

# 並列的逆動力学計算法によるリンク機構の フィードフォワード制御

磯部大吾郎(筑波大), 今泉 大作, 筑後 陽一, 佐藤 俊介(筑波大院)

## FF Control of Link Mechanisms by Parallel Solution Scheme of Inverse Dynamics

\*Daigoro ISOBE, Univ. of Tsukuba, Daisaku IMAIZUMI,

Youichi CHIKUGO and Shunsuke SATO, Graduate School, Univ. of Tsukuba

**Abstract** - This paper describes a three-dimensional solution scheme for inverse dynamics of link mechanisms, which has already been proposed for the two-dimensional case and applied in several in-plane motions. This scheme uses the inverse solution algorithm of the Finite Element Method (FEM), in which information of the entire system can be handled in parallel. A simple numerical test on a three-dimensional open-loop link mechanism is carried out for comparison with other scheme. The proposed scheme is evaluated by actually implementing in a feed-forward control system, and by carrying out some control experiments. The obtained results reveal the possibility of using the proposed solution scheme in feed-forward control, independent of the system configuration of link mechanisms.

**Key Words** Feed-forward Control, Link Mechanisms, Inverse Dynamics, Parallel Solution Scheme, Finite Element Method

### 1. はじめに

リンク系の動力学方程式は, 一般的にはニュートン・オイラー法やラグランジュ法などにより導出される. この際, 開ループ系の場合には厳密な方程式が簡単に導出されるが, 系内に閉ループ系が形成された途端にその導出は困難となり, 様々な工夫が必要となる. これは, リンク系の動力学方程式が相対的な回転座標系に基づいており, そのため系が閉じた瞬間にリンク間の情報のやり取りができなくなるからである. 一方, 歩行ロボットなどの動作が速くなるにつれ, 開・閉ループ系が交互に発生するシステムで逆動力学をフィードフォワード的に考慮した制御が必要となることが予想される. しかしこの場合には, 制御の安定性を維持するために, 動力学方程式(またはアルゴリズム)の切換えを極力無くすることが重要となる.

筆者の一人は, リンク機構の形態に依らない統一的な逆動力学計算法を開発することを目的とし, 有限要素法(FEM)を用いた並列的な解法を提案した[1]. ニュートン・オイラー法が再帰的な処理によって動力学方程式を求める直列的なアプローチを取るのに対し, 本解法は, 要素座標系における個々の要素の離散情報を全体座標系の情報に変換してから重ね合わせる, いわゆる並列的なアプローチを取る. そのため, 各節点に作用する力(節点力)が並列的に求められ, このうち必要な情報を抽出し関節トルクに変換することにより, 機構形態に依らずに逆動力学が計算される. 文献[1]では本解法の2次元理論を

展開し, 面内運動の例について述べた. 本報告では, これを3次元に拡張したものについて解説する. また, 通常は逆動力学が厳密な動力学方程式に基づいて算出されるのに対し, 本解法では増分的な節点力情報に基づいて逐次的にトルク値が求められるため, これを制御系へ組込む際の動作を確認する必要がある. そこで, 本解法を実際にフィードフォワード制御系に組み込み, 簡単な閉リンク機構に対する制御実験でその有効性を確認した.

### 2. 3次元並列的逆動力学計算法

図1に3次元 $n$ リンク機構内の $i$ 番目のリンクに作用する力(全体座標系)を示す. $i$ 番目のリンクには, その重心に作用する並進力に起因する回転モーメント, 先の関節に作用する $i+1 \sim n$ リンクの並進力の合力に起因する回転モーメント, および重心回りに作用する慣性モーメントが生じる. したがって, 例えば $i$ 番目のリンクの $x$ 軸回りの関節トルク $\tau_{ix}$ は, これらの和に $i+1$ 番目のリンクの $x$ 軸回りの関節トルク $\tau_{(i+1)x}$ を加算したものとなり, 要素座標系の節点力を用いると

$$\tau_{ix} = l_i C F_{iy} + l_i \left( \sum_{j=i+1}^n F_j \right)_y + F_{i\phi x} + \tau_{(i+1)x} \quad (1)$$

と与えられる. ここで,  $l_i$ は関節から重心位置までの距離,  $l_i$ はリンクの長さ,  $(\sum F_j)$ は合力を示す. 以後, 変数右下の添字 $i, j$ などは対象とするリンクの番号,  $h, k$ は節点番号を示し,  $C$ は重心位置での成分,

