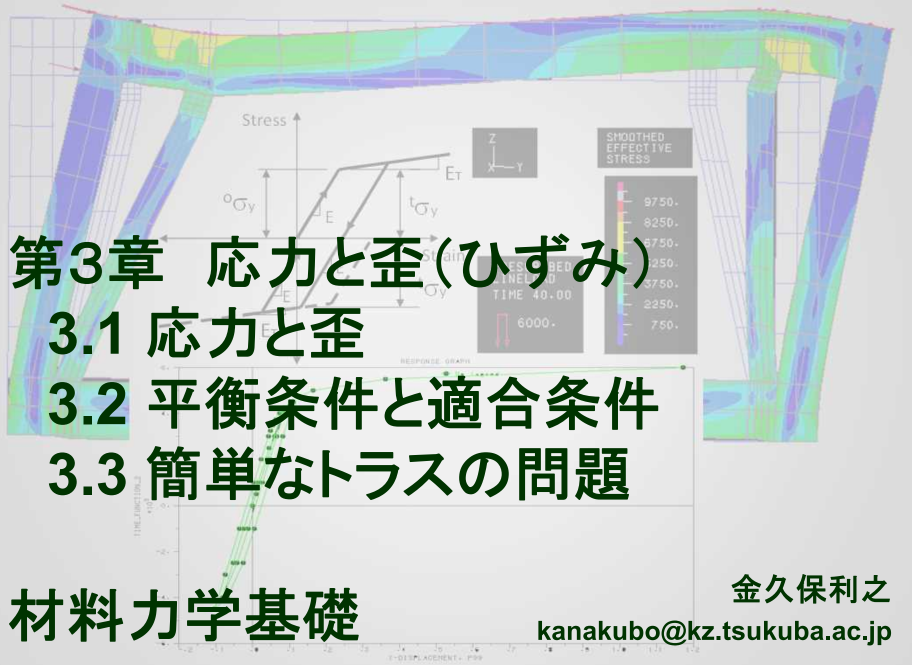


第3章　応力と歪(ひずみ)
3.1 応力と歪
3.2 平衡条件と適合条件
3.3 簡単なトラスの問題

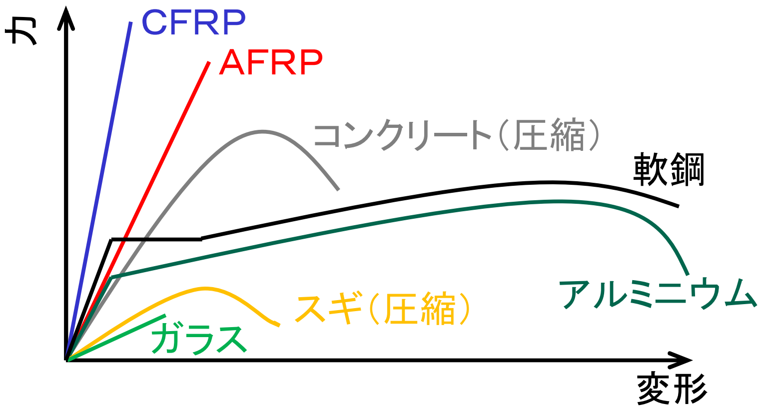
材料力学基礎

金久保利之
kanakubo@kz.tsukuba.ac.jp

1

3.1 応力と歪(ひずみ)

