有限要素法を用いたマニピュレータの衝撃解析

○守屋良昭，廣田直也(筑波大院)，磯部大吾郎(筑波大)

Impact analysis of a manipulator using FEM

* Yoshiaki MORIYA, Naoya HIROTA, Graduate School, Univ. of Tsukuba
Daigoro ISOBE, Univ. of Tsukuba

Abstract －In case of a manipulator operating at a high speed, a consideration of the performance of a drive system such as an actuator is very important. However, the shock wave generated in the mechanism also becomes an important problem to prevent the destruction of itself. In this paper, a scheme for analyzing the shock wave generated in a manipulator is developed by using the Finite Element Method (FEM). In order to check the validity of the scheme, some impact analyses are carried out on a simple model. Then the shock wave in a manipulator, which actively deforms its form, is analyzed.

Key Words: Impact Analysis, Finite Element Method, Manipulator

1. はじめに

現在，マニピュレータはその生産性を向上させるため，今まで以上に安定し高速に稼動することが求められている．マニピュレータが高速で稼動する際，内部に発生する応力は増大する．また，高速移動時は接触によって思わぬ反力を衝撃的に受ける．このような応力増大や衝撃力が発生した場合，部品破損や振動による制御の困難を招く可能性がある．

これまでの研究では，マニピュレータやロボットといった能動的に変形する機構を完全剛体として扱うことが多く，それらが受ける衝撃に対し，機構の安全性を考慮した構造設計，姿勢決定，動作計画などについて議論されることは少なかった．今後，機構が動作することで発生する内力分布や，接触によって生じる衝撃力を設計段階で考慮することがますます重要になってくると考えられる．

そこで本研究では，マニピュレータのような能動的に動作する機構に対し，動作や接触を行う際に発生する，変形量や衝撃力を解析する手法を開発した．本手法を用いて，マニピュレータをモデル化し，壁との接触を行う際の衝撃解析を行った．

2. FEMによる解析アルゴリズム

2.1 Shifted Integration法

本研究では, 計算のツールとして有限要素法(FEM)を用いるが，解析を高速化するためにはモデル化の際に要素数の削減が必要とされる．そこで，機構のモデル化に際し，少ない要素数で高精度な解が得られ，構造工学分野の骨組構造解析でその有効性が確認されているShifted Integration法(SI法)[1]を用いた．SI法では，有限要素と剛体・ばねモデルのそれぞれのひずみエネルギ近似式の等価条件を考察することにより，数値積分点の位置と回転・せん断ばねの位置の明確な関係が導出されている．あらかじめ関節が存在する位置が明確ならば，その位置に回転・せん断ばねを表現するように，入力データの段階で数値積分点をシフトする．Fig.1に，線形チモシェンコはり要素と，ヒンジまたは関節が回転ばね・せん断ばねによって陽に表現される剛体・ばねモデル(RBSM)との物理的等価関係を示す．両者の数値積分点位置と回転・せん断ばね位置との関係は以下の式のように表される．

