊され、間隙水が地盤の上載圧を支えている状態になることで流体化することが明らかとなった(Fig. 5)[32]。そこでの重要なポイントは繰り返し載荷条件と非排水条件である。

粒状体の特徴的な性質として、一方に連続的にせん断を受けた場合、そのせん断に抵抗するような粒子骨格構造を形成する点が挙げられる。これは、前出の Fig. 4でも接触力鎖(force chain)として観察されるが、これが粒状体の異方性発達の微視メカニズムとなる。一方、そのような異方性が発達した粒状体に、逆方向のせん断を加えたときには、それまでの構造が破壊され、一定拘束圧条件では粒状体は圧縮し、一定体積条件ではせん断抵抗が減少する。しかしながら、そのまましばらくせん断を続けると、再びそのせん断に抵抗できる別の粒子骨格が形成される[33]。

元々固体であった地盤が強い地震動によって液状化する現象は、非排水条件(すなわち一定体積条件)で、このような繰り返しせん断によって骨格が破壊されていく現象と捉えることができる。実際の地盤は完全非排水状態ではなく、徐々に水が抜けて間隙水圧が低下し、土は圧縮して骨格が再形成され、固体化する。したがって、水が粒状体の間隙を通して地表に抜けるまでの時間が液状化の継続時間となる。礫などの粒径の大きな粒子が堆積している地盤では、水がすぐに抜けて沈下するため、液状化は発生しにくい。一方、砂よりも粒子の細かい粘土からなる地盤でも液状化が起きにくいことが知られている。この原因については粘土の粘性(粒子間の粘着力)の影響と一般には理解されているが、別の考え方もある。すなわち、粘土粒子は凝集してクラスターを形成しているが、これを一つの粒子と捉えると、鉱物片である砂粒子と比べてかなり剛性の低い(変形しやすい)粒子となる。このような低剛性粒子からなる粒状体は、比較的低圧下でも接触点で大きく変形しており、剛体粒子仮定での最密充填の固相率以上の密度になっている。その場合、粒子の

接触点が 0 となる配置は幾何学的に不可能で、液状化しないことになる[33]。ちなみに、液状化は 30m 程度より深い地盤でも発生しないといわれているが、これも地下では地震によるせん断変形が小さいという原因のほかに、上述の「粒子剛性と拘束圧の関係」が影響している可能性がある。



Fig. 5 A house tilted due to liquefaction of the supporting ground (Jiji earthquake, Taiwan, 1999).

#### 4.2 液状化地盤の流動特性

液状化した地盤はせん断抵抗が極端に低下するため、通常の地盤で想定していない大きな流動を生じる場合がある。1964 年の新潟地震においては、液状化した緩勾配の地盤<sup>‡</sup>が低い方へ大きく流動し、橋が落橋したり、埋設管が座屈して地表に飛び出すなどの被害が顕著に見られた[34]。一方、1995 年の兵庫県南部地震では、海岸線内側 200~300m の地盤が広く液状化した際に、護岸構造物が地震動で海側にはらみだしたために支えを失って、全体が海側に 1m 程度流動するという被害が発生した[34]。

地盤が流動すると、建物の基礎杭は流動圧を受ける。兵庫県南部地震以前に液状化対策として設置された深い杭は、流動による水平方向荷重を設計で考慮していなかったため、流動圧により破断し、建物が傾斜する被害が多く見られた。これを契機に、液状化して流動する地盤中の杭などが受

ける流動圧についての研究がなされた[34, 35]<sup>§</sup>。それらの結果、液状化地盤を等価粘性流体と見なした場合の粘性係数は、おおよそ水の千倍から数千倍と見積もられている。

一方、安田ら[36]や岩田[37]の要素試験では、液状化した砂に非排水条件でゆっくりと一方向せん断を加えた場合、10%~30%程度のせん断ひずみに達すると、急激に剛性が回復し、固体化する結果が得られている。この再固化せん断ひずみは、液状化させた模型地盤を傾斜させて得られた最終せん断ひずみ[35]と同程度の値となっている。

この再固化現象は、前述の粒子骨格形成が原因であるが、興味深いのは、完全液状化し粒子同士に恒常的な接触力が作用していないにも関わらず、粒子骨格の再形成が進む、という点である。平尾ら[33]は定体積繰り返しせん断の 2 次元 DEM 解析を行い、固化ひずみの値が安田らの実験結果と同程度となること、十分な繰り返し後の、再固化するまでのせん断ひずみが固相率の関数として一意に表せることなどを示している。