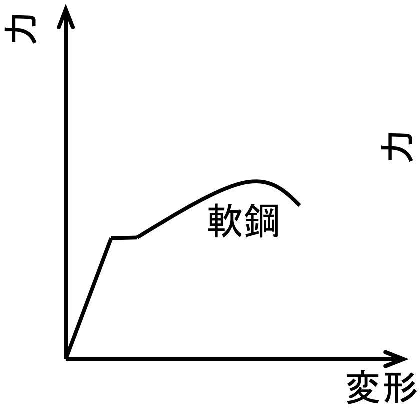
・ 引張力と伸びの関係

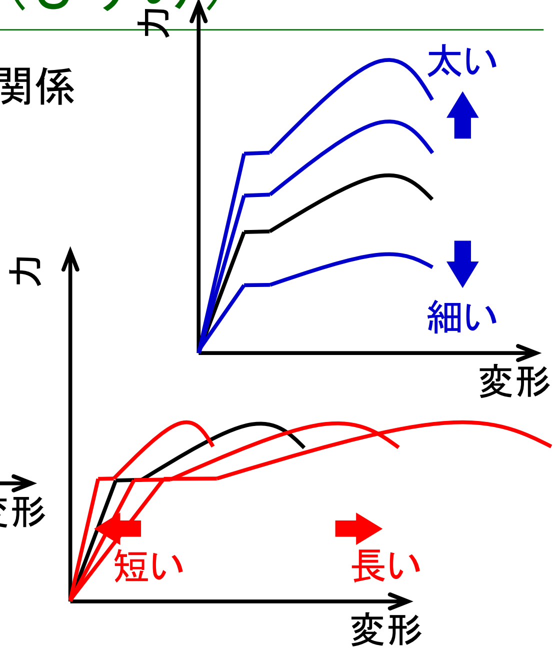


2

3.1 応力と歪(ひずみ)

・ 引張力と伸びの関係

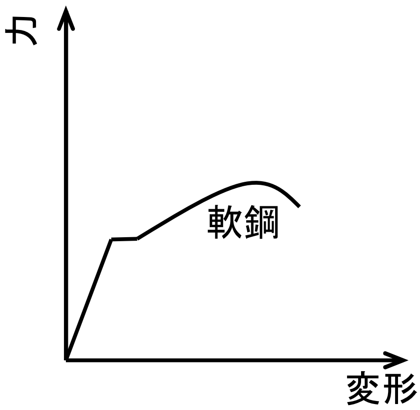


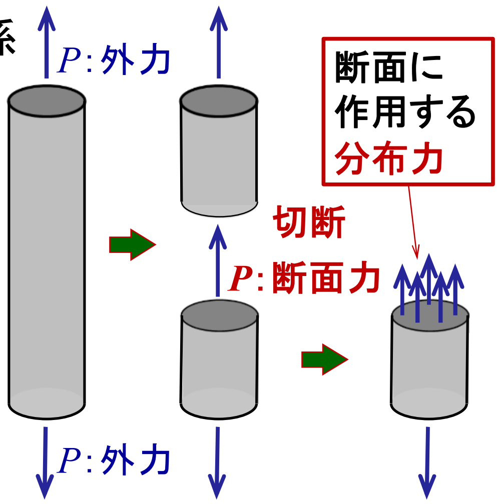


3

3.1 応力と歪(ひずみ)

・ 引張力と伸びの関係

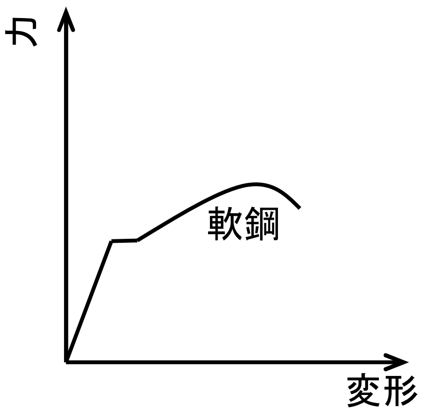


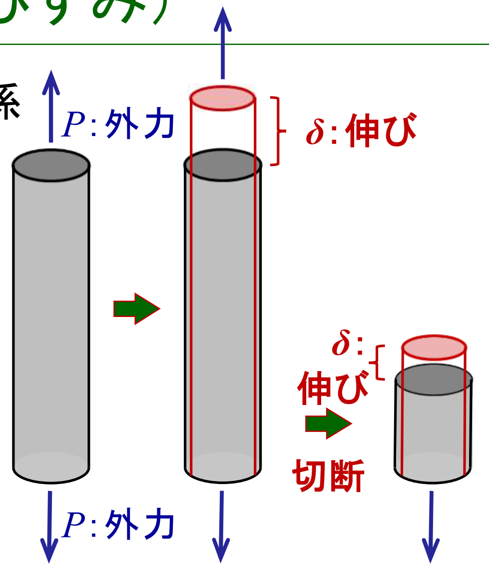


4

3.1 応力と歪(ひずみ)

