

はじめに：学生の声

覚えなければならない
物理量が多い

土質力学
よくわかりませ～ん！

最大乾燥密度試験の
叩く回数の根拠は？

関東ロームは地震動に
よっても乱されて弱くな
いふとか

Darcyの法則を理解する
のに流体力学が必要？

なぜ地下水をくみ上
げすぎると地盤沈下
するのか？

フローネットの書き方

過圧密粘土と密な砂の
せん断挙動はなぜ似て
いるのか？

Terzaghiの圧密理論の
仮定がよくわからない

Terzaghiの支持力
公式の導出

ところが、他分野の研究者からも...

「**土質力学**」は
どこが難しいのか？

(1) 対象材料は土質材料：**多様**

(2) **地盤工学**のための力学
様々な視点が混在


力学	↔	工学
材料学	↔	力学
粒状体	↔	連続体
要素挙動	↔	構造物挙動
学問体系	↔	実務応用

土質力学の
教科書は
難しくて
わからん！！

典型的な「土質力学」のコンテンツ

- 1章 土の基本的性質と分類
- 2章 透水
- 3章 土の応力（有効応力の原
- 4章 圧密
- 5章 土のせん断
- 6章 土圧
- 7章 支持力
- 8章 斜面安定

+ 不飽和土の力学，締固め，動的性質，ほか

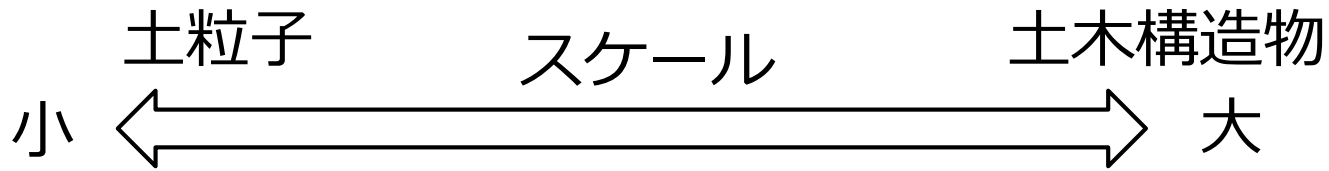


- ・ **土質材料学**的側面(土粒子より小さいスケールの話：鉱物組成や年代効果など)は分けて説明すべき

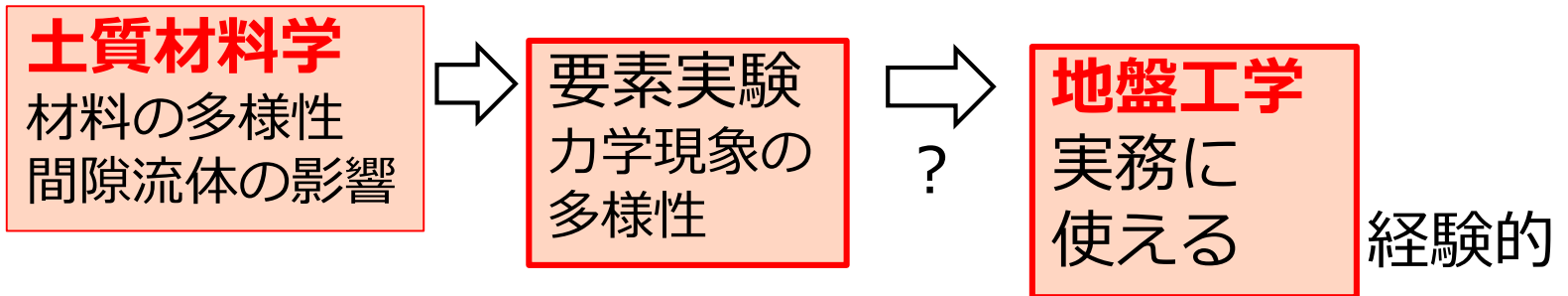
- ・ いきなり2相系，3相系の話に入るのはどうか
(圧密の説明のために有効応力と透水が必要だからこうなっている.)

- ・ 6,7,8章は境界値問題
(5章との間にギャップ)

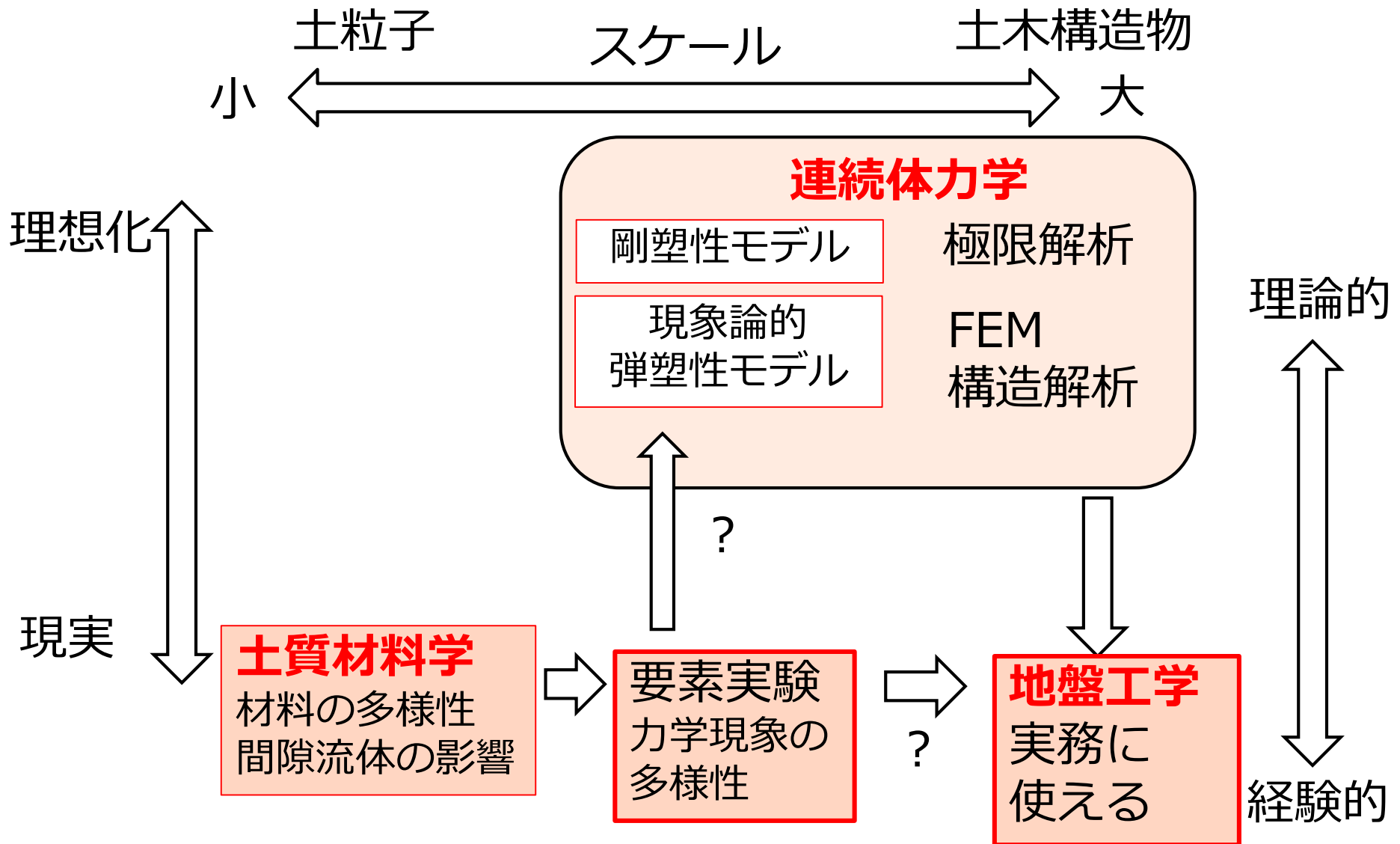
「土質力学」の構成



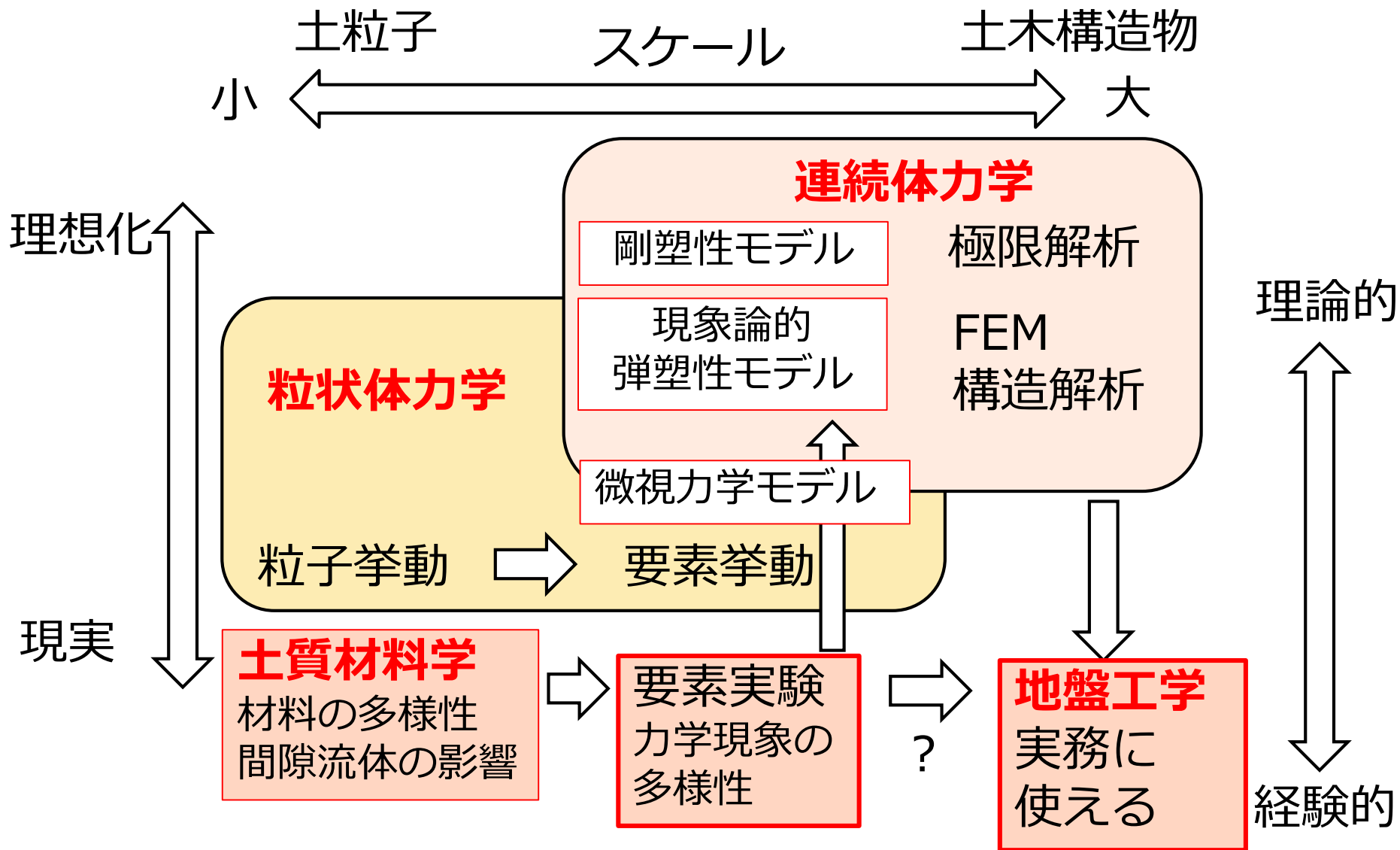
現実



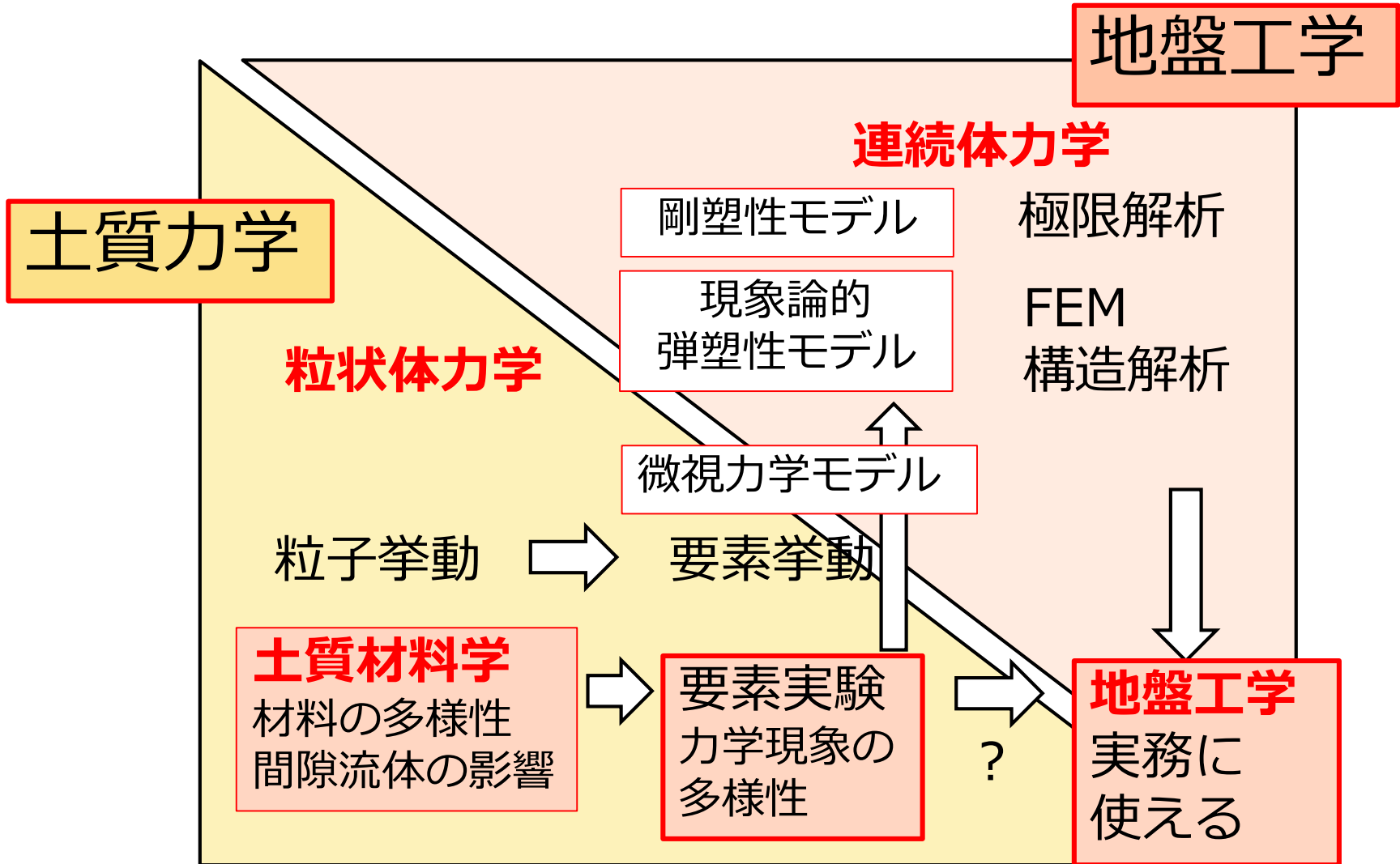
「土質力学」の構成



「土質力学」の構成



「土質力学」と「地盤工学」の棲み分けの提案



本日の話の主要部

「土質力学」 powered by 「粒状体力学」

- * 今日は数学の話はしません
- * 粒状体力学の「心」を伝えたい

土質力学

粒状体力学

現象論的
弾塑性モデル

微視力学モデル

粒子挙動

要素挙動

土質材料学

材料の多様性
間隙流体の影響

要素実験
力学現象の
多様性

地盤工学

実務に
使える

?