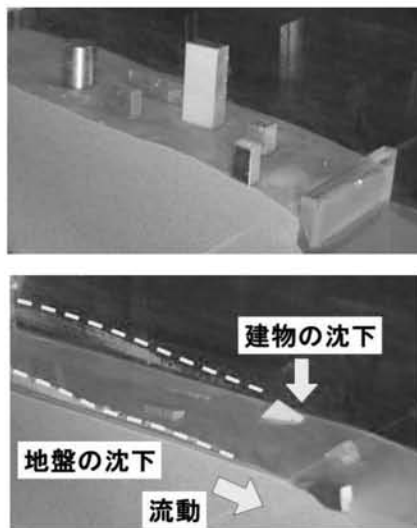


Fig. 6 Small-scale experiment of liquefaction-induced flow (top: before shake, bottom: after shake).

<sup>‡</sup> 急勾配の斜面では、初期せん断応力の影響で両振りの繰り返し载荷にならないので、骨格が破壊されにくく、液状化が生じにくい。ただし地盤が破壊し、すべり層が形成された後に、そのすべり層内で粒子破砕が生じて、その部分のみ液状化する「すべり面液状化」というメカニズムも指摘されている[38]。

<sup>§</sup> この固相率の範囲では、混相体は固体にも流体にもなり得るので、低固相率での等価粘性流体モデルを拡張するのは容易ではない。

## 5. 地盤の高速流動：斜面崩壊と土石流

山がちな国土を持つ我が国では、豪雨や地震に起因する斜面災害が毎年のように発生している。これらの災害を予測するためには、自然の様々な不確定要素を取り扱う必要があるが、予測精度の向上の鍵になる要因は、斜面を構成する地盤の物性であると考えられている。災害の発生した斜面に対しては、事後に詳しく地盤調査がなされ、物性値が調べられるが、発生前にあらゆる斜面に対して同様の調査を行うことは不可能である。従って、付近の道路工事などで調査した結果や、地形・地質図の解釈などから大雑把にでも地盤物性マップを作成し、それらを随時更新していくような仕組みが必要である。現在、このようなデータベースの構築が徐々に行われてきている[39,40]。

斜面災害リスクの推定には、流動土砂の到達範囲の評価が欠かせない。その評価に重要なのは崩壊土砂量とその土砂の物性値(粒子物性および含水量)である。含水量が多いと、崩壊した土砂が土石流となり長距離流動する可能性が大きくなるが、土粒子の物性値も流動しやすさに影響を及ぼす。この流動が前節の液状化流動と異なる点は、せん断速度が大きいため、土粒子の速度擾乱による運動学的応力が卓越し、せん断領域の粒子の固相率が減少することで、せん断抵抗が大幅に低下するというメカニズムが作用している点である。このような現象は、乾燥粒子流でも見ることができ、古くは Bagnold[41]、近年では Jop et al.[42]などの研究がある。Fig. 8 は DEM 解析結果の一例[43]であるが、流動速度が上昇するにつれて底部の固相率が極端に減少している一方で、上部は固体に近い高密度のままで流下している様子がわかる。なお、応力の計算結果では、各深さでの上載圧は前述の運動学的応力と接触応力の和で精度良く表されることが確認されている。速度が上昇すればするほど、せん断抵抗が低下するという不安定性は、土石流の流下範囲の予測の難しさを示唆している。

土石流発生の危険性がある場合、下流の集落への影響を未然に防ぐために、土石流対策工を設置することが行われる。その設計のために、土石流から受ける流体力の算定が必要となる。粒子サイズが対策工の構造物サイズに比べて十分小さいときには、等価粘性流体仮定が適用できるが、石礫型土石流などでも数 m の巨礫が流下する場合

もあり、その場合には当然ながら衝撃的な流体力は大きく増加する[44]。すなわち、流下土砂の粒度分布は重要な情報である\*\*。



Fig. 7 Debris flow in Dozo river (Iwate-Miyagi earthquake, 2008).