・ 引張力と伸びの関係





5

3.1 応力と歪(ひずみ)

断面力を、作用する面積で割って、単位面積あたりの力で考える → **応力** Stress

伸びを、もとの長さで割って、もとの長さとの比で考える → **歪** Strain

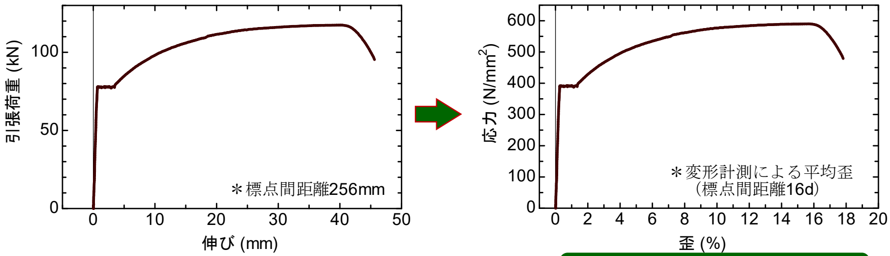
応力 $\sigma = \dfrac{P}{A}$ シグマ

歪 $\varepsilon = \dfrac{\delta}{l}$ イプシロン

6

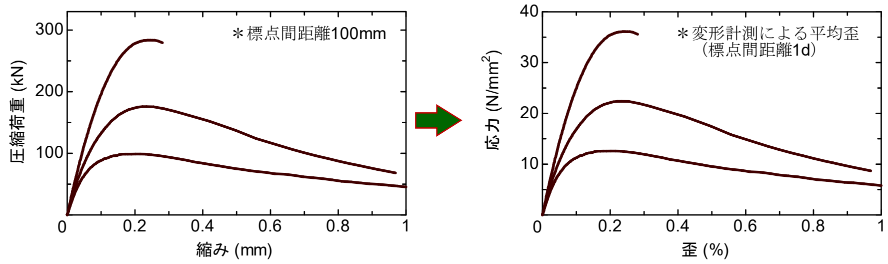
3.1 応力と歪(ひずみ)

・ 鋼棒の引張試験



応力－歪関係

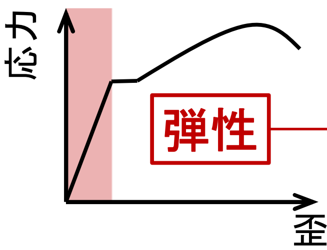
・ コンクリートの圧縮試験



7

3.1 応力と歪(ひずみ)

・ 引張力と伸びの関係



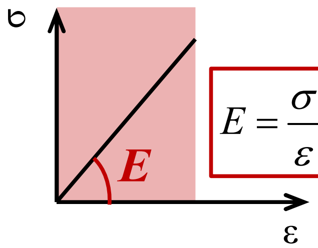
弾性

力と変形が比例する

応力と歪が比例する

Young's modulus

比例係数: **ヤング率**



$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}, \quad \sigma = E \cdot \varepsilon$$

または、 ヤング係数、
弾性係数、
弾性率、など
Elastic modulus

Hookeの法則

8

3.1 応力と歪（ひずみ）

・ 応力の次元・単位

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{[\text{力}]}{[\text{面積}]} = \frac{[\text{力}]}{[\text{長さ}]^2}$$

・ 歪の次元・単位

$$\varepsilon = \frac{\delta}{l} = \frac{[\text{長さ}]}{[\text{長さ}]} = [\text{無次元}]$$

・ ヤング率の次元・単位

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{[\text{力}]/[\text{長さ}]^2}{[\text{長さ}]/[\text{長さ}]} = \frac{[\text{力}]}{[\text{長さ}]^2}$$