「粒状体ベースの土質力学」コンテンツ案

- (1) 土の力学の特徴
- (2) 土の分類
- (3) 堆積構造
- (4) 弾性
- (5) 塑性圧縮
- (6) せん断
- (7) 間隙水の条件
- (8) 有効応力
- (9) 透水・圧密
 - ・浸透破壊
- (10) 不飽和状態

- ・他の材料との違い
- ・**粒状体力学**による土の分類
(単なる定義ではない)
- ・粘土の**塑性圧縮**は2相系で説明しなくても良い
- ・土の**体積変化**は, **堆積構造**から統一的に説明
- ・マクロな**強度定数**(c, ϕ)とミクロな物性の関係
- ・**間隙水**の影響は後半で多くは2・3相系の問題として連続体力学へ

(1) 土の力学の特徴

「土は、**独立した固体粒子の集合体**である」

- (a) 土の変形は、
土粒子の変形(**弾性**) + 粒子の相対運動(**塑性**)
- (b) 粒子間**付着力**の他、接触点では**摩擦力**が作用
(原子・分子系とは異なる)
- (c) →様々な**間隙構造**で安定
- (d) →変形時に顕著な塑性体積変化が生じる
(**塑性圧縮**, **ダイレタンシー**)
- (e) 粒子間接触面積は十分小さい
- (f) 間隙は全てつながっている
→間隙流体は粒子間を流れる(**透水**・**圧密**)
- (g) (e),(f)→**有効応力の原理**

(1) 土の力学の特徴

粒子物性

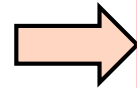
粒度

粒子形状

粒子剛性

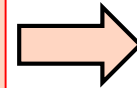
粒子間摩擦力

粒子間付着力



堆積構造

間隙比
異方性



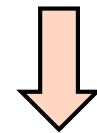
粒状体要素挙動

弾性

塑性圧縮

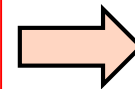
せん断

ダイレタンシー



間隙水

飽和度



間隙水を含めた要素力学挙動

透水・圧密

浸透破壊

不飽和挙動

粒子物性のうち、現在の工学的分類では

粒度 と **粒子間付着力** を基に分類している

(2) 粒径による土の分類

日本統一土質分類

巨石 boulder		(mm)
粗石 cobble		300
礫 gravel	粗礫 coarse gravel	75
	中礫 medium gravel	19
	細礫 fine gravel	4.75
砂 sand	粗砂 coarse sand	2
	中砂 medium sand	0.85
	細砂 fine sand	0.25
シルト silt		0.075
粘土 clay		0.005

そもそも、なぜ、このように分けるのか??

粗粒土と細粒土 粒が見えるか否か

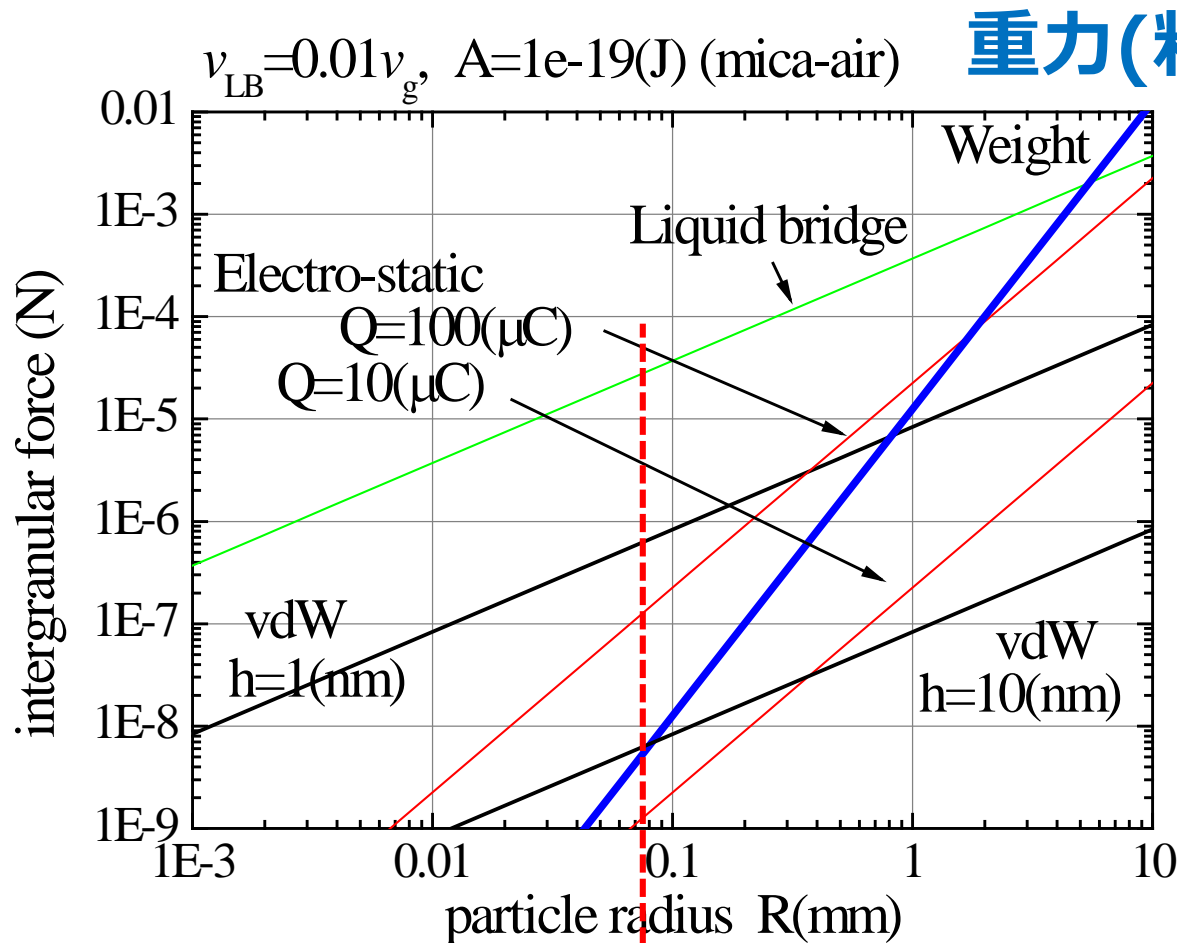
礫	ゴツゴツ
砂	サラサラ
シルト	シットリ
粘土	ベトベト

もうちょっと力学的な説明

粒子間付着力
透水性
侵食～堆積特性

(2) 粒径による土の分類：粒子間付着力

粒子間付着力



重力(粒径の3乗に比例)

液架橋付着力

静電気力

van der Waals力

ふるい分け限界も
付着力が関係

細粒土

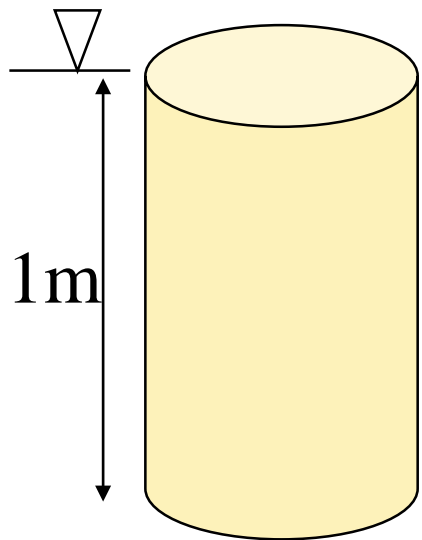
重力 < 付着力

粗粒土

重力 > 付着力

(2) 粒径による土の分類：透水性

ハーゲン・ポアズイユの式を用いて1mの水位差を保った状態の土中の水の流速を概算してみよう。



	10^{-9}	10^{-8}	10^{-7}	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^{+1}	10^{+2}
透水性	実質上不透水		非常に低い		低い		中位		高い			
土の種類	粘性土		微細砂, シルト 砂-シルト-粘土混合土				砂および礫			礫		

変水位透水試験 ← } → 定水位透水試験

安田・山田・片田「土質力学」オーム社より

$d=2\text{mm}$ (礫)なら

$v \doteq 1.2(\text{m/s})$

ほとんど影響なし

$d=0.2\text{mm}$ (砂)なら

$1.2(\text{cm/s})$

地震などの短期現象

$d=0.02\text{mm}$ (シルト)なら

$0.12(\text{mm/s})$

$d=2\mu\text{m}$ (粘土)なら

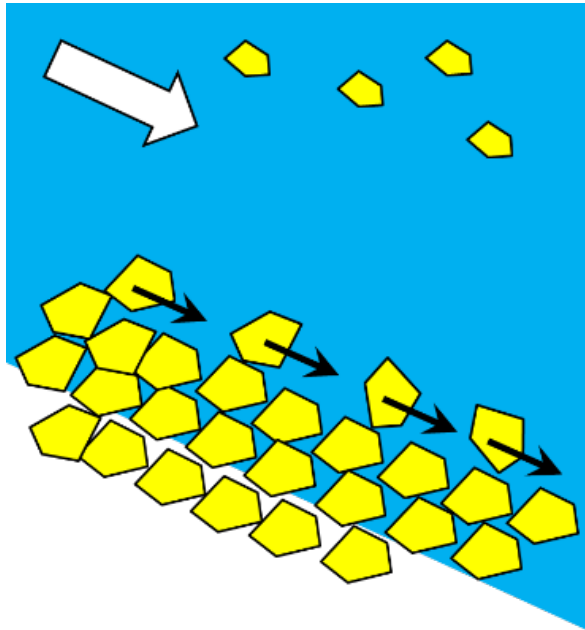
$1.2(\mu\text{m/s})$

長期でも影響あり

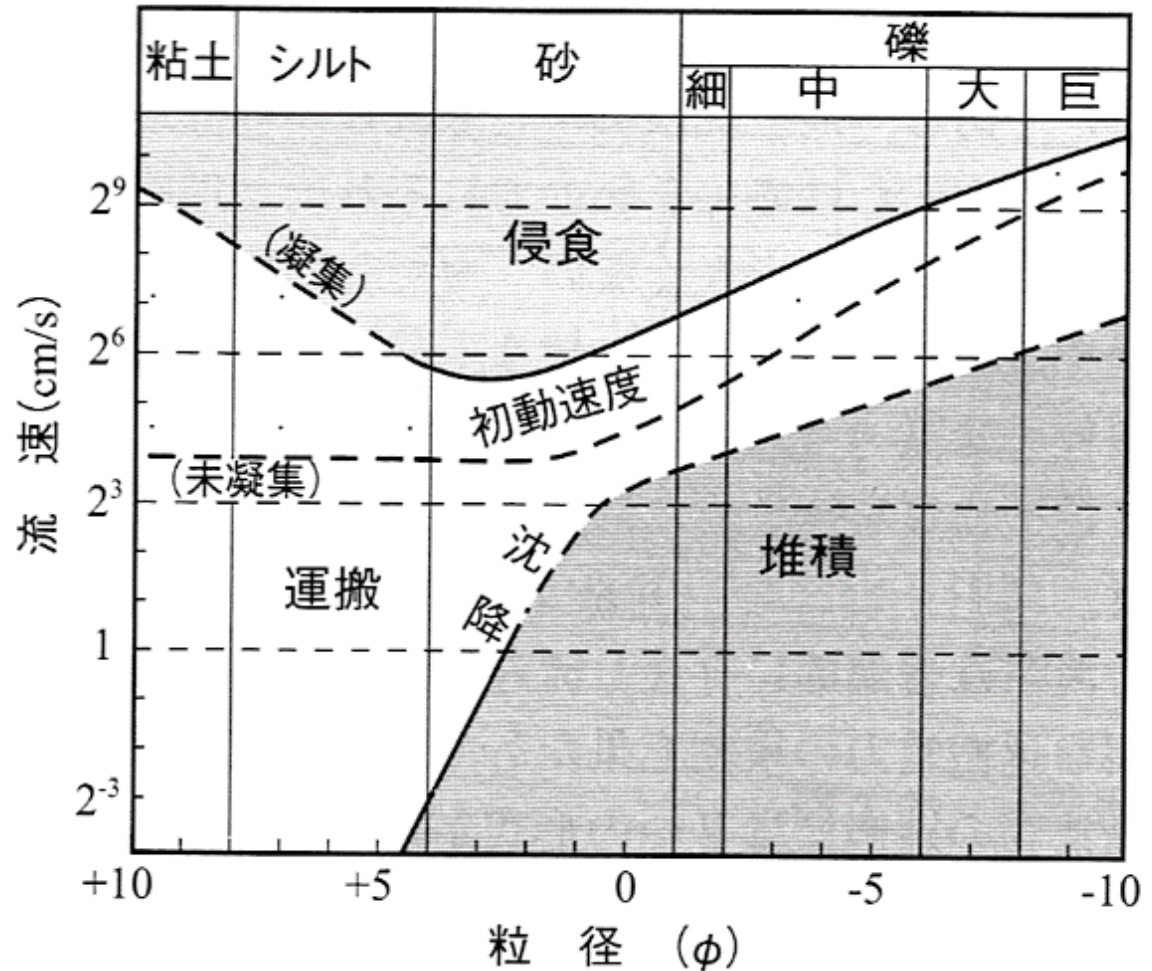
(2) 粒径による土の分類

ユルストロム図

坂ほか「地球・環境・資源」共立出版より



河床の土粒子の
流動・堆積限界



Stokes抵抗, 付着(凝集)力, 境界層厚などが関係

(2) 粒子間付着力による土の分類

コンシステンシー限界： w_p , w_L

粘土粒子の粒径(表面積)で，ある程度は評価できるが...