$$s_1 = -r_1 \quad \text{または} \quad r_1 = -s_1 \tag{1}$$

s_1，r_1はそれぞれ数値積分点位置，回転・せん断ばね位置である．いま，1つのリンクを2つのチモシェ

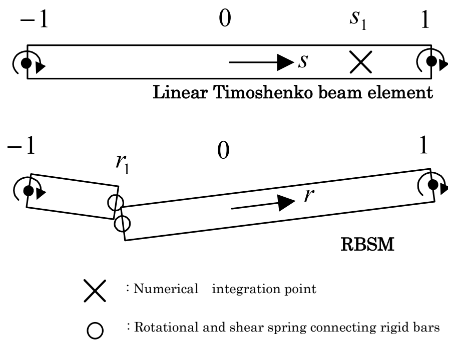


Fig.1 Linear Timoshenko beam element and its physical equivalent

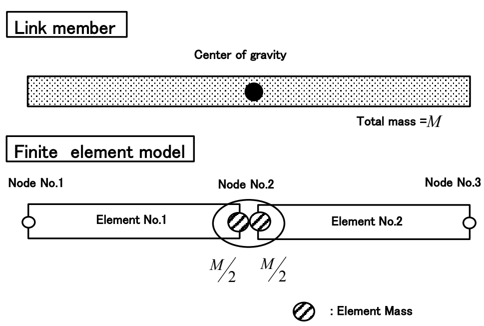


Fig.2 Approximation of mass distribution in a link member

ンコはり要素でモデル化する場合，Fig.2のように，リンクの重心位置で節点1,2を持つ要素1と節点2,3を持つ要素2に分ける．このとき，2つの要素内で応力評価点をガウス積分点に相当する位置に配置することにより，曲げ変形を精度良く算出できる．そこで本研究では，応力評価点に対応する数値積分点の値を式(1)より $s=\mp\left(1-{}^{2\sqrt{3}}\!/_{3}\right)$ とした．また，質量分布はFig.2に示すように，2つの要素によって構成される1本のリンクの全質量 M が重心位置に配置されるようにした．

2.2 運動方程式

仮想仕事の原理により, 時刻 $t=t+\Delta t$ における運動方程式は，系の動作によって発生する慣性力を考慮すると以下のように定式化される．

$$[M]\{\ddot{u}_m\}_{t+\Delta t}+[M]\{\ddot{u}_d\}_{t+\Delta t}+[C]\{\dot{u}_d\}_{t+\Delta t}+[K]\{\Delta u_d\}=\{F\}_{t+\Delta t}-\{R\}_t \tag{2}$$

$$\{u_m\}_{t+\Delta t}=\{u_m\}_t+\{\Delta u_m\} \tag{3}$$

$$\{u_d\}_{t+\Delta t}=\{u_d\}_t+\{\Delta u_d\} \tag{4}$$

ここで，$[M]$は全体質量マトリクス，$\{u_m\}$は系の動作量ベクトル，$\{u_d\}$は要素が変形することによって生じる変形量ベクトル，$[C]$は全体減衰マトリクス，$[K]$は全体剛性マトリクス，$\{F\}$は外力ベクトル，$\{R\}$は内力ベクトルである．また，全体減衰マトリクス$[C]$は比例定数 a , b を用いて以下の式で表す[2]．

$$[C]=a[M]+b[K] \tag{5}$$

2.3 断面力の計算過程

FEMによる動的シミュレーションを行う場合には，解を逐次的に求める必要がある．その手順として，マニピュレータの各節点の移動による位置データを毎ステップ入力し，そこから算出される動作・変形による速度・加速度データを次ステップの解析に逐次的に加算する．これにより，マニピュレータの内力分布の時刻歴解析が可能になる．本研究では，SI法を用いてモデル化したため，少ない要素数で解析が可能であることから，陽解法と陰解法での各増分ステップにおける計算時間の差は大きくならない．また，陽解法では時間増分がCourant条件を満たす小さな値に設定する必要がある．したがって，全体としては陰解法による計算時間の方が短くなると考え，動的問題を計算するための時間積分スキームとして，代表的な陰解法の一つであるNewmarkの β 法を用いることにした．

Newmarkの β 法では, 時刻 t における変位量ベクトル $\{u\}_t$，速度ベクトル $\{\dot{u}\}_t$，加速度ベクトル $\{\ddot{u}\}_t$ を既知とする．時刻 $t+\Delta t$ において加速度ベクトル $\{\ddot{u}\}_{t+\Delta t}$ が求められたとき，変位量ベクトル $\{u\}_{t+\Delta t}$，速度ベクトル $\{\dot{u}\}_{t+\Delta t}$ を式(6)，式(7)のように求める．

$$\{u\}_{t+\Delta t}=\{u\}_t+\{u\}_t\Delta t+\left(\left(\frac{1}{2}-\beta\right)\{\ddot{u}\}_t+\beta\{\ddot{u}\}_{t+\Delta t}\right)\Delta t^2 \tag{6}$$

$$\{\dot{u}\}_{t+\Delta t}=\{\dot{u}\}_t+\frac{1}{2}\left(\{\ddot{u}\}_t+\{\ddot{u}\}_{t+\Delta t}\right)\Delta t \tag{7}$$