応力と同じ

よく使われる単位：
N/mm^2
＝10^6 N/m^2
＝MPa（メガパスカル）

よく使われる接頭辞：
1
＝10^2 %
＝10^6 μ（マイクロ）

よく使われる単位：
10^3 N/mm^2
＝ kN/mm^2
＝10^3 MPa
＝10^9 N/m^2
＝GPa（ギガパスカル）

9

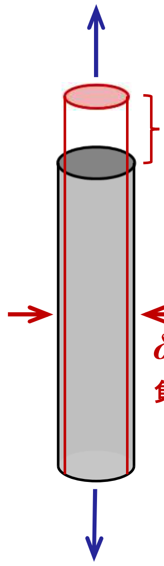
3.1 応力と歪（ひずみ）

・ 金属系材料の材料定数

材　種	弾性係数 E (kN/mm^2)	せん断弾性係数 G (kN/mm^2)	ポアソン比 ν	線膨張係数 α （×10^{-6}/K）
アルミニウム	71	26	0.34	23.8
鉛	17	7	0.45	29.3
鉄	206	81	0.28	11.7
銅	123	46	0.34	17.0
金	79	27	0.42	14.3
ニッケル	201	74	0.31	13.0
白金	167	61	0.39	8.9
銀	79	28	0.38	182.0
亜鉛	98	31	0.33	29.7
すず	54	27	0.33	27.0

10

3.1 応力と歪(ひずみ)



縦歪 $\varepsilon = \delta / l$ もとの長さで割る（正の値）

横歪 $\varepsilon' = \delta' / d$ もとの長さで割る（負の値）

縦歪と横歪の比

ポアソン比

Poisson's ratio

$$\nu = -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$$

ニュー

応力も、引張を正、圧縮を負とする

11

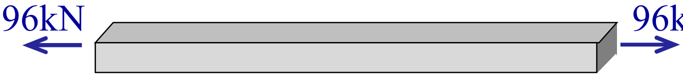
3.1 応力と歪(ひずみ)

05:00

例題①

長さが3m、断面が30mm×40mmの長方形の鋼棒に、96kNの引張力を作用させた。

このとき、棒の応力、歪、横歪、伸びを求めなさい。ただし、ヤング率は200kN/mm^2、ポアソン比は0.28とする。

96kN  96kN

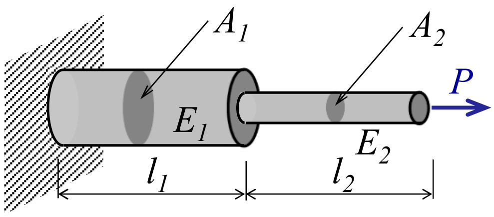
12

3.2 平衡条件と適合条件

05:00

例題②

長さ、断面積、材質が異なる2つの棒がつながれ、壁に埋め込まれている。引張力P が作用するとき、全体の伸びを求めなさい。



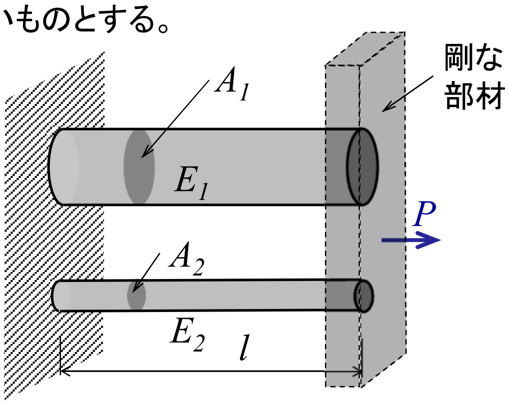
13

3.2 平衡条件と適合条件

05:00

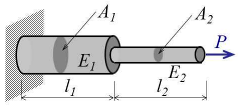
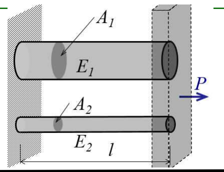
例題③

長さがlで、断面積、材質が異なる2つの棒が剛な部材を介して、並列につながれ、壁に埋め込まれている。引張力P が作用するとき、全体の伸びを求めなさい。なお、剛な部材は回転しないものとする。



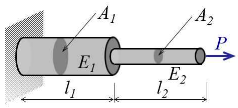
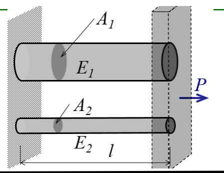
14