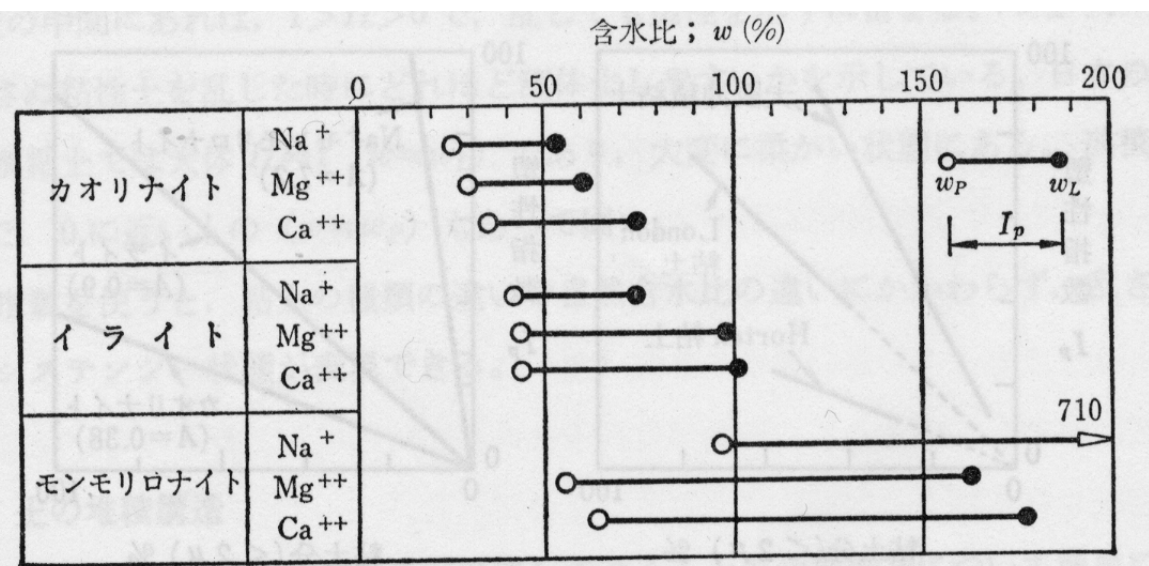
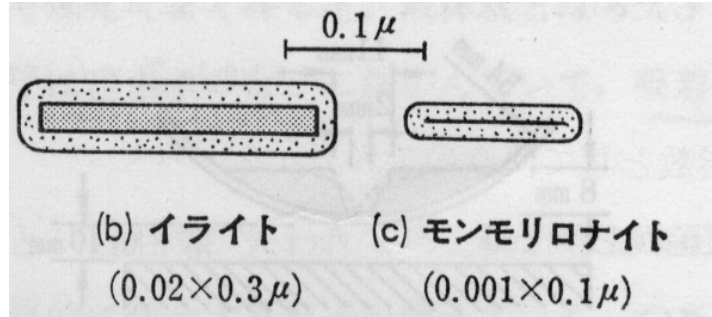
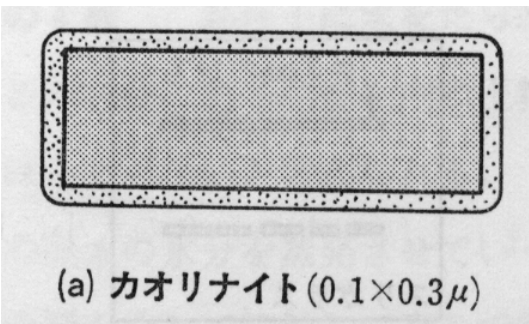


図 2.10 粘土鉱物のコンシステンシー限界 (Grim のデータによる)
(Na^+ , Mg^{++} , Ca^{++} は吸着させたイオン)



今井「わかりやすい土の力学」鹿島出版会より

粘土の種類によっても大きく異なる
 →これに深入りするのは本質でない
 →結局「**粒子間付着力**」自体をパラメータとすれば良い

(2) 粒子間付着力による土の分類

土質力学における粒子間付着力の種類

- ・ **コロイド凝集力**(**vdW力**+拡散二重層反力) 可逆的
- ・ 不飽和土の**サクション** ヒステリシス
- ・ 不攪乱試料の**セメンテーション** 不可逆的

それぞれで異なるモデリングが必要.
しかし, 付着力ベースで考えれば,
その後の集合体の力学の見通しが良くなる.

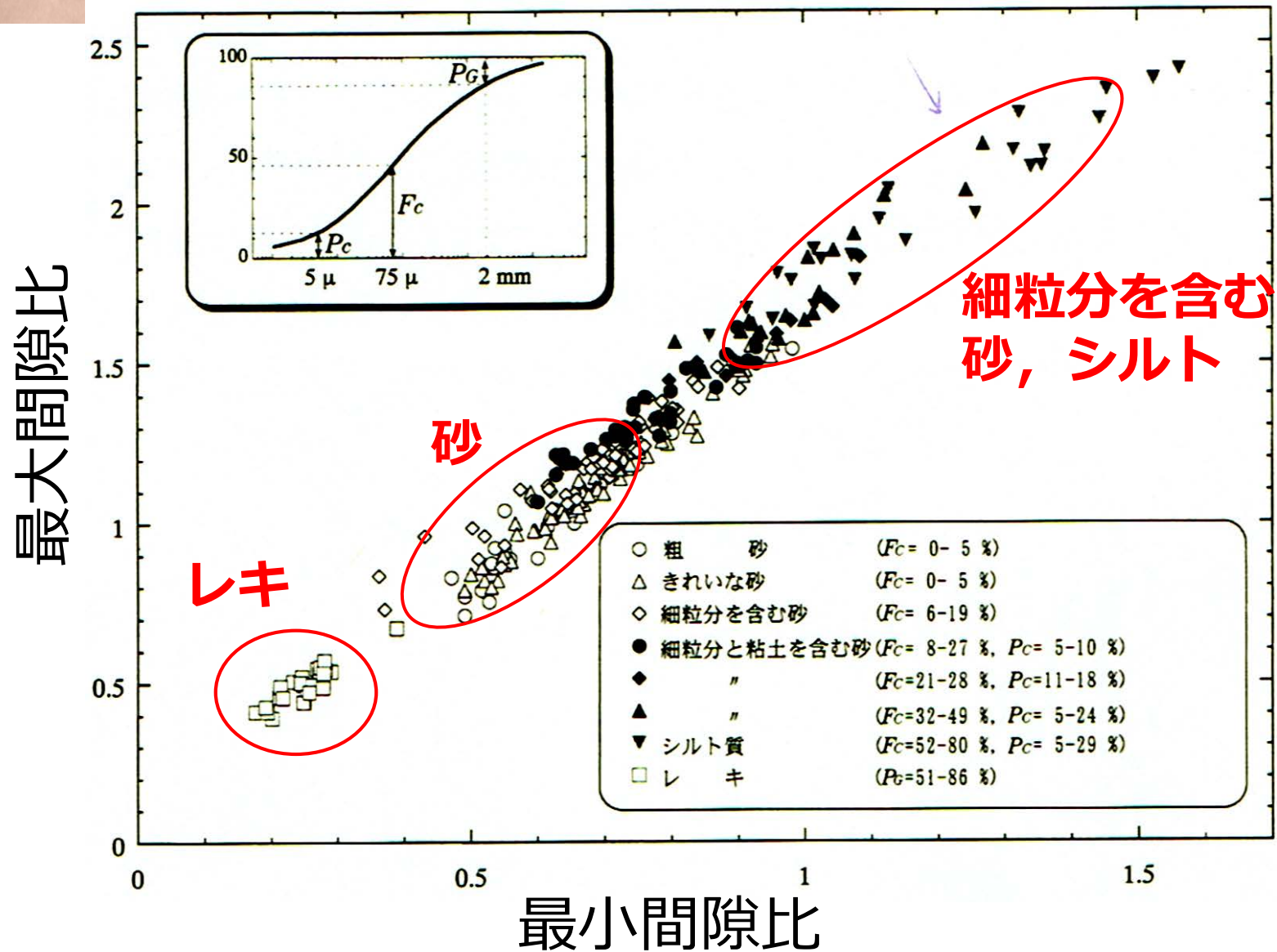
(2) 粒径による土の分類：まとめ

- (1) 土の力学の特徴
- (2) 土の分類**
- (3) 堆積構造
- (4) 弾性
- (5) 塑性圧縮
- (6) せん断
- (7) 間隙水の条件
- (8) 有効応力
- (9) 透水・圧密
・浸透破壊
- (10) 不飽和状態

土の工学的分類は、粒子の力学的作用によって行われるべき。現在は
粒径
粒子間付着力
を重要因子として分類している。

(3) 堆積構造

通常の土質力学では、**間隙比**が指標



石原「土質力学」, 丸善より

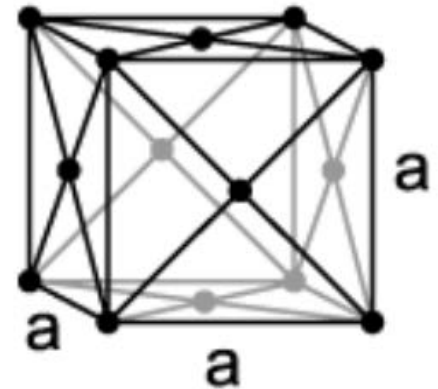
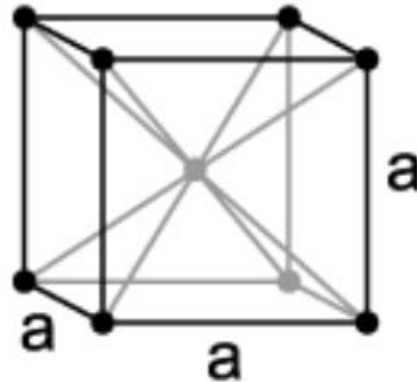
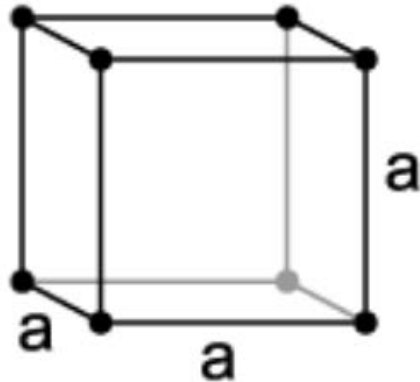
(3) 堆積構造：規則配列(金属結晶学より)



単純立方格子(sc)

体心立方格子(bcc)

面心立方格子(fcc)



間隙比
配位数

0.910
6

0.470
8

0.350
12

(3) 堆積構造：規則配列とランダム配列

実際の土の堆積構造は**ランダム配列**

結晶の規則配列研究(Bravais, 1949)



Bernal packing (Bernal, Nature, 1959)

単純液体とアモルファス固体の研究



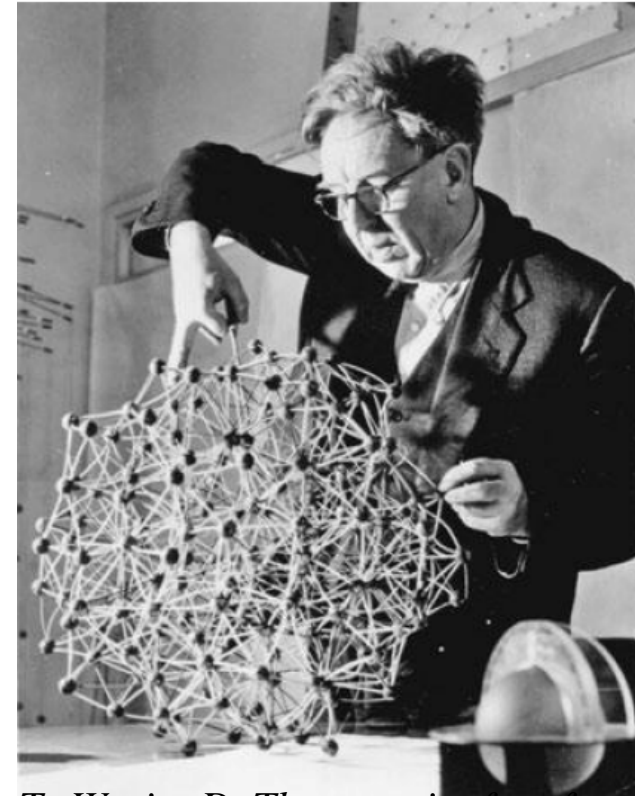
ランダム close/loose パッキングの研究

最上

小田

佐武

Torquato & Stillinger, 2010

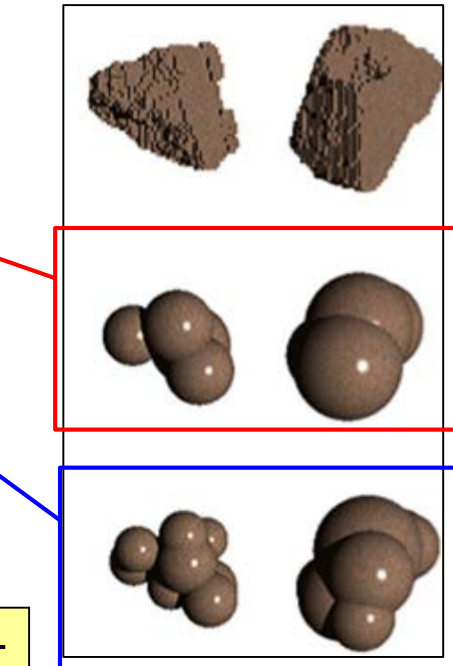
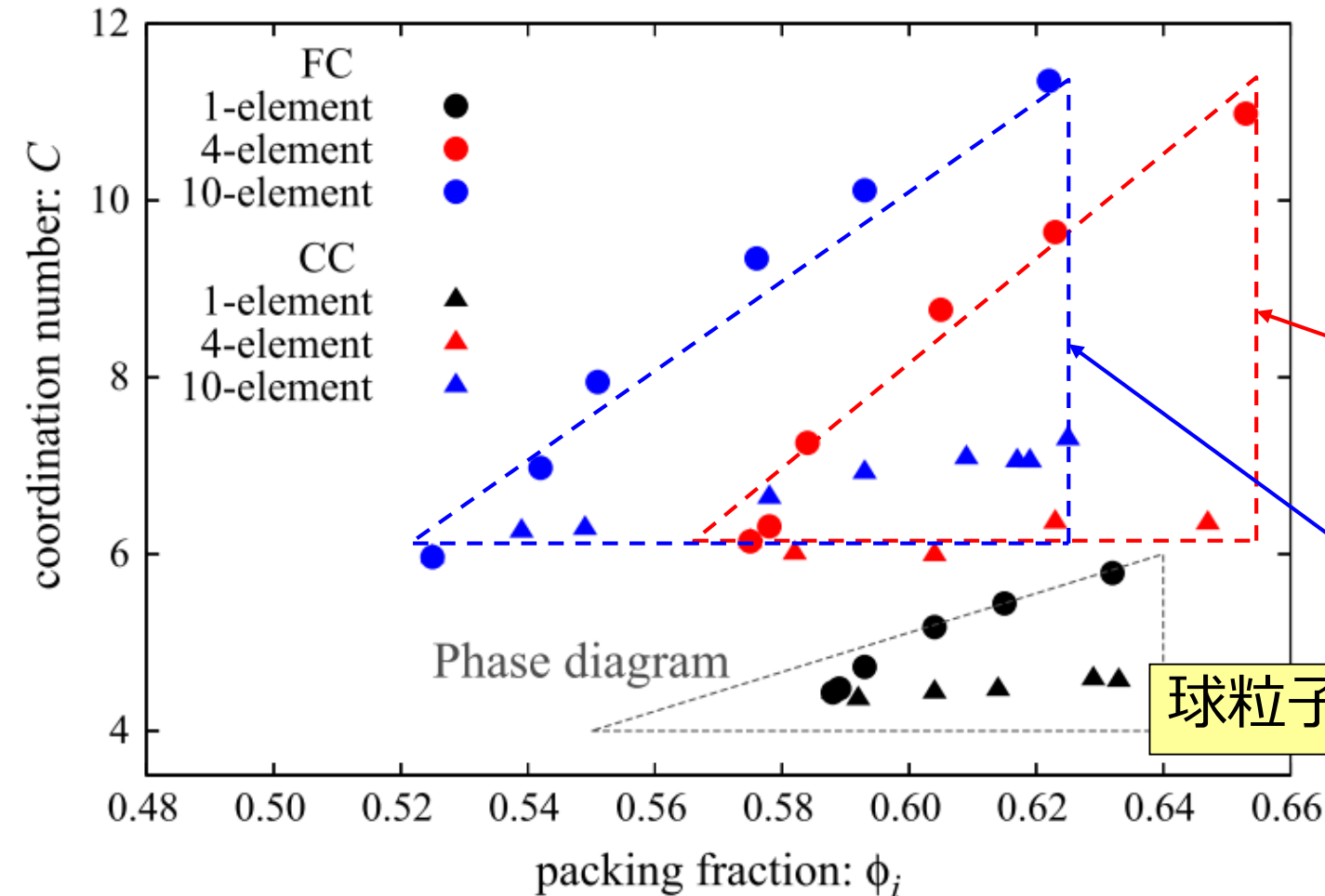
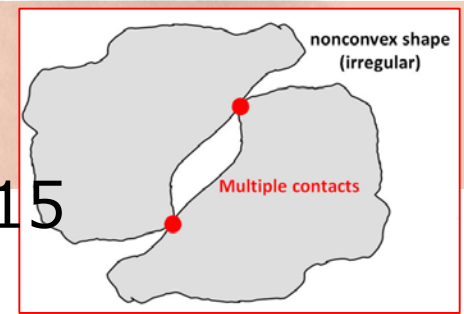


Aste T., Weaire D. *The pursuit of perfect packing*, Taylor & Francis, 2008.