式(3), 式(4), 式(6), 式(7)より, 動作量に対する速度, 加速度ベクトル $\{\dot{u}_m\}_{t+\Delta t}$, $\{\ddot{u}_m\}_{t+\Delta t}$ および変形量に対する速度, 加速度ベクトル $\{\dot{u}_d\}_{t+\Delta t}$, $\{\ddot{u}_d\}_{t+\Delta t}$ について次式が得られる．

$$\{\dot{u}_m\}_{t+\Delta t}=\frac{1}{\beta\Delta t^2}\{\Delta u_m\}-\frac{1}{\beta\Delta t}\{\dot{u}_m\}_t-\left(\frac{1}{2\beta}-1\right)\{\ddot{u}_m\}_t \tag{8}$$

$$\{\ddot{u}_m\}_{t+\Delta t}=\frac{1}{2\beta\Delta t}\{\Delta u_m\}-\left(\frac{1}{2\beta}-1\right)\{\dot{u}_m\}_t-\left(\frac{1-4\beta}{4\beta}\right)\{\ddot{u}_m\}_t\Delta t \tag{9}$$

$$\{\dot{u}_d\}_{t+\Delta t}=\frac{1}{\beta\Delta t^2}\{\Delta u_d\}-\frac{1}{\beta\Delta t}\{\dot{u}_d\}_t-\left(\frac{1}{2\beta}-1\right)\{\ddot{u}_d\}_t \tag{10}$$

$$\{\ddot{u}_d\}_{t+\Delta t}=\frac{1}{2\beta\Delta t}\{\Delta u_d\}-\left(\frac{1}{2\beta}-1\right)\{\dot{u}_d\}_t-\left(\frac{1-4\beta}{4\beta}\right)\{\ddot{u}_d\}_t\Delta t \tag{11}$$

式(9)，式(10)，式(11)を式(2)に代入すると，運動方程式は次式のようになる．

$$\begin{aligned}&\left([K]+\frac{1}{\beta\Delta t^2}[M]+\frac{1}{2\beta\Delta t}[C]\right)\{\Delta u_d\}=\{F\}_{t+\Delta t}-\{R\}_t+[M]\left(\frac{1}{\beta\Delta t}\{\dot{u}_d\}_t+\left(\frac{1}{2\beta}-1\right)\{\ddot{u}_d\}_t\right)\\&-[M]\left(\frac{1}{\beta\Delta t^2}\{\Delta u_m\}-\frac{1}{\beta\Delta t}\{\dot{u}_m\}_t-\left(\frac{1}{2\beta}-1\right)\{\ddot{u}_m\}_t\right)+[C]\left(\left(\frac{1}{2\beta}-1\right)\{\dot{u}_d\}_t+\left(\frac{1-4\beta}{4\beta}\right)\{\ddot{u}_d\}_t\Delta t\right)\end{aligned} \tag{12}$$

式(12)を$\{\Delta u_d\}$について解き，累積することにより変形量ベクトル $\{u_d\}_{t+\Delta t}$ を求める．また，入力データから動作量ベクトル $\{u_m\}_{t+\Delta t}$ は既知である. 次に $\{u_d\}_{t+\Delta t}$, $\{u_m\}_{t+\Delta t}$ を式(8)，式(9)，式(10)，式(11)に代入し，加速度ベクトル $\{\ddot{u}_d\}_{t+\Delta t}$, $\{\ddot{u}_m\}_{t+\Delta t}$ および速度ベクトル $\{\dot{u}_d\}_{t+\Delta t}$, $\{\dot{u}_m\}_{t+\Delta t}$ を求める．さらに，式(12)で求まった変形量ベクトル $\{u_d\}_{t+\Delta t}$ を要素座標系の情報へ変換し，まとめて $\{\delta\}_{t+\Delta t}$ とおくと断面力 $\{\sigma\}_{t+\Delta t}$ は

$$\{\sigma\}_{t+\Delta t}=[D][B]\{\delta\}_{t+\Delta t} \tag{13}$$

によって求められる．式(13)で$[D]$はひずみ変位マトリクス，$[B]$は応力ひずみマトリクスである．以上のような手順より，マニピュレータ内に発生する衝撃力の解析を行う．