3.2 平衡条件と適合条件

条　件		
内力のつり合い	$P=P_1=P_2$	$P=P_1+P_2$
力と変形 （応力と歪） の関係	$\begin{cases}\delta_1=\dfrac{l_1}{A_1E_1}P_1\\ \delta_2=\dfrac{l_2}{A_2E_2}P_2\end{cases}$	$\begin{cases}\delta_1=\dfrac{l_1}{A_1E_1}P_1\\ \delta_2=\dfrac{l_2}{A_2E_2}P_2\end{cases}$
幾何学的条件	$\delta=\delta_1+\delta_2$	$\delta=\delta_1=\delta_2$

15

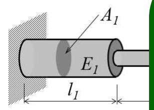
3.2 平衡条件と適合条件

条　件		
平衡条件	$P=P_1=P_2$	$P=P_1+P_2$
構成則	$\begin{cases}\delta_1=\dfrac{l_1}{A_1E_1}P_1\\ \delta_2=\dfrac{l_2}{A_2E_2}P_2\end{cases}$	$\begin{cases}\delta_1=\dfrac{l_1}{A_1E_1}P_1\\ \delta_2=\dfrac{l_2}{A_2E_2}P_2\end{cases}$
適合条件	$\delta=\delta_1+\delta_2$	$\delta=\delta_1=\delta_2$

変わらない

16

3.2 平衡条件と適合条件

条 件	
平衡条件	Equilibrium condition
力と変形 構成則 の関係	$\delta_1 = \frac{l_1}{\ }$ Constitutive law $\delta_2 = \frac{\ }{A_2}$
適合条件	Compatibilit condition

材料力学(と構造力学)とは、これらの条件を駆使して、力と変形(応力と歪)を求めること

材料力学は、どちらかというと、構成則を見いだす方

構造力学は、どちらかというと、平衡条件と適合条件を使う方

(注：個人的な思い入れあり)

17

3.2 平衡条件と適合条件

構成則の例

- 材料構成則

$$\boxed{\sigma = E \cdot \varepsilon}$$

応力　ヤング率　歪

$$\tau = G \cdot \gamma$$

せん断応力　せん断弾性係数　せん断歪

- 部材の構成則

$$\boxed{P = \frac{AE}{l}\delta}$$

軸力と伸び(縮み)の関係

$$\boxed{\delta = \frac{l}{AE}P}$$

剛性(この場合、軸剛性)