実は**規則配列モデル**も、いろいろ役立つ(後述)。

(3) 堆積構造 : 粒子形状の影響

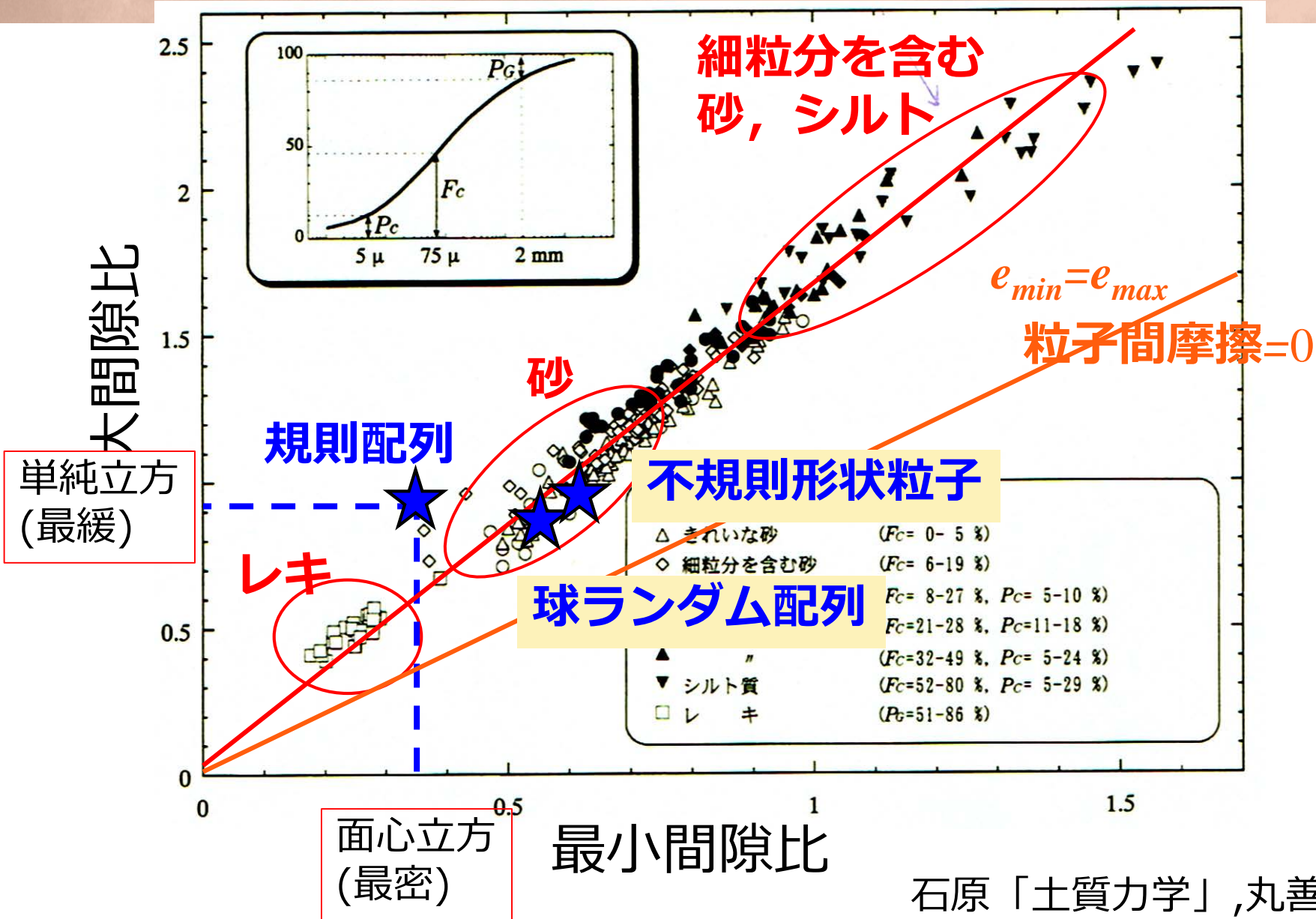
$e=1.08$ 0.923 0.818 0.613 0.515



Katagiri et al. 2014.

- 非球形粒子の配位数は6~12
- 固相率の範囲は粒子形状で変わる

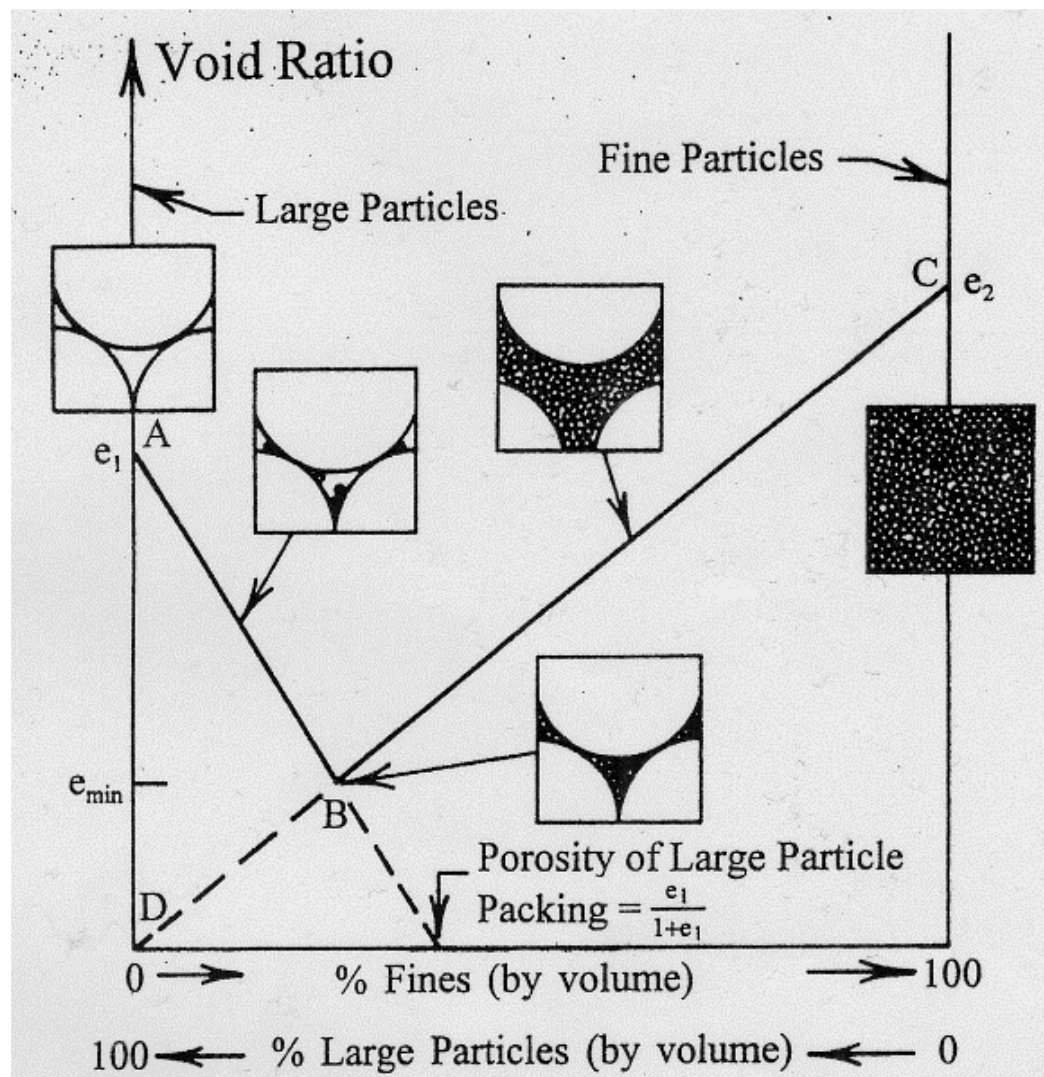
(3) 堆積構造



石原「土質力学」,丸善より

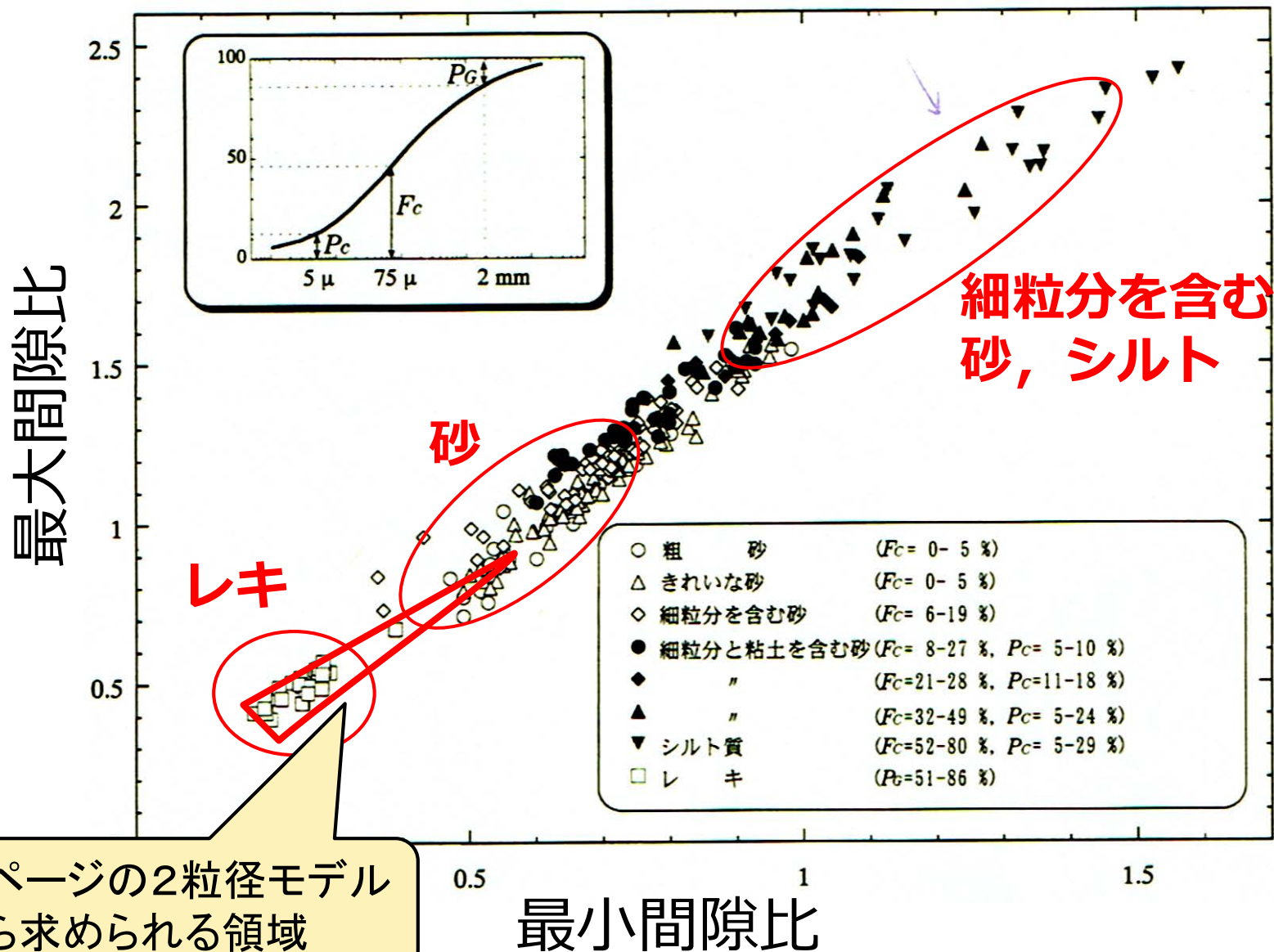
(3) 堆積構造 : 粒度分布の影響

十分大きさの異なる2種類の粒子を混ぜたときの間隙比



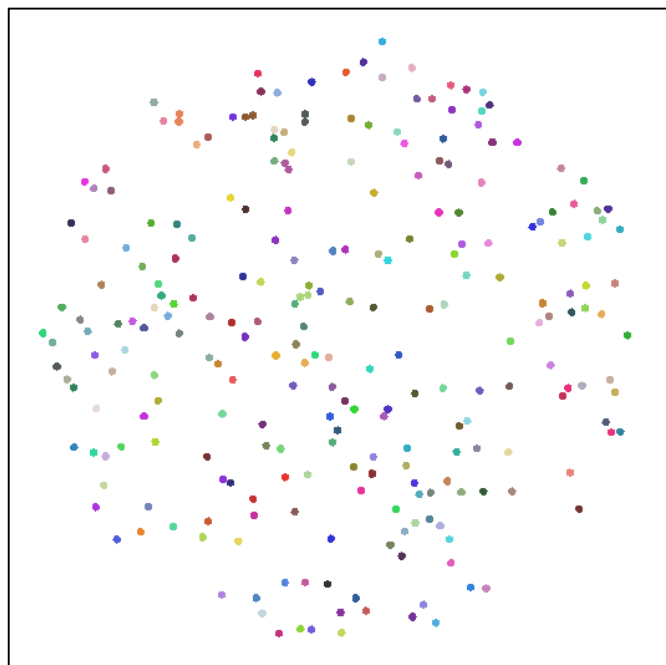
McGeary et al. 1962.
Lade et al. 1998

(3) 堆積構造



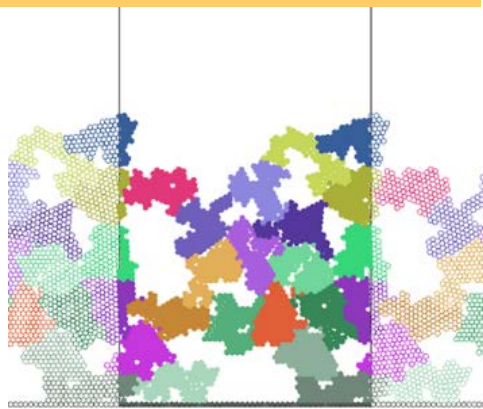
(3) 堆積構造 : 粒子間付着力の影響

Suzuki & Matsushima, 2014.