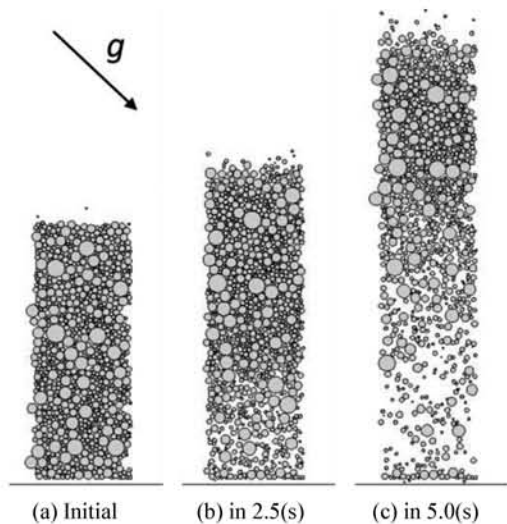


Fig. 8 Granular flow simulation. Slope angle is 45 degrees. Periodic boundary is adopted in both sides.[43]

## 6. 土砂の侵食・運搬・堆積

河川・海岸工学の分野では、近年、長期の土砂動態の解明が重要な課題となっている。これは、土砂の侵食・運搬・堆積過程の定量評価に他ならず、山地から海までの広い領域での長期間の土砂収支を検討するものである。例えば、森林からの土砂流出は、気候変動、山地の生態系の変化、林業活動、砂防事業計画の立案などと関わっている。

\*\* 現在は、危険渓流ごとに流域踏査により流下しうる最大粒径を評価している。

ダムの建設は、土砂運搬作用の阻害や、堆砂の浚渫などのメンテナンスコストの観点からも議論されなければならない。河川中流域での侵食と堆積による河道変動の長期予測は、自然と共生する河川土木事業計画には欠かせない情報である。一方、海岸工学においては、海浜侵食への対策が重要な課題となっているが、これは河川からの土砂供給量と、その後の海岸沿いの土砂移動、更には遠洋、深海への土砂流出量の把握が必要である。

このような土砂動態の解析における素過程は、河床での土砂の振る舞いである。土砂は、河川の流速によって変化する河床のせん断応力によって移動するが、流速に対して大きな土粒子は、河床を滑るように移動し(掃流砂)、小さな土粒子は巻き上げられ、水と共に流下する(浮遊砂)[45]。下流で河床勾配が減少して流速が下がると、限界流速に対応したサイズの土粒子が堆積する(分級作用)。更に海に出ると、陽イオン濃度の増加によって粘土粒子が凝集し、沈降・堆積する。

このような粒子スケールの現象をそのまま数値解析しては、とても広域・長時間の解析は行えないため、上述の素過程を適切にモデル化することが重要となる。このような研究は、土木工学のほか、堆積学(Sedimentology)の分野でも活発に行われており、それらの成果を取り込める、水・物質循環解析ソフトウェア共通基盤も開発・提案されてきている[46]。

このような長期解析が可能となれば、将来的には、広域の地形形成解析が可能となり、現在の地質の解釈が飛躍的に進むかもしれない。これは、場所によって大きく異なる地盤物性の予測にも有効な情報であり、前章の斜面災害予測の精度向上にも役立つことも期待できる[47]。

土木工学分野におけるこれまでの計算力学は、斜面崩壊や液状化、土石流など、主に短時間の現象を精度良く再現することに注力してきたが、このような短時間土砂動態現象の積み重ねとして、何百年、何千年という長期土砂動態がある。この時間スケールのギャップをどのようにつなげるか、今後の計算力学における大きなチャレンジであろう。

## 7. 結 言

本稿では、土木分野、特に地盤工学に関わる粒子流れ、混相流の例と、最近の研究動向について

まとめた。例として取り上げた問題のほかにも、フレッシュコンクリートの流動、黄砂や放射性物質の飛散予測、都市計画や防災分野での交通流、など、土木分野での粒子流れや混相流の適用範囲は非常に幅広い。また、筆者が近年関わっている惑星科学の分野でも、粒子流の研究は盛んになっている。冒頭に述べたとおり、我々の身の回りには粒状体が溢れており、その力学の解明は、多くの分野の進展に寄与することは疑いがない。