柔性

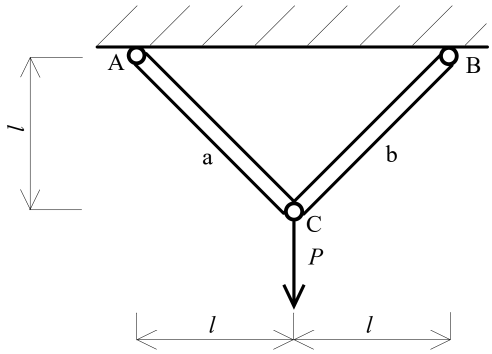
18

3.3 簡単なトラスの問題

05:00

例題④

　ピン接合された2つの棒材a、bのC点に、集中荷重Pが鉛直下向きに作用している。ただし、すべての材の断面積はA、ヤング率はEとする。

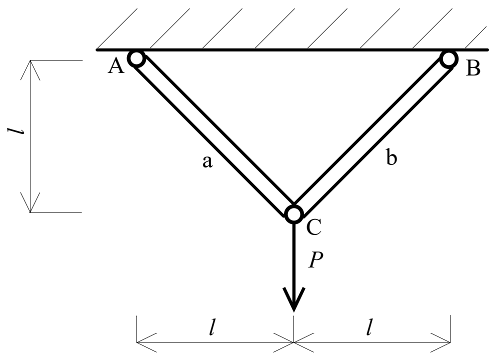


19

3.3 簡単なトラスの問題

例題④

　ピン接合された2つの棒材a、bのC点に、集中荷重Pが鉛直下向きに作用している。ただし、すべての材の断面積はA、ヤング率はEとする。



$$P_a = \frac{P}{\sqrt{2}},\ P_b = \frac{P}{\sqrt{2}}$$

$$\delta_a = \frac{Pl}{AE},\ \delta_b = \frac{Pl}{AE}$$

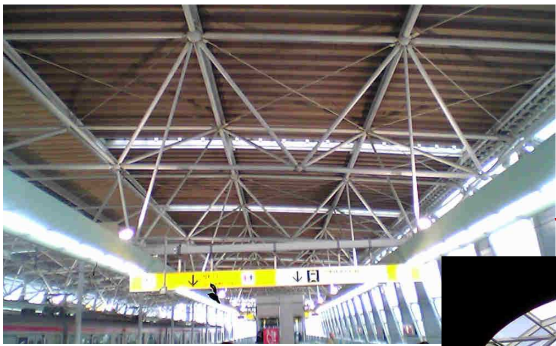
$$u = 0,\ v = \frac{\sqrt{2}Pl}{AE}$$

（下方向）

20

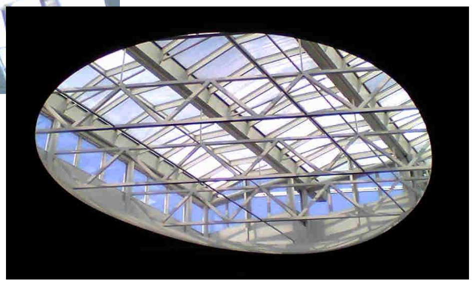
3.3 簡単なトラスの問題

トラスの例



つくばエクスプレス北千住駅

つくば国際会議場（エポカル）



21

3.3 簡単なトラスの問題

トラスの例

東京ゲートブリッジ

利根川橋梁（つくばエクスプレス）

22

3.3 簡単なトラスの問題

トラスの例