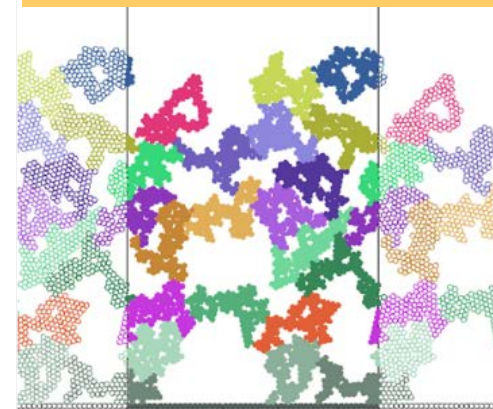
ゆるづめのランダム
構造をモデル化する
のは難しい
(研究段階)

摩擦小, 付着力小

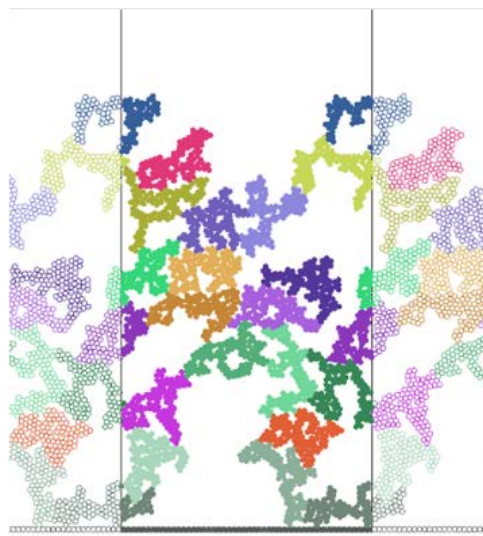


Case 1

摩擦中, 付着力小

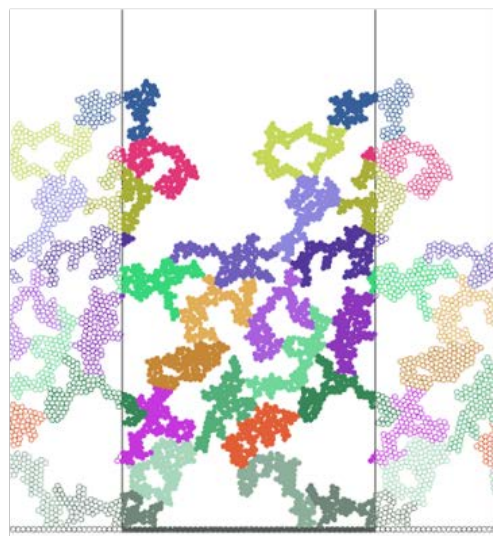


Case 2



Case 3

摩擦中, 付着力大



Case 4

摩擦大, 付着力大

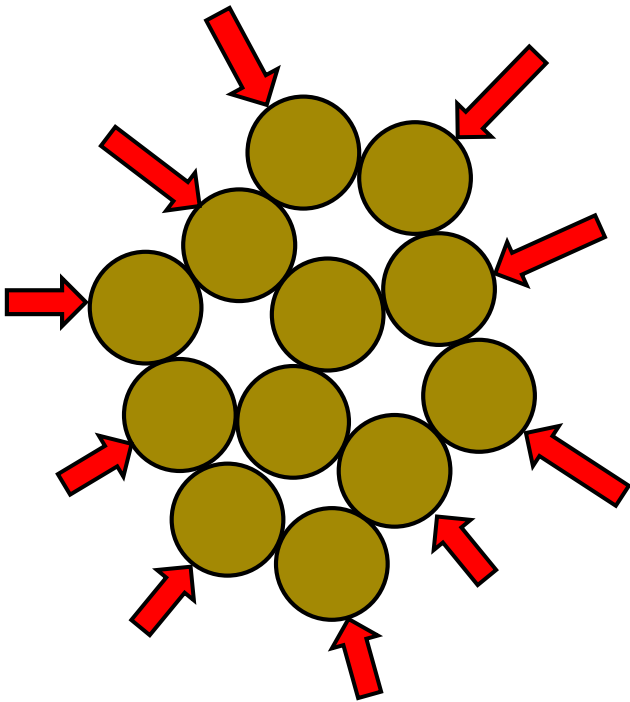
(3) 堆積構造：まとめ

- (1) 土の力学の特徴
- (2) 土の分類
- (3) 堆積構造**
- (4) 弾性
- (5) 塑性圧縮
- (6) せん断
- (7) 間隙水の条件
- (8) 有効応力
- (9) 透水・圧密
・浸透破壊
- (10) 不飽和状態

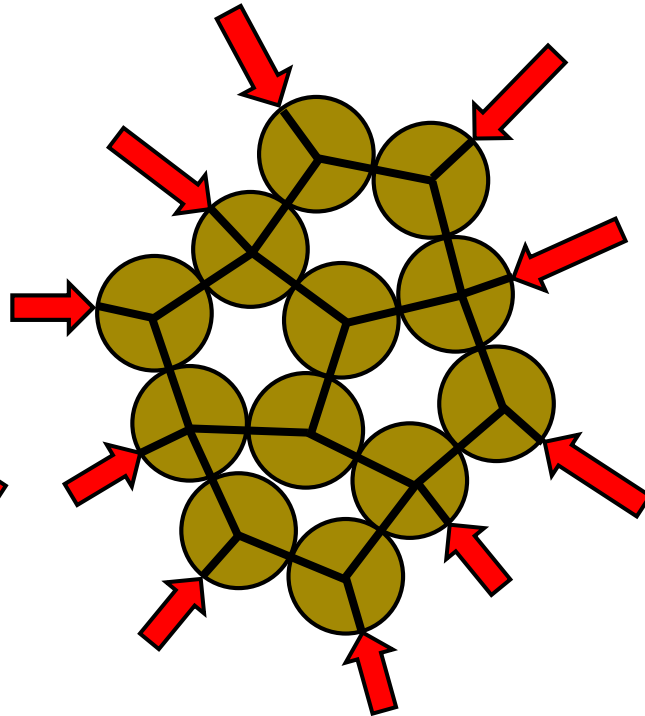
取り得る間隙比の幅は、
粒度分布
粒子形状
摩擦力
付着力
などの影響を受ける。

これらの影響は
ある程度定量的に
説明できる

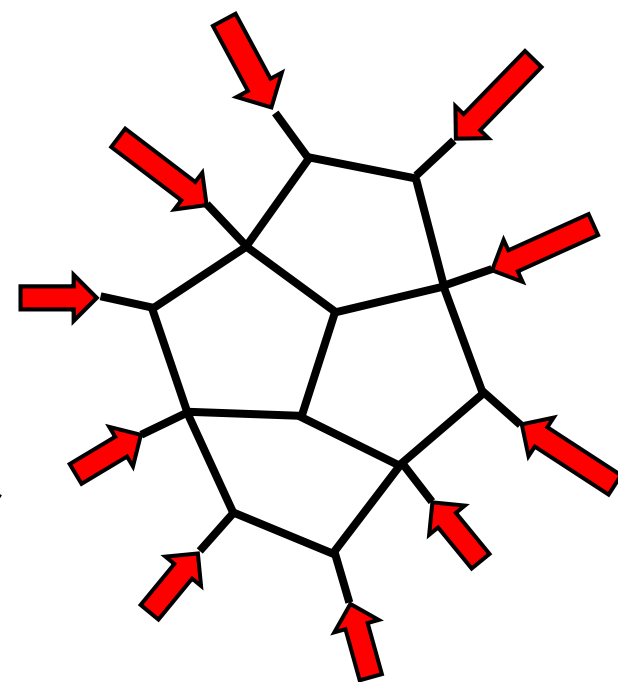
(4) 土の弾性



粒状体構造



梁構造



堆積構造が変化しないような微小変形では
対応する**梁構造の弾性**として計算できる

(4) 土の弾性

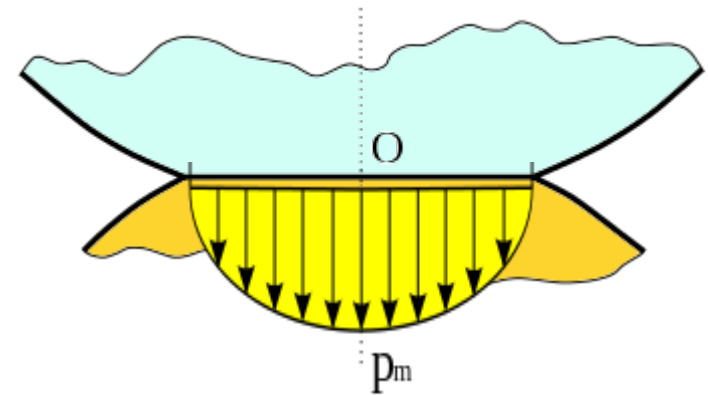
換算梁の物性は
粒子自体の弾性係数とHertzモデルで記述できる

Hertzモデル(2つの弾性球の接触)：
圧力が大きいほど接触面積が大きくなり、剛性が増加する(ブーシネスクの応力解の応用)

$$\dot{P} = \left(\frac{\sqrt{3RG}}{1-\nu} \right)^{2/3} P^{1/3} \dot{\delta} \equiv k_n \dot{\delta}$$