3. アルゴリズム検証

3.1 準静的な外力作用下の内力解析

最初に本解析手法の有効性を示すために，Fig.3のように2リンク機構のマニピュレータを加速円運動させた時に生じる軸力を解析する．本解析に用いたマニピュレータの材質はアルミニウムを想定し，そのリンク部材の詳細をTable.1に示す．マニピュレータをモデル化する際，1リンク当り2つのはり要素で分割・モデル化し，リンクの重心位置に1リンク分の全質量M を配置した．また，時間増分Δt は0.01[ms]とし，動作による速度・加速度データを直接入力した．解析の結果，Fig.4(a), (b)に示すように，軌道より求まる遠心力とFEMで求めた軸力が完全に一致することがわかった．このことから準静的な外力に対し，内力分布の妥当な解を算出することが確認できた．

3.2 撃力作用下の内力解析

次に，Fig.5のように2リンクマニピュレータを直線状に伸ばした状態で，先端部に軸に対して内向きに10.0 [N]のステップ荷重を与えた．減衰を考慮するため，式(5)の比例定数の値を$a = 2.0\times10^2$，$b = 0.0$ とした．解析では時間増分Δt を 0.01[ms]とした．Fig.6(a)は，このときに根元要素に発生する軸力の波形である．Fig.6(b)は載荷直後の波形を拡大したものである．ここで，理論的な縦振動周期T は次式となる．

$$T = 8L\sqrt{\frac{\rho}{E}} \tag{14}$$

式(14)より，このマニピュレータの理論的な縦振動周期は$T = 3.22\times10^{-4}$ [s]と計算される．ただしρ は部材密度，E はヤング率を表す．Fig.6(b)より，解析された波形は周期3.3×10^{-4}[s]を持ち，理論値に近い値をとっていることが分かる．このことから，撃力に対しても妥当な固有周期をもつ振動が算出できることが確認できた．

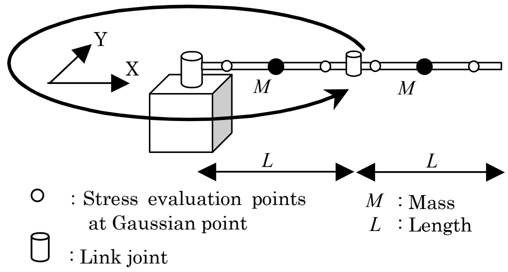
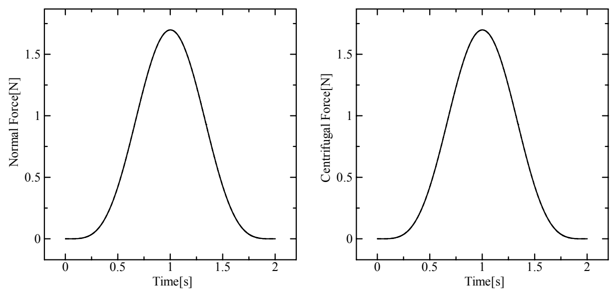


Fig.3 Finite element analysis of a rotating manipulator

Table.1 Parameter of a link member

Parameter	Value
Length: L[m]	0.40
Sectional area: A[m^2]	1.92×10^{-4}
Mass: M[kg]	0.108
Young's modulus: E[N/m^2]	6.90×10^{10}
Moment of inertia:I[m^4]	1.64×10^{-8}