東京スカイツリー

エッフェル塔（フランス）

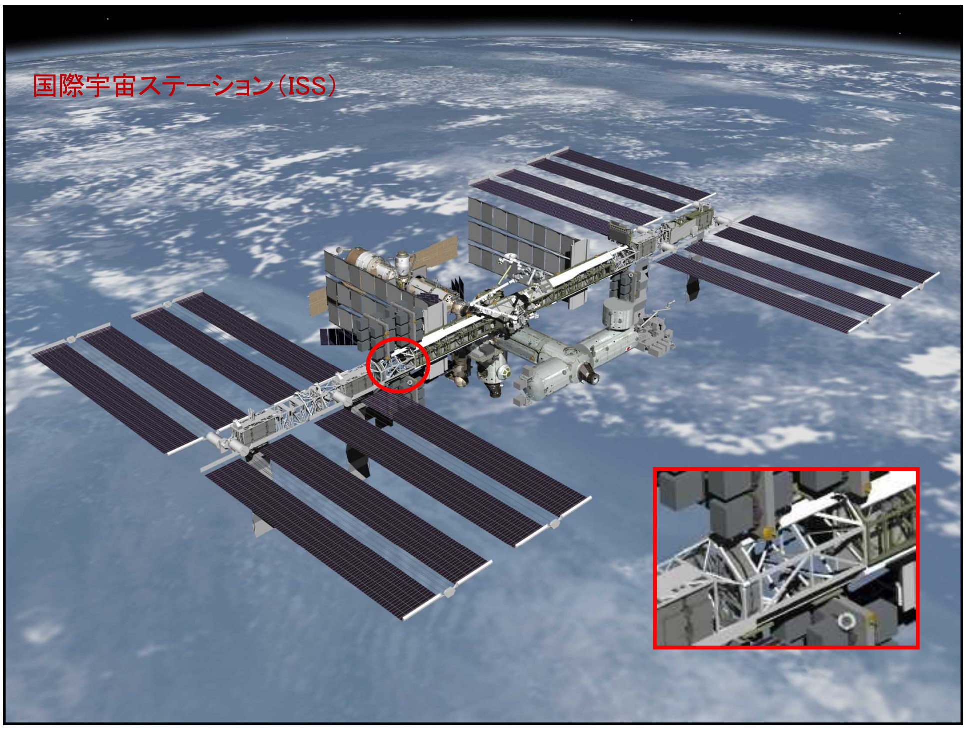
23

3.3 簡単なトラスの問題

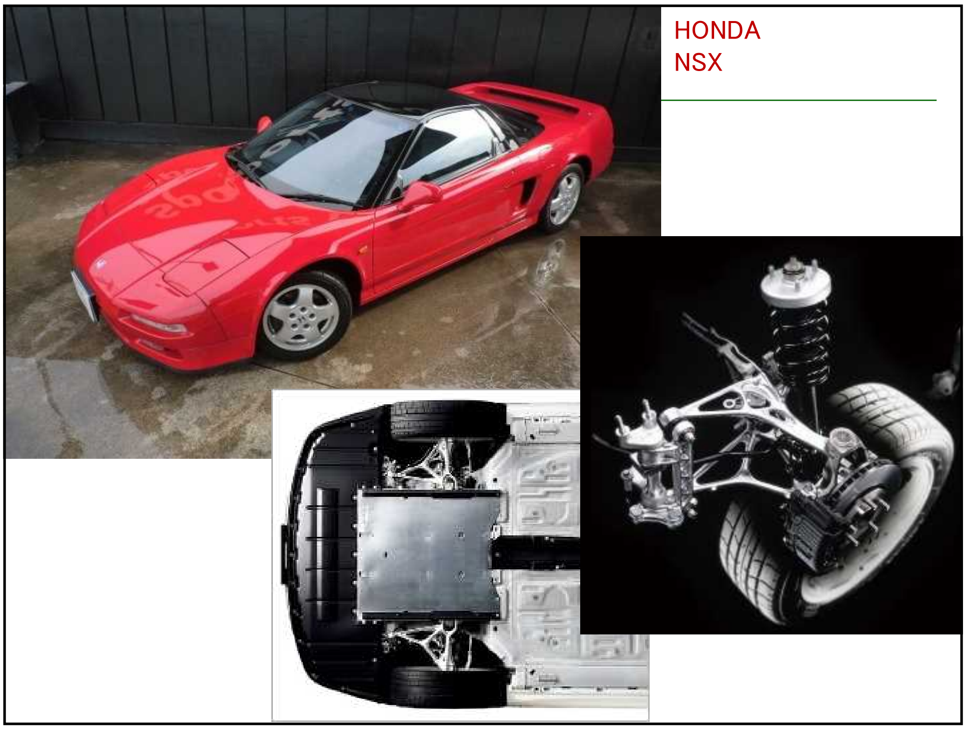
トラスの例

筑波大学校舎の
鉄骨ブレース

24



25



26

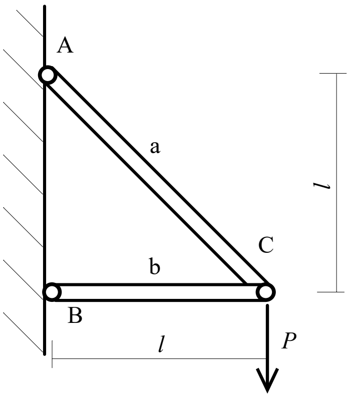
27

3.3 簡単なトラスの問題

05:00

例題⑤

ピン接合された2つの棒材a、bのC点に、集中荷重Pが鉛直下向きに作用している。ただし、すべての材の断面積はA、ヤング率はEとする。

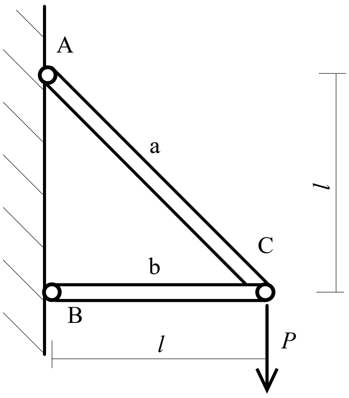


28

3.3 簡単なトラスの問題

例題⑤

ピン接合された2つの棒材a、bのC点に、集中荷重Pが鉛直下向きに作用している。ただし、すべての材の断面積はA、ヤング率はEとする。



$$P_a = \sqrt{2}P, \quad P_b = -P$$

（引張）　（圧縮）

$$\delta_a = \frac{2Pl}{AE}, \quad \delta_b = -\frac{Pl}{AE}$$

（伸び）　（縮み）

$$u = \frac{Pl}{AE}, \quad v = \frac{\left(2\sqrt{2}+1\right)Pl}{AE}$$

（左方向）　（下方向）

29

第3章　おしまい

30