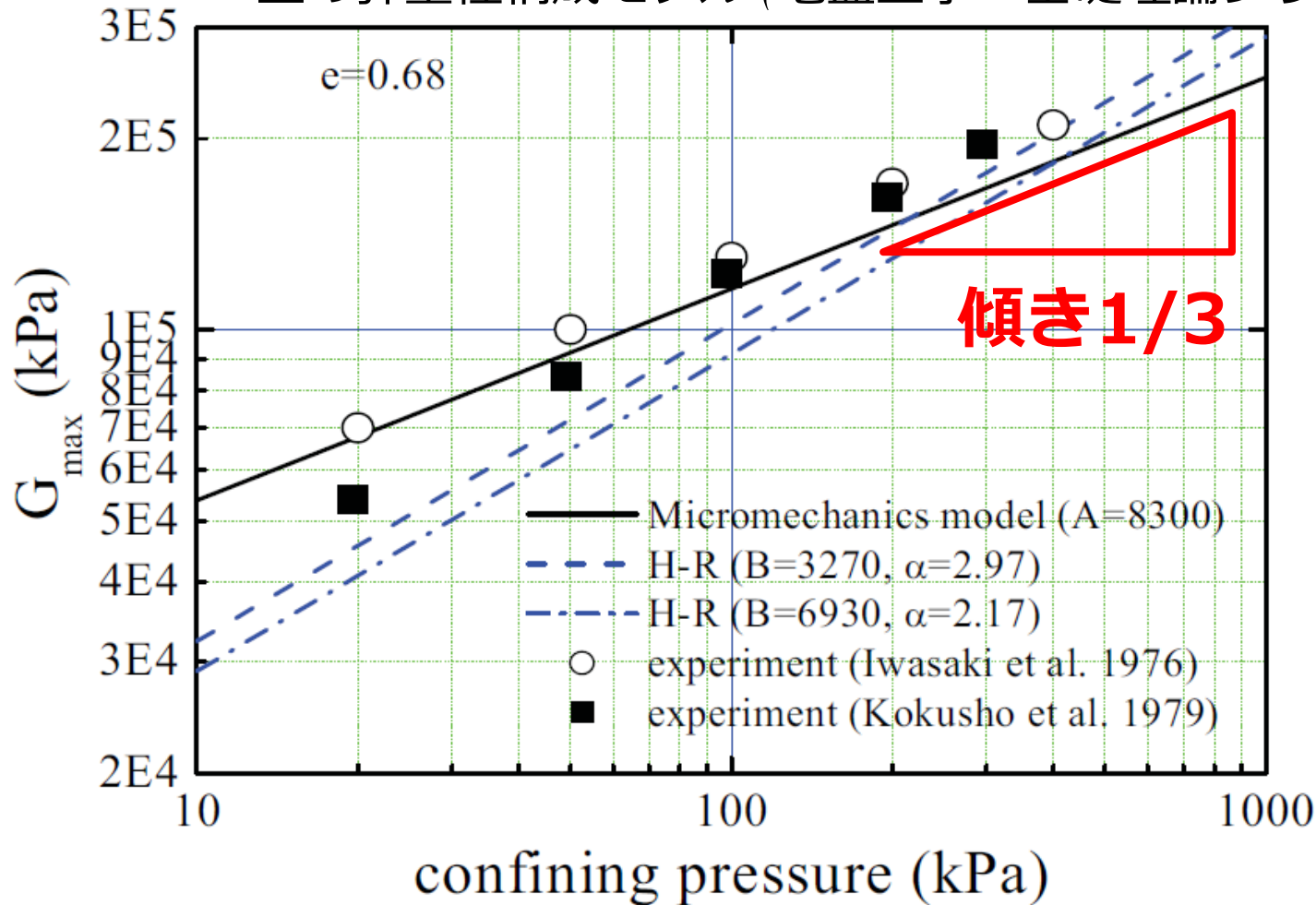
粒子の弾性係数

拘束圧の1/3乗



(4) 土の弾性：拘束圧依存性

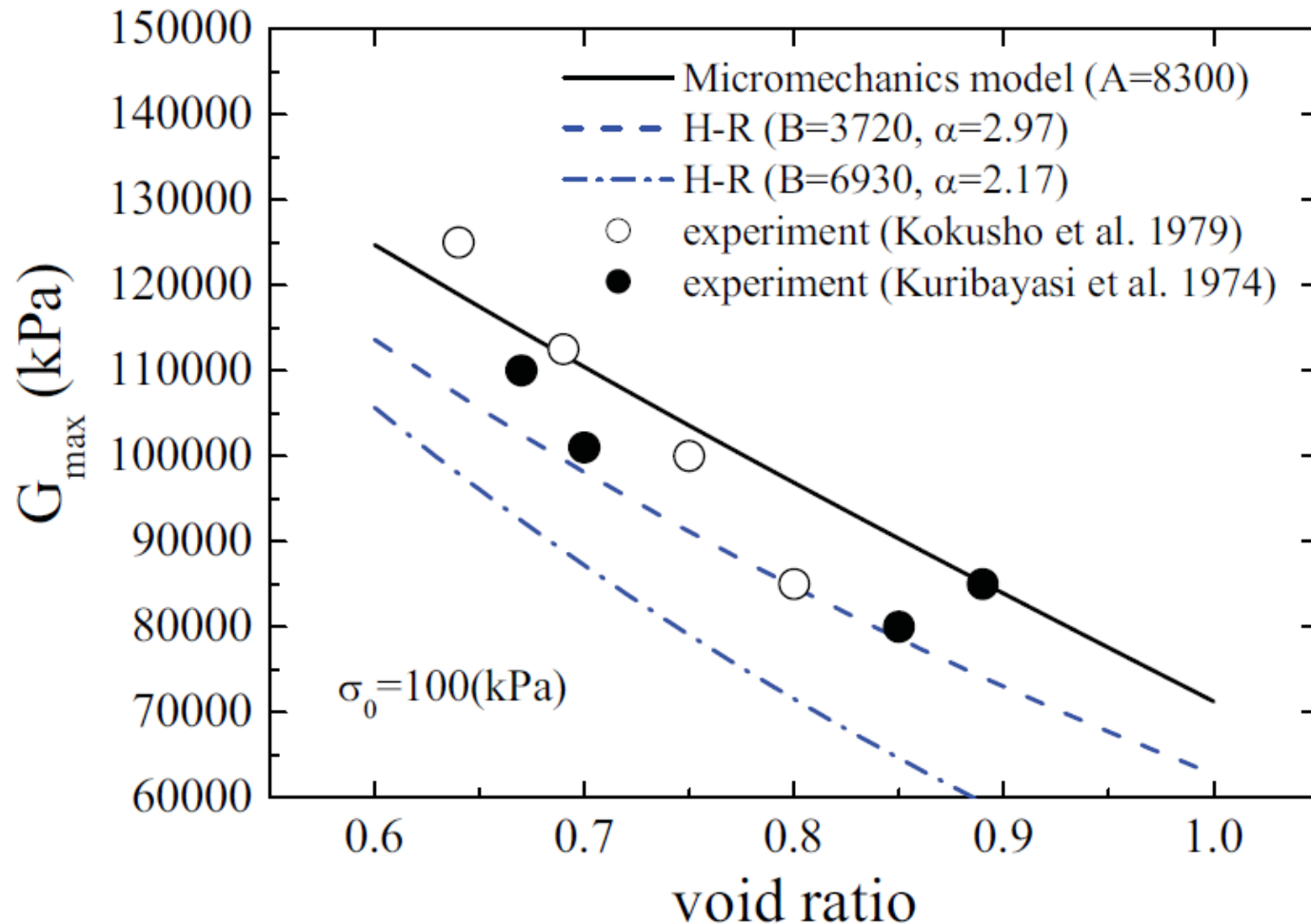
土の弾塑性構成モデル (地盤工学・基礎理論シリーズ 3), 2009.



土のせん断剛性の拘束圧依存性を(ある程度)表現できる

(4) 土の弾性：間隙比依存性

土の弾塑性構成モデル (地盤工学・基礎理論シリーズ 3), 2009.



ここでは、配位数と間隙比に一意的な関係を仮定
実際には、先に見たように、相図で決まる.

(4) 弾性：まとめ

- (1) 土の力学の特徴
- (2) 土の分類
- (3) 堆積構造
- (4) 弾性**
- (5) 塑性圧縮
- (6) せん断
- (7) 間隙水の条件
- (8) 有効応力
- (9) 透水・圧密
 - ・浸透破壊
- (10) 不飽和状態

土の弾性係数は、堆積構造の換算梁モデルで評価できる
→ **配位数**が重要

- ・ 粒度分布の影響
- ・ 粒子形状の影響
- ・ 粘土の弾性係数

などは、やや面倒だが
本質的な考え方は同じ

(5) 塑性圧縮

- (1) 土の力学の特徴
- (2) 土の分類
- (3) 堆積構造
- (4) 弾性
- (5) 塑性圧縮**
- (6) せん断
- (7) 間隙水の条件
- (8) 有効応力
- (9) 透水・圧密
・浸透破壊
- (10) 不飽和状態

なぜ $e-\log(p)$ なのか？
圧縮指数の値はどの程度か？

(4) 塑性圧縮：粗粒土の場合→粒子破碎

佐藤ほか, 土論, 2017.

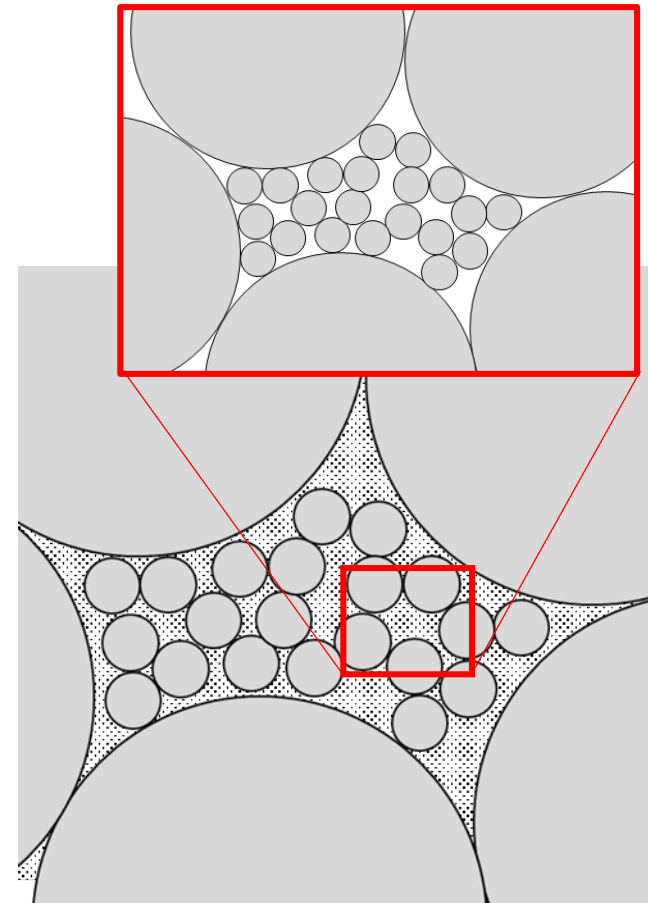
漸化的間隙充填モデル

- ・ 破碎した粒子は，隙間を充填する
- ・ その時の局所間隙比は，破碎前の間隙比と同じ
- ・ 小粒子に囲まれた大粒子は，等方的応力がかかるため，破碎しない
→ 小さい粒子が同様に破碎する

破碎応力の粒径依存性

- ・ 小さい粒子ほど欠陥が少ない
→ 破碎しにくい
- ・ ワイブル分布で記述される

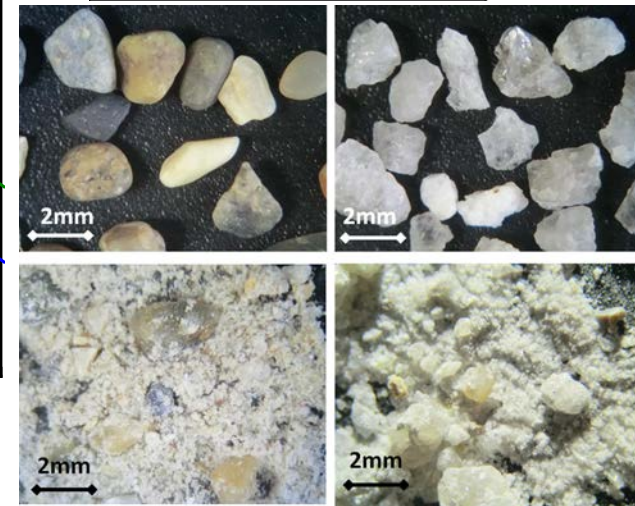
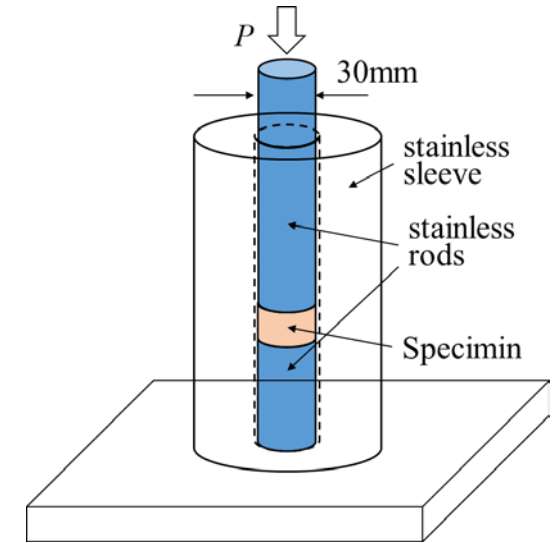
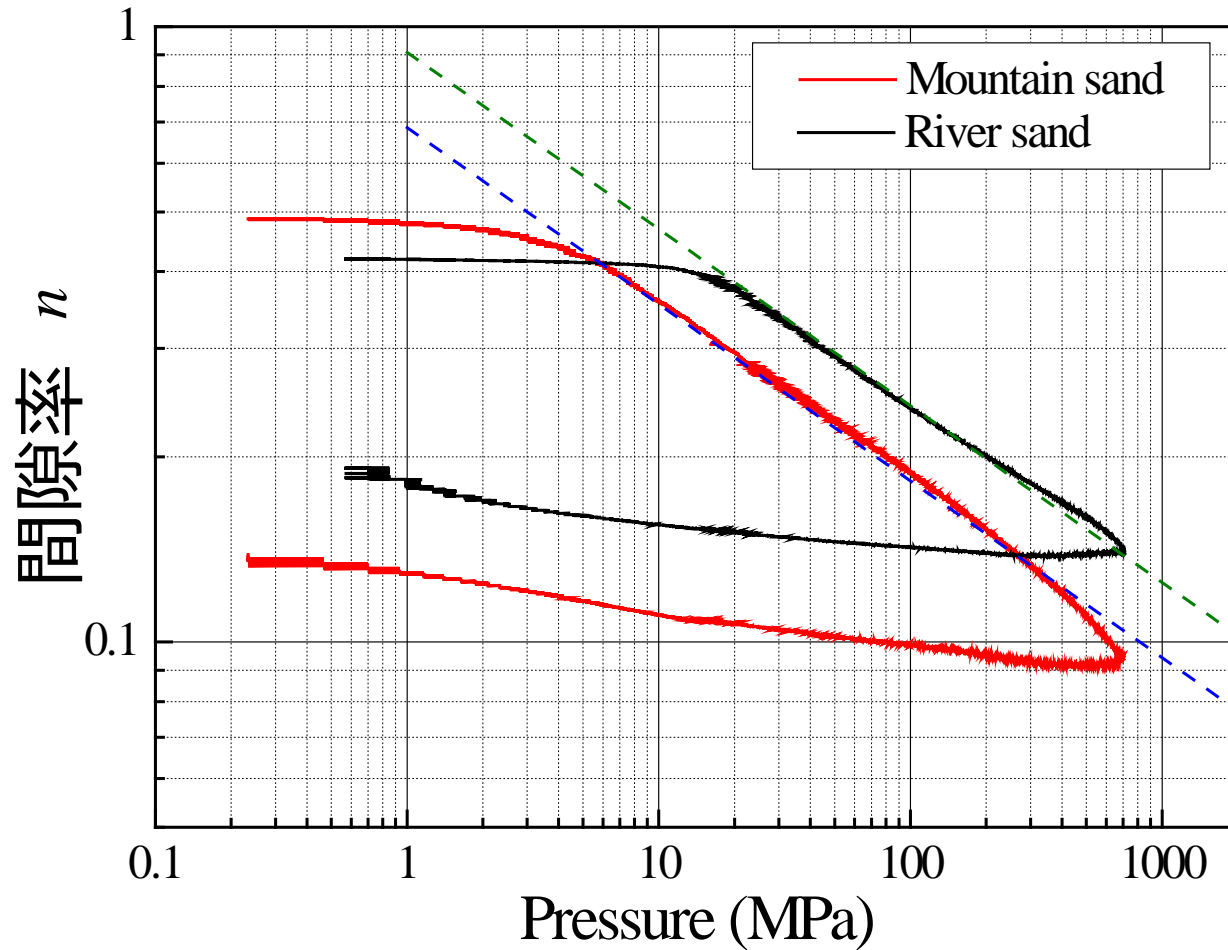
これを数式で書くと， **$\log(n)-\log(p)$ が直線**となる



(4) 塑性圧縮：粗粒土の場合→粒子破碎

佐藤ほか, 土論, 2017.

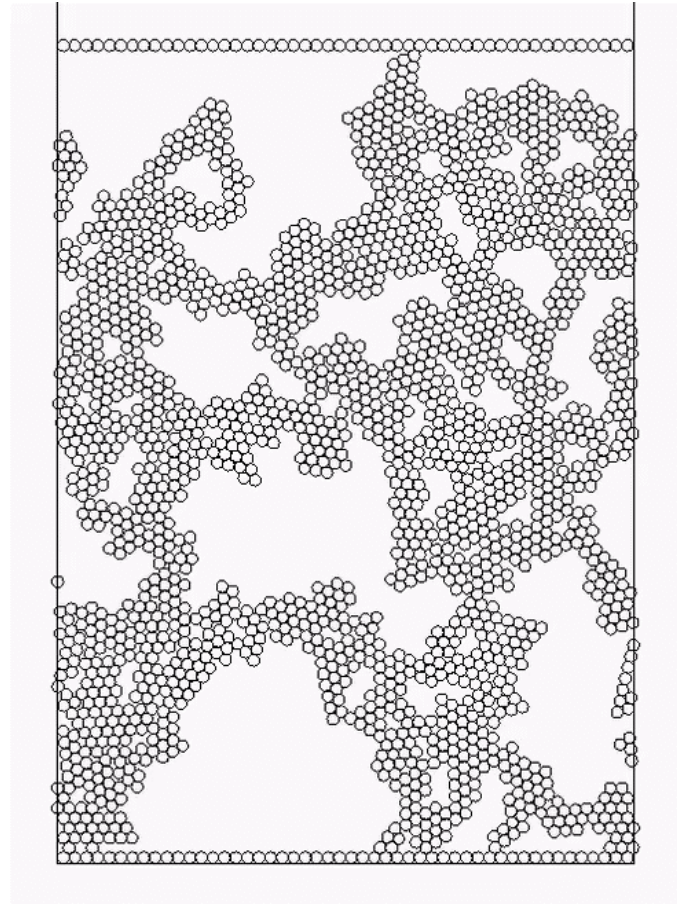
1次元圧縮試験の結果



この勾配は、粒子破碎応力と間隙比(+間隙径)で決まる

(4) 塑性圧縮：細粒土の場合→構造の破壊

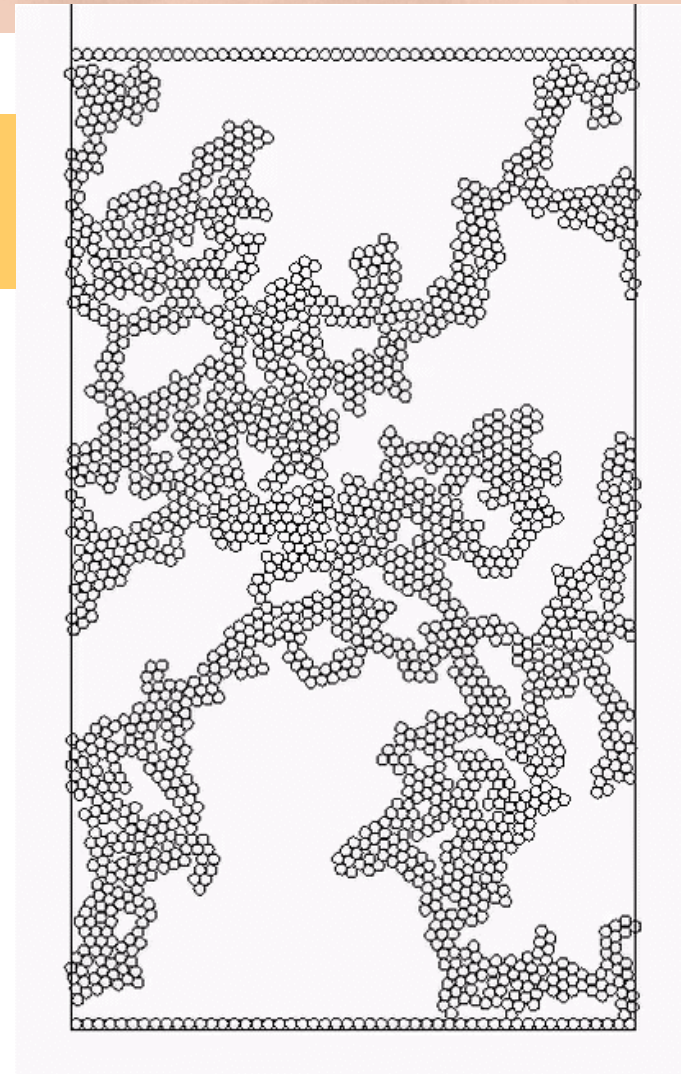
Suzuki & Matsushima, 2014.