(a) Normal force by FEM　　(b) Centrifugal force

Fig.4 Time histories of normal force obtained by FEM and centrifugal force

4. マニピュレータの衝撃解析

4.1 解析モデル

本アルゴリズムを用い，Fig.7のような2リンクマニピュレータが水平面内で壁と接触をする際に発生する衝撃力の解析を行った．マニピュレータの目標軌道は，Fig.7において，初期位置から①の動作をした後に一定時間静止し，その後②の動作をして再び初期位置に戻ってくるという軌道である．今回の解析では，時間増分Δt を0.01[ms]，全体の動作時間を2.5[s]とし，①の軌道で1.0[s]，静止時間が0.5[s]，②の軌道を1.0[s]という時間で目標軌道上を動作する．部材の詳細はTable.1に示す．また，運動量の変化が全て力積に変わるものと仮定し，その力積が部材に加えられる時間をΔt_fとした．本解析では動作による速度・加速度データを直接入力した．

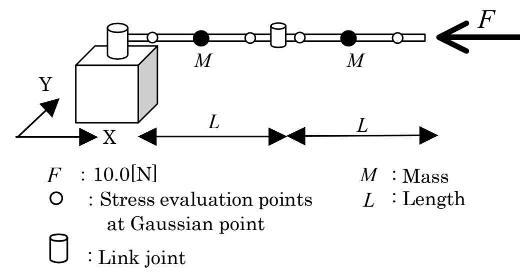
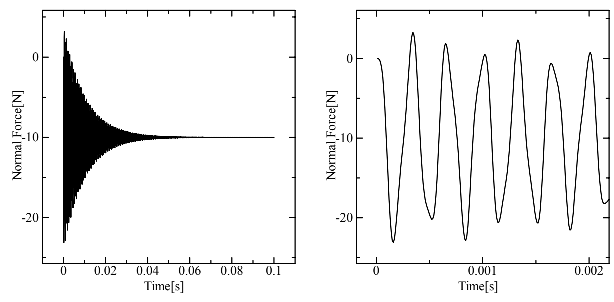


Fig.5 Finite element analysis of a manipulator under step load



(a) Entire process　　(b) Enlargement

Fig.6 Time histories of normal force

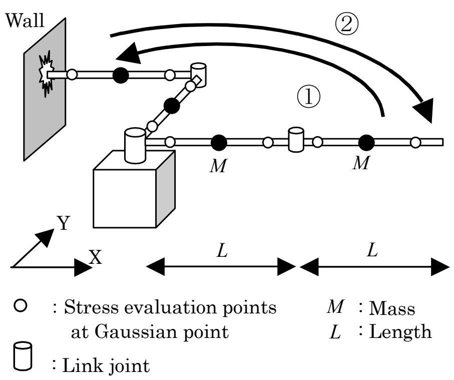
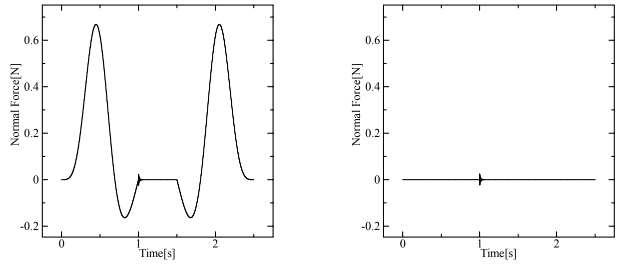
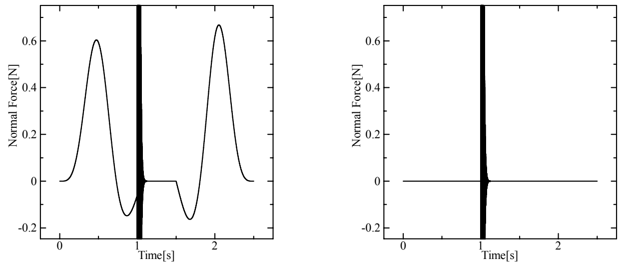