本稿で概要を紹介した研究の詳細は、参考文献に挙げた個々の論文を参照して欲しい。

## 参考文献

- [1] Jaeger, H. M., Nagel, S. R., Behringer, R. P., *Granular Solids, Liquids, and Gases, Reviews of Modern Physics*, Vol.68(4), 1259-1273 (1996).
- [2] Johnson, K. L., *Contact Mechanics*, Cambridge University Press (1987).
- [3] Hayakawa, H., *Mechanics of Dissipative Granular Systems*, Butsuri-to-Suuri, 4, Iwanami (2003).
- [4] Duran, J., *Sands, powders, and grains*. Vol. 12. Springer, New York (2000).
- [5] Torquato, S., Stillinger, F. H., *Jammed Hard-Particle Packings: From Kepler to Bernal and Beyond. Reviews of Modern Physics*, Vol.82(3), 2633-2672 (2010).
- [6] Bravais, A., *Mémoire sur les Systèmes Formés par les Points Distribués Régulièrement sur un Plan ou dans L'espace*, J. Ecole Polytech. Vol.19, 1-128 (1850) (English: *Memoir* 1, Crystallographic Society of America, 1949.)
- [7] Bernal, J. D., Mason, J., *Packing of Spheres: Co-ordination of Randomly Packed Spheres*, *Nature*, Vol.188, 910-911 (1960).
- [8] Edwards, S. F., Grinev, D. V., *Statistical Mechanics of Stress Transmission in Disordered Granular Arrays. Physical Review Letters*, Vol. 82(26), 5397 (1999).
- [9] Song, C., Wang, P., Makse, H. A., *A phase diagram for jammed matter. Nature*, Vol. 453(7195), 629-632 (2008).
- [10] Matsushima, T., Blumenfeld, R., *Universal Structural Characteristics of Planar Granular Packs. Physical Review Letters*, Vol. 112(9), 098003 (2014).
- [11] Katori, M., *Non-equilibrium Statistical Mechanics*, Shokabo (1999).
- [12] Glasser, B. J., Goldhirsch, I., *Scale Dependence, Correlations, and Fluctuations of Stresses in Rapid Granular Flows, Physics of Fluids*, Vol. 13(2), 407-420 (2001).
- [13] Iwashita, K., Oda, M., *Mechanics of Granular Materials: an Introduction*, CRC Press (1999).
- [14] Khan, A. S., Huang, S., *Continuum Theory of*