Case 1

摩擦小
付着力小

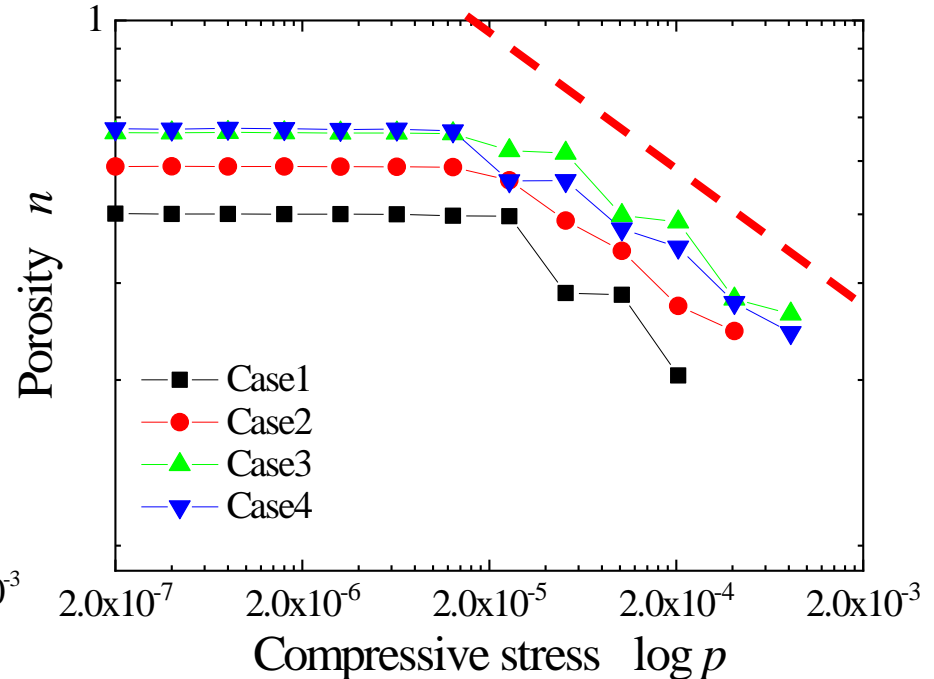
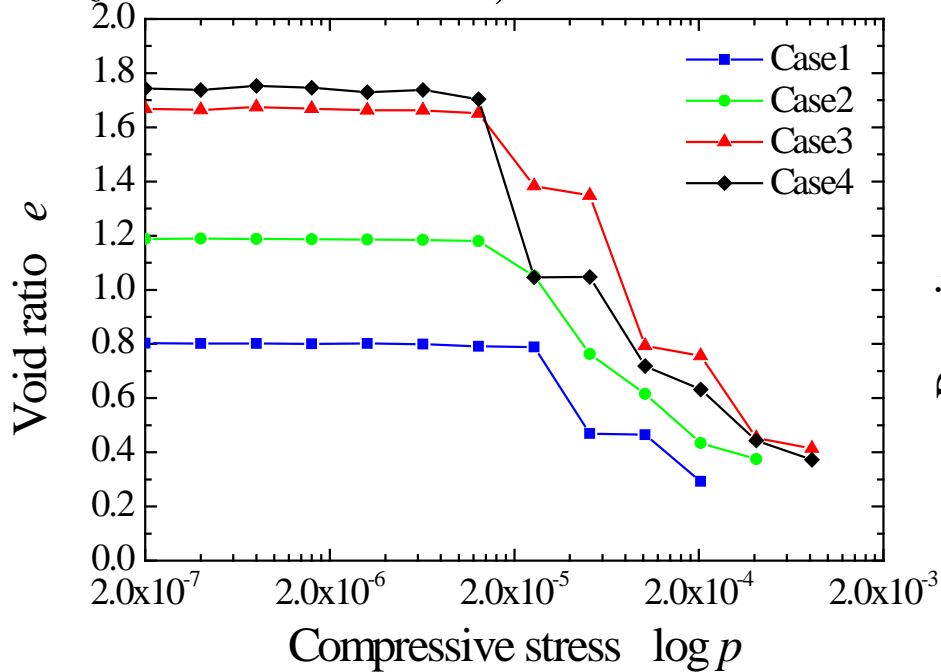
Case 3
摩擦中
付着力大



初期間隙サイズ分布は，ベキ分布

(4) 塑性圧縮：細粒土の場合→ $\log(n)$ - $\log(p)$

Suzuki & Matsushima, 2014.



- ・ 間隙のべき分布
 - ・ 大きい間隙ほど崩壊しやすい
- 粒子破砕モデルと同じモデル化が可能では？
(今後の研究)

(4) 塑性圧縮：まとめ

- (1) 土の力学の特徴
- (2) 土の分類
- (3) 堆積構造
- (4) 弾性
- (5) 塑性圧縮**
- (6) せん断
- (7) 間隙水の条件
- (8) 有効応力
- (9) 透水・圧密
 - ・浸透破壊
- (10) 不飽和状態

$\log(n)$ - $\log(p)$ の勾配には物理的意味がありそう。
支配的なメカニズムは

- 粗粒土の場合,
 - ・粒子破碎応力の粒径依存性
 - ・粒径ごとの間隙比
- 細粒土の場合は
 - ・間隙崩壊応力の
間隙サイズ依存性
 - ・粒子間付着力と摩擦力
で決まる間隙分布

(6) せん断強度

- (1) 土の力学の特徴
- (2) 土の分類
- (3) 堆積構造
- (4) 弾性
- (5) 塑性圧縮
- (6) せん断**
- (7) 間隙水の条件
- (8) 有効応力
- (9) 透水・圧密
 - ・浸透破壊
- (10) 不飽和状態

- ・ Mohr-Coulomb か Cam-clay か？
- ・ 内部摩擦角 ϕ や粘着力 c の値の範囲は？

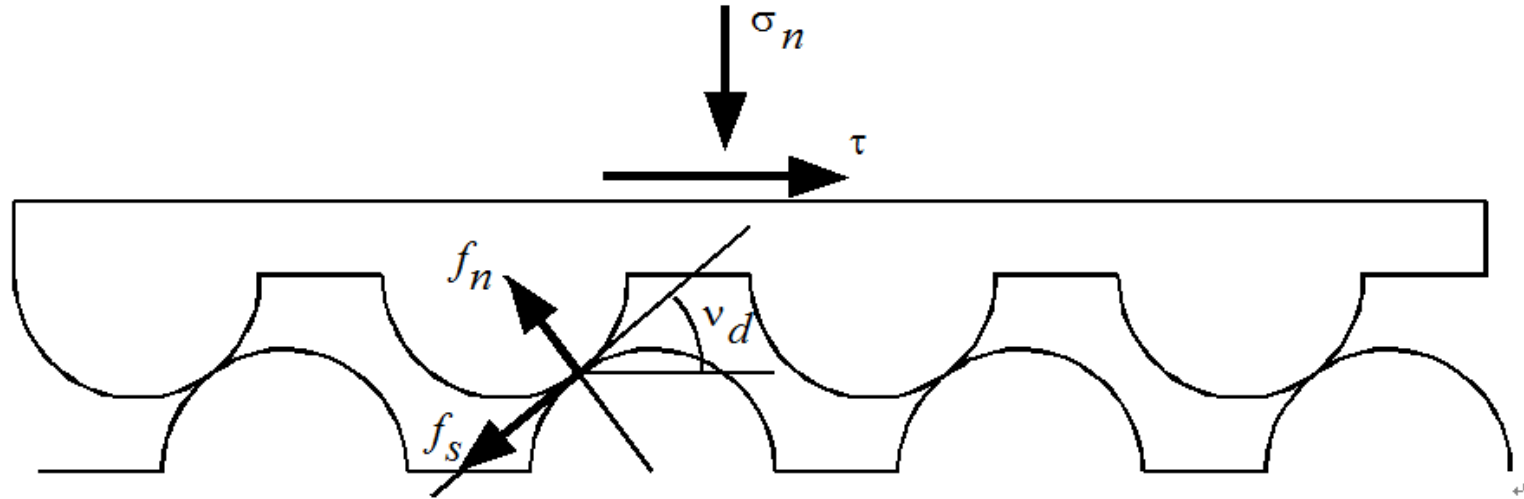
$$\tau = c + \sigma_n \tan \phi$$

- ・ ダイレタンシーとは？

(6) せん断：規則配列モデル

Newland, P.L. and Allely, B.H., Geotechnique, 7, 1 17-34, 1957.

Rowe, P.W., Proc. Roy. soci. London, A 269, 500-527, 1962.



$$\phi = v_d + \phi_\mu$$

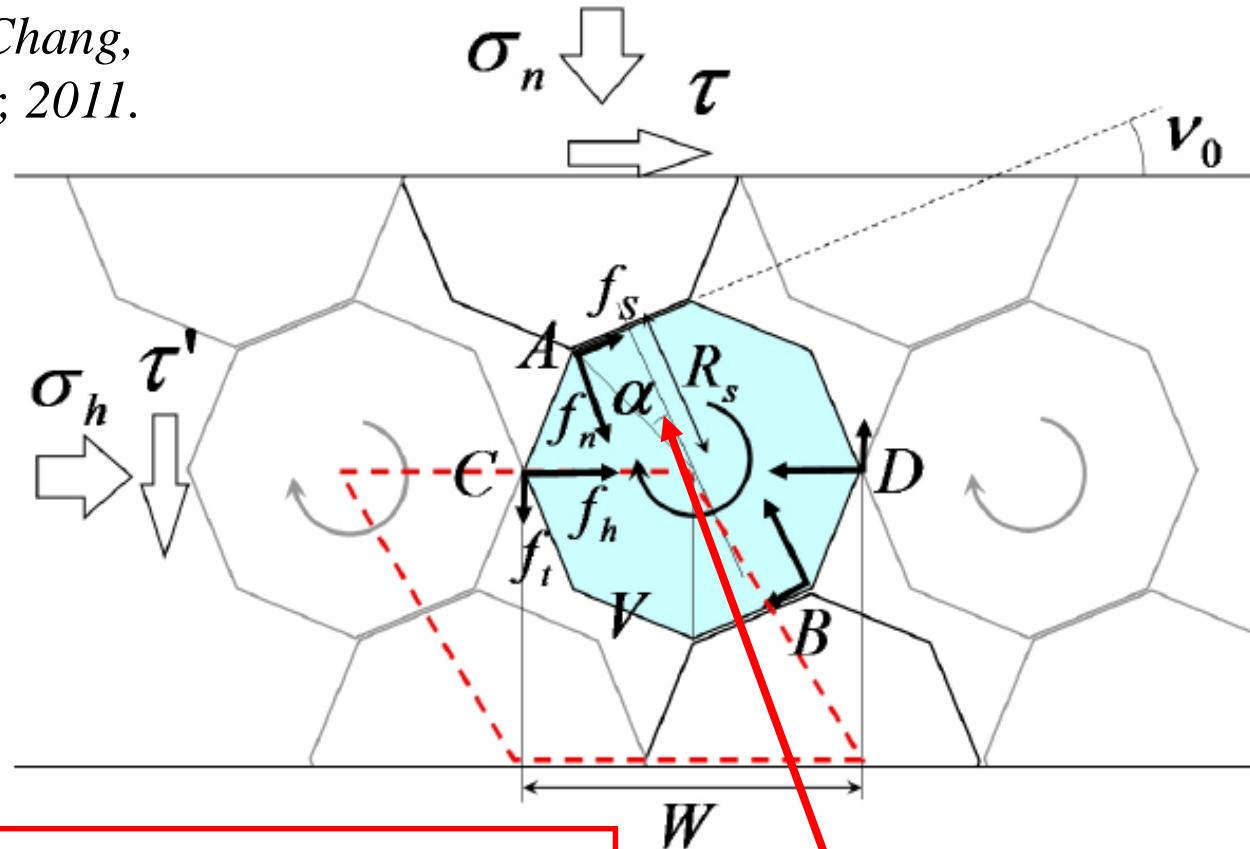
接触点摩擦角
ダイレーション角

$$\phi = 0.8v_d + \phi_{cv}$$

Bolton (19xx)

(6) せん断：規則配列モデル(粒子形状の影響)