Fig.7 Finite element analysis of a manipulator in contact with a wall



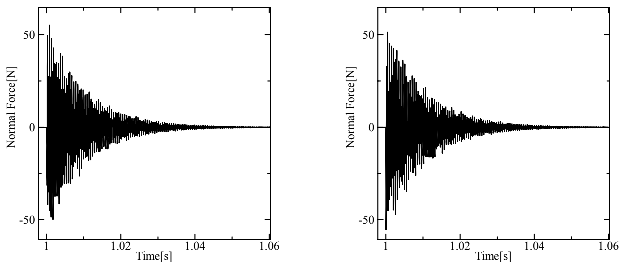
(a) Base element (b) Tip element

Fig.8 Time histories of normal force (Vx≒0.0[m/s])



(a) Base element (b) Tip element

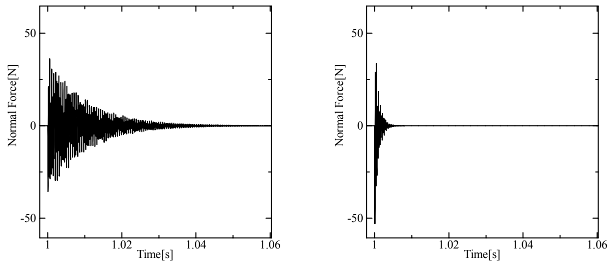
Fig.9 Time histories of normal force (Vx=-0.015[m/s])



(a) Base element (b) Tip element

Fig.10 General outline of the shock wave

(a =200, Δt_f =0.01[ms]) (Vx=-0.015[m/s])



(a) a =200, Δt_f =0.1[ms] (b) a =2000, Δt_f =0.01[ms]

Fig.11 Time histories of normal force in tip element (Vx=-0.015[m/s])

4.2　接触時の衝撃解析

初めに，壁との接触時に完全静止する目標軌道で，a =200，b =0,Δt_f=0.01[ms]として解析を行った．その結果をFig.8に示す．なお，Vxは接触直前のマニピュレータ先端のX軸方向における速度である．Fig.8を見ると，①や②の動作の際には遠心力などによって部材に内力が発生していることが分かる．また，接触時にはほとんど速度を持たないため，大きな衝撃力は発生していないことが確認できる．

次に，壁との接触時に速度(Vx=-0.015[m/s])を持つ目標軌道で解析を行った．その結果をFig.9に示す．Fig.8の場合と比較すると，小さな速度で接触しているにも関わらず大きな衝撃力が発生していることが分かる．衝撃波形全体図をFig.10に示す．Fig.10をみると，根元の要素，先端の要素ともに同様な衝撃力が発生していることが分かる．

最後に，減衰マトリクスの定数aと力積を与える時間長さΔt_fの条件をそれぞれ変えた場合の，先端要素に発生する衝撃力の解析結果を示す．Δt_f =0.1[ms]とした解析結果をFig.11(a), Δt_f は変化させず減衰定数をa =2000とした解析結果をFig.11(b)に示す．Δt_fを大きくしたFig.11(a)の場合は，Fig.10(b)と比べて緩やかに力が与えられるために，発生する衝撃力のピーク値が小さくなっている．また，減衰定数を大きくしたFig.11(b)の場合には，Fig.10(b)と比べてピーク値の値は同じたが，より早く振動が減衰していることがわかる．今後，これらの値を実機での実験により決めていく必要があると考えられる．

5. まとめ

本研究で開発した手法により，動作時のマニピュレータ内に発生する衝撃力の解析が可能であることが確認できた．今後の課題として，高速化のため解析アルゴリズムのさらなる検証を行う必要がある．また，実機に発生する振動を，AEセンサなどによって計測し，本解析アルゴリズムで求められた波形との比較・検討を行っていく予定である．

参考文献

1) 都井 裕, 骨組構造および回転対称シェル構造の有限要素解析における Shifted Integration 法について, 日本造船学会論文集, 第 168 号, (1991), p.369-377.
2) 鷲津 久一郎 他, 有限要素法ハンドブック　I 基礎編, 培風館, p.133-134