- Plasticity. John Wiley & Sons (1995).
- [15] Schofield, A. N., Wroth, C. P., *Critical State Soil Mechanics*, McGraw-Hill, 310p (1968).
- [16] Sekiguchi, H., Ohta, H., *Induced Anisotropy and Time Dependency in Clays*, Proc. Specialty Session 9, 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 229-237 (1977).
- [17] Hashiguchi, K., *Constitutive Equations of Elastoplastic Materials with Elastic-Plastic Transition*, J. Appl. Mech., ASME, Vol. 47, 266-272 (1980).
- [18] Asaoka, A., Nakano, M., Noda, T., *Superloading Yield Surface Concept for Highly Structured Soil Behavior*, Soil and Foundation, Vol.40(2), 99-110 (2000).
- [19] Nemat-Nasser, S., *Plasticity: a Treatise on Finite Deformation of Heterogeneous Inelastic Materials*. Cambridge University Press (2004).
- [20] Chang, C. S., and P-Y. Hicher, P-Y., *An Elasto-Plastic Model for Granular Materials with Microstructural Consideration*, International Journal of Solids and Structures, Vol. 42(14), 4258-4277 (2005).
- [21] Matsushima, T., Chang, C.-S., *An Elasto-Plastic Constitutive Model of Granular Materials based on Contact Force Distribution*, Geomechanics and Geotechnics of Particulate Media (Proc IS-Yamaguchi), Hyodo, Murata, Nakata eds, Balkema, 293-298 (2006).
- [22] Chang, C.-S., Misra, A. & Acheampong, K., *Elastoplastic Deformation for Particulates with Frictional Contacts*, J. Eng. Mech., ASCE, Vol. 118(8), 1692-1707 (1992).
- [23] Maeda, K., Miura, K., Toki, S., *Mechanical Properties of Elliptic Microstructure Formed in Granular Materials*, Soils and foundations, Vol. 35(2), 1-13 (1995).
- [24] Japanese Geotechnical Society, *Soil Failure and Strain Localization* (1994).
- [25] Tani, K., Tatsuoka, F., Yamaguchi, J., *On the Progressive Failure in Shallow Foundation in Sandy Ground*, Annual Meeting of JSCE, 41, III, 131-132 (1986).
- [26] Yamaguchi, H., *Mechanics of Plasticity of Soils*, in Soil Mechanics, Mogami, T., ed., Chap. 7, Gihoudo (1969).
- [27] Simo JC, Oliver J, Armero F. *An Analysis of Strong Discontinuities Induced by Strain-Softening in Rate Independent Inelastic Solids*. Computational Mechanics, Vol. 12, 277-296 (1993).
- [28] de Borst R. *Simulation of Strain Localization: a Reappraisal of the Cosserat Continuum*, Engineering Computations, Vol. 8, 317-332 (1991).
- [29] Matsushima, T., Chambon, R., Caillerie, D., *Large Strain Finite Element Analysis of a Local Second Gradient Model: Application to Localization*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 54(4), 499-521 (2002).
- [30] Iwashita, K., Oda, M., *Rolling Resistance at Contacts in Simulation of Shear Band Development by DEM*. Journal of Engineering Mechanics, Vol. 124(3), 285-292 (1998).
- [31] Matsushima, T., Saomoto, H., Tsubokawa, Y., Yamada, Y.: *Grain Rotation versus Continuum Rotation during Shear Deformation of Granular Assembly*, Soils & Foundations, Vol.43(4), 95-106 (2003).
- [32] Yoshimi, Y., *Liquefaction of Sandy Ground*, 2nd Edition, Gihoudo (1991).
- [33] Hirao, T., Matsushima, T., Yamada, Y., *Micromechanics Study on Liquefaction and Re-solidification of Granular Materials*, 13th Japan Earthquake Engineering Symposium, CD-ROM (2010).
- [34] *Lecture Course: Liquefaction-induced Ground Flow and its Impact to Structures*, Tsuchi-to-Kiso, Vol. 496-507, Japanese Geotechnical Society (2000).
- [35] Hamada, M., Wakamatsu, K., *A Study on Ground Displacement caused by Soil Liquefaction*, Proc. JSCE, No.596 /III-43, 189-208 (1998).
- [36] Yasuda, S., Yoshida, N., Adachi, K., Kiku, H., Gose, S., Masuda, T., *A Simplified Practical Method for Evaluating Liquefaction-induced Flow*, Proc., JSCE, No.638 /III-49, 71-89 (1999).
- [37] Iwata, N., *Re-solidification of Liquefied Sand due to Shear*, Master thesis, University of Tsukuba (2002).
- [38] Sassa, K., Fukuoka, H., Scarascia-Mugnozza, G., *Rapid Landslides – Distribution, Initiation and Motion*, Soils and Foundations, Special Issue for the Great Hanshin-Awaji Earthquake Disaster (1995).
- [39] Matsuoka, M., Wakamatsu, K., Fujimoto, K., Midorikawa, S., *Average Shear-Wave Velocity Mapping using Japan Engineering Geomorphologic Classification Map*, Proc. JSCE, No.794/I-72, 239-251 (2005).
- [40] Japanese Geotechnical Society, *Geotechnical Database in Kanto Area (Revised Version)* (2014).
- [41] Bagnold, R. A., *The Physics of Blown Sand and Desert Dunes*. Dover Publications (1941).
- [42] Jop, P., Forterre, Y., Pouliquen, O., *A Constitutive Law for Dense Granular Flows*, Nature, Vol. 441(7094), 727-730 (2006).
- [43] Matsushima, T., *Constitutive Description of Slow to Rapid Dry Granular Flow*, The 58rd National Congress of Theoretical and Applied Mechanics, 2p (2009).
- [44] Matsushima, T., Sato, K., Yamada, Y., Kuraoka,



- S., An Experimental Study on Drag Force of Stony Debris Flow, Proc. ICSE-4: Fourth International Conference on Scour and Erosion, Japanese Geotechnical Society, 678-683 (2008).
- [45] Sekine, M., Hydraulics in Mobile-Bed Flow, Koritsu (2005).
- [46] <http://framework.nilim.go.jp/>
- [47] Matsushima, T., Basic Concept of Multi-Timescale Analyses toward Sediment Disaster Mitigation, 49th Annual Meeting of Japanese Geotechnical Society, CD-ROM (2014).
-