*Matsushima & Chang,
Granular matter, 2011.*



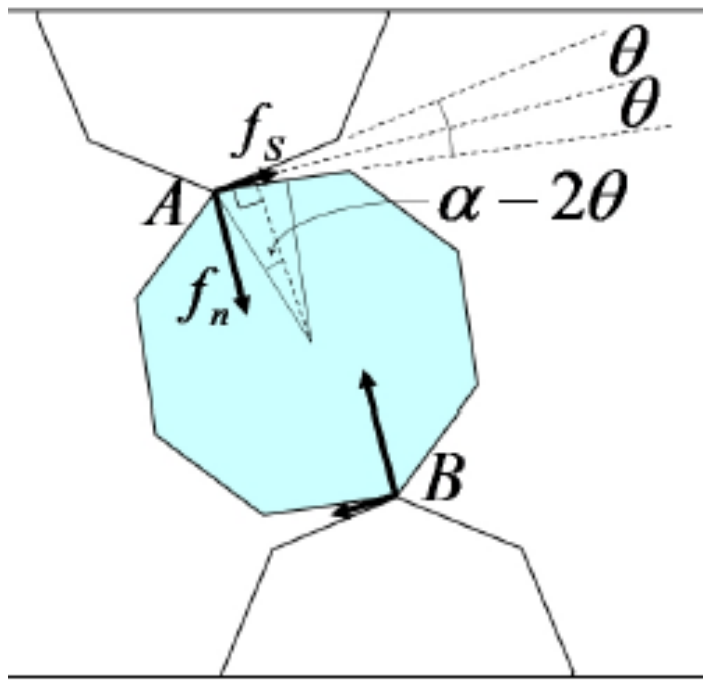
$$\frac{\tau}{\sigma_n} = \frac{\tan \nu_0 + \tan \alpha + K}{1 - \tan \nu_0 (\tan \alpha + K)}$$

$$K = (f_h / f_n) (W / 2l) \tan \mu$$

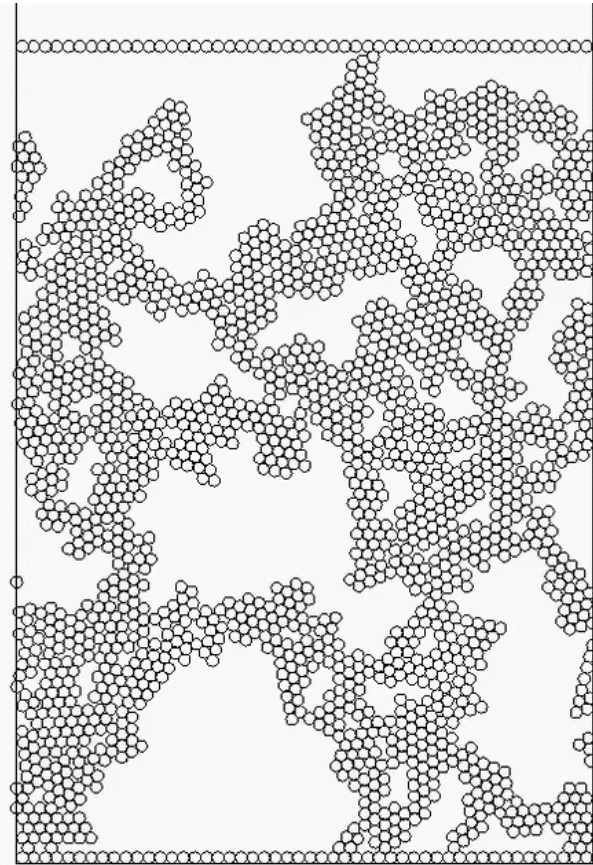
α : 粒子形状パラメータ

弾塑性も考慮できる

(6) せん断：規則配列モデル(付着力の影響)



表面間距離の増大
→付着力に対して仕事



粘土のクラスターが
変形可能な粒子のように
振る舞う

(6) せん断：不規則配列への拡張

[1] 接触点応答の平均場モデル

接触点の力学応答モデル
+ 接触点方向の変化モデル
+ 接触点の生滅モデル

Digby, 1981.

Christoffersen et al., 1981.

Walton, 1987.

Bathurst & Rothenburg, 1988.

Chang & Misra, 1990.

※均質ひずみ場または均質応力場モデルの限界

※塑性圧縮の直接表現ができない

[2] ユニット構造の平均場モデル

それぞれの構造の力学応答モデル
+ 存在確率の変化モデル
(研究中)

(6) せん断強度：まとめ

- (1) 土の力学の特徴
- (2) 土の分類
- (3) 堆積構造
- (4) 弾性
- (5) 塑性圧縮
- (6) せん断**
- (7) 間隙水の条件
- (8) 有効応力
- (9) 透水・圧密
・浸透破壊
- (10) 不飽和状態

単純な規則配列モデルでも c , ϕ と粒子パラメータの関係がある程度説明できる.

塑性圧縮との連動(Cam-clay model)については、不規則配列モデルが必須

繰り返し載荷について
：構造の自己組織化
(統計力学と関係)

(7) 間隙水の条件

- (1) 土の力学の特徴
- (2) 土の分類
- (3) 堆積構造
- (4) 弾性
- (5) 塑性圧縮
- (6) せん断
- (7) 間隙水の条件**
- (8) 有効応力
- (9) 透水・圧密
 - ・浸透破壊
- (10) 不飽和状態

粒状体の堆積構造：

間隙は全て繋がっている

→飽和した間隙流体は自由に移動できる。

→深さ方向の**静水圧**分布は、粒子があってもなくても同じ

透水係数に対して、**十分ゆっくり**変形させれば、影響なし

(8) 有効応力

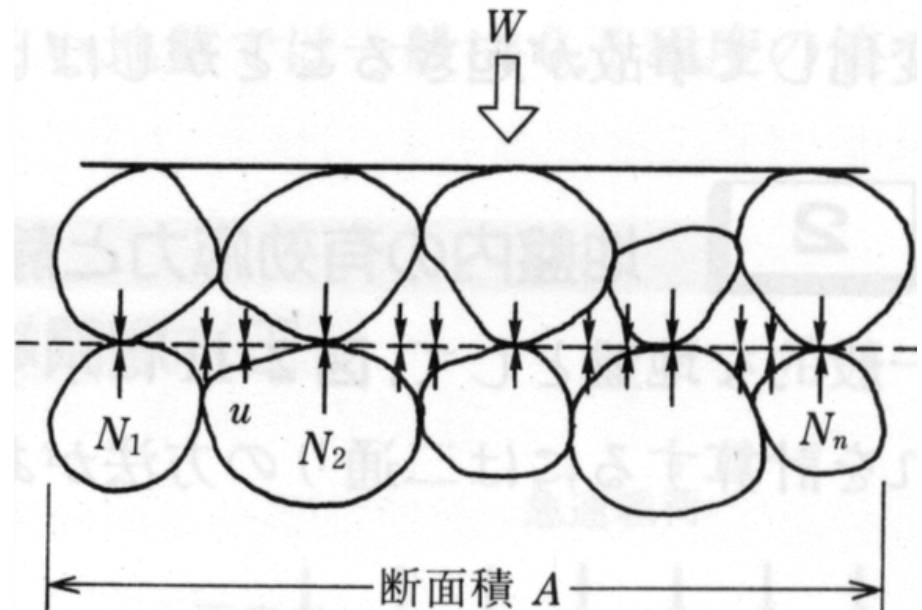
- (1) 土の力学の特徴
- (2) 土の分類
- (3) 堆積構造
- (4) 弾性
- (5) 塑性圧縮
- (6) せん断
- (7) 間隙水の条件
- (8) 有効応力**
- (9) 透水・圧密
・浸透破壊
- (10) 不飽和状態

接触面積が十分小さい
→ **有効応力の原理**が成立

$$W = N + uA$$

断面積Aで割る

$$\sigma = \sigma' + u$$



安田・山田・片田「土質力学」オーム社より

(9) 透水と浸透破壊

- (1) 土の力学の特徴
- (2) 土の分類
- (3) 堆積構造
- (4) 弾性
- (5) 塑性圧縮
- (6) せん断
- (7) 間隙水の条件
- (8) 有効応力
- (9) 透水・圧密
・浸透破壊**
- (10) 不飽和状態

透水問題は連続体的な扱いで良い？

透水係数は、間隙構造と動水勾配方向に依存
(基本は「ハーゲン・ポアズイユ流れ」でOK)

透水力による土粒子の運動
(**パイピング**や**洗掘**)では、
連続体力学のみでは不十分なこともある。

(10) 不飽和状態

- (1) 土の力学の特徴
- (2) 土の分類
- (3) 堆積構造
- (4) 弾性
- (5) 塑性圧縮
- (6) せん断
- (7) 間隙水の条件
- (8) 有効応力
- (9) 透水・圧密
・浸透破壊
- (10) 不飽和状態**

液架橋付着力の定式化：
Young-Laplace方程式

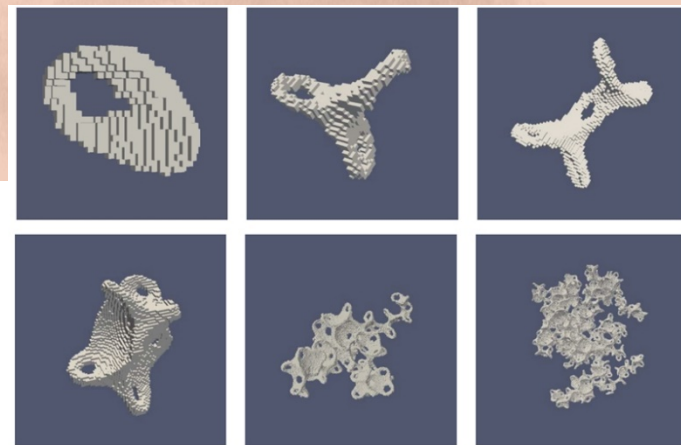
DryingとWettingで
間隙水の分布状況変化の過程が
異なる
→水分特性曲線のヒステリシス

どこにどれだけの水があるか
→統計力学的な取り扱いが必要

(10) 不飽和状態

- (1) 土の力学の特徴
- (2) 土の分類
- (3) 堆積構造
- (4) 弾性
- (5) 塑性圧縮
- (6) せん断
- (7) 間隙水の条件
- (8) 有効応力
- (9) 透水・圧密
・浸透破壊

(10) 不飽和状態



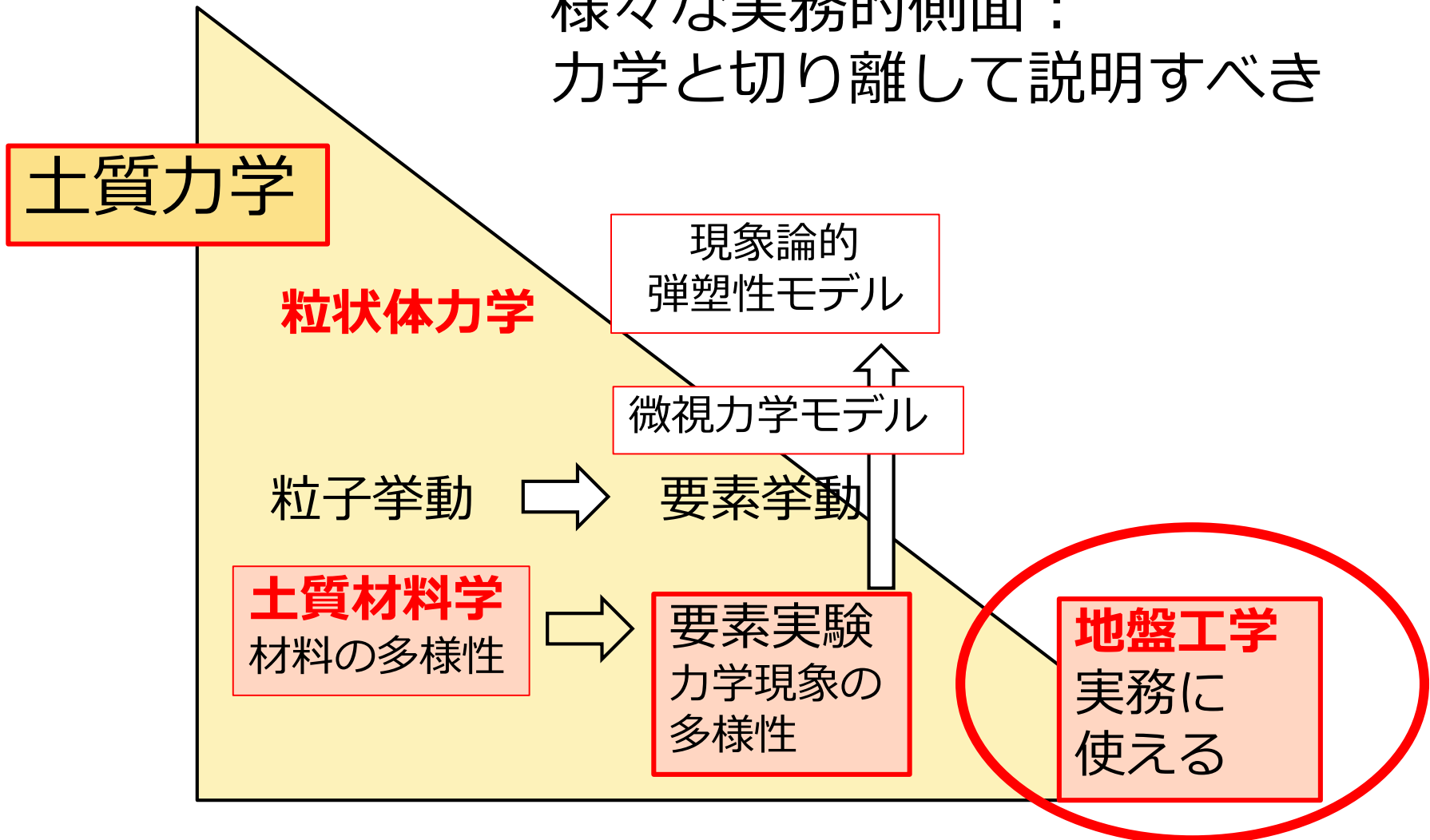
液架橋付着力の定式化：
Young-Laplace方程式

DryingとWettingで
間隙水の分布状況変化の過程が
異なる
→水分特性曲線のヒステリシス

どこにどれだけの水があるか
→統計力学的な取り扱いが必要

地盤工学の実務への橋渡し

現状の「土質力学」に含まれる、
様々な実務的側面：
力学と切り離して説明すべき



実務のための土質力学

- ・なぜ含水比や間隙比の分母は全体量でないのか？
- ・なぜ塑性限界・液性限界試験はあんなに原始的なのか？
- ・なぜ締固めは含水比で整理するのか？
- ・均等係数，曲率係数の定義の背景は？
$$U_c = D_{60}/D_{10}, U_c' = (D_{30})^2 / (D_{60} * D_{10})$$

現在の「土質力学」は，多くの「なぜ」に答えていない。

土質材料学

- ・ 岩石鉱物の起源
- ・ 土の成因(岩石の風化)
- ・ 粘土粒子とその相互作用
- ・ 地層の形成

これらは, いわゆる「**マルチスケール**
・ **マルチフィジックス**問題」

土質力学

粒状体力学

現象論的
弾塑性モデル

微視力学モデル

粒子挙動

要素挙動

土質材料学
材料の多様性

要素実験
力学現象の
多様性

地盤工学
実務に
使える

地盤工学への直接的な展開

- ・ 粒子数が少ない問題
鉄道バラスト, 石垣, 落石
- ・ 個々の粒子が流動する問題
分級, 閉塞, 離散的運動

土質力学

粒状体力学

現象論的
弾塑性モデル

微視力学モデル

粒子挙動

要素挙動

土質材料学
材料の多様性

要素実験
力学現象の
多様性

地盤工学
実務に
使える

地盤工学の今後の展望：学際的研究・協働

- (1) 河川・海岸工学
水と土砂の流動問題
- (2) 地球科学：**地盤の形成プロセス**の力学
(初期状態という概念を取り払う)
地形と地質の関係→地盤物性の予測
(調査しなくてもわかる)
長期問題への展開：**化学反応**の考慮
- (3) 粉体工学(石炭，鉄鉱石などは地盤材料)
粒状体固体と粒状体流体の統一理論
- (4) 農学・生物学：**土壌**の科学，生命環境学
- (5) **統計物理学**：より広い物理分野への足がかり

おわりに

地盤は人間の生活基盤

→あらゆる分野に関係

→その力学解析の基礎となる「土質力学」は
もっと体系化されて、利用されるべき。

長時間おつきあいいただき、
ありがとうございました