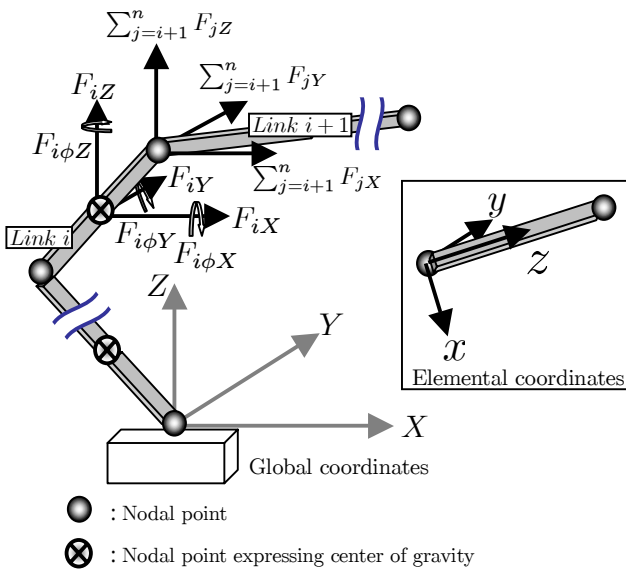


図1 3次元nリンク機構に作用する節点力

$x, y, z$  は要素座標系の各軸方向成分， $X, Y, Z$  は全体座標系の各軸方向成分， $\alpha, \dots$ などは  $x$  軸回りの角度成分などであることを示す．また，変数右上の添字  $n$  は対象とする機構の総リンク数を示す．

式(1)と同様に  $y, z$  軸回りの式を記述し， $i=1, \dots, n$  について並べマトリックス形式で整理すると，2次元の場合[1]と同様に関節トルクベクトルは

$$\{\tau^n\} = [L^n][T^n]\{P^n\} \quad (2)$$

と表現できる．3次元  $n$  リンク機構の場合， $\{P^n\}$  は次のように定義される  $9n \times 1$  の節点力に関するベクトル（全体座標系）である．

$$\{P^n\} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ただし，

$$\{P_i\} = \begin{Bmatrix} F_{iX} \\ F_{iY} \\ F_{iZ} \\ \sum_{j=i+1}^n F_{jX} \\ \sum_{j=i+1}^n F_{jY} \\ \sum_{j=i+1}^n F_{jZ} \\ F_{i\phi X} \\ F_{i\phi Y} \\ F_{i\phi Z} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

である．また， $[T^n]$  は，全体座標系から要素座標系への座標変換マトリックスがリンク数分だけ並んだ  $9n \times 9n$  のマトリックスである．さらに， $[L^n]$  は以下のように表される  $n \times 9n$  の部材長マトリックスである．

$$[L^n] = [T_\Lambda^n][\Lambda^n] \quad (5)$$

ここで， $[T_\Lambda^n]$  は各要素座標系間の変換マトリックス， $[\Lambda^n]$  は

$$[\Lambda^n] = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & & & & & & & & & & \\ & \Lambda_2 & & & & & & & & & \\ & & \Lambda_3 & & & & & & & & \\ & & & \ddots & & & & & & & \\ & & & & \ddots & & & & & & \\ 0 & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \Lambda_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

と表現されるマトリックスである．ここで，

$$[\Lambda_i] = \begin{bmatrix} 0 & l_{iC} & 0 & 0 & l_i & 0 & 1 & 0 & 0 \\ l_{iC} & 0 & 0 & l_i & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

である．要素座標系に変換された節点力に関するベクトル  $[T^n]\{P^n\}$  が上記の部材長マトリックスと掛けられることにより，対象とするリンクより先の節点力情報が加算される．2次元の場合と同様に，部材長マトリックスを次式のように複数の領域に分けることにより，受動関節の位置，および各能動関節が受け持つトルク配分を操作可能となる．

$$[L^n] = \begin{bmatrix} L^a & 0 \\ 0 & L^b \end{bmatrix} \quad (8)$$

上式は 閉リンク系を  $a$  本と  $b$  本のリンクに分け ( $a+b=n$ )，その連結部に受動関節がある場合の部材長マトリックスである．開・閉リンク系を扱う場合の相違点はこの点のみであり，しかもこの切換えは，拘束条件を変更するだけで自動的に対処される．

次に，リンク  $i$  に生じる節点力増分に関するベクトル  $\{\Delta p_k\}$  を以下のように定義する．

$$\{\Delta p_k\} = \begin{Bmatrix} \Delta f_{kX} \\ \Delta f_{kY} \\ \Delta f_{kZ} \\ \sum_{h=k+1}^{2n+1} \Delta f_{hX} \\ \sum_{h=k+1}^{2n+1} \Delta f_{hY} \\ \sum_{h=k+1}^{2n+1} \Delta f_{hZ} \\ \Delta f_{k\phi X} \\ \Delta f_{k\phi Y} \\ \Delta f_{k\phi Z} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

このベクトルを用いると，時刻  $t+\Delta t$  における  $i$  番目のリンクの節点力に関するベクトルは，以下のよう

$$\{P_i\}_{t+\Delta t} = \{P_i\}_t + \{\Delta p_k\}, \quad (k=2i) \quad (10)$$

節点力増分に関するベクトル  $\{\Delta p_k\}$  の各成分はそれ

それ、節点  $k$  の全体座標系 3 軸方向並進力増分、 $k+1 \sim 2n+1$  番目の節点までの全体座標系 3 軸方向並進力増分の和、節点  $k$  の全体座標系 3 軸回りのモーメント増分となっている。式(10)によって逐次的に求められたベクトル  $\{P^n\}$  を式(2)に代入することにより、 $n$  個の関節トルクの逐次的な値が並列的に計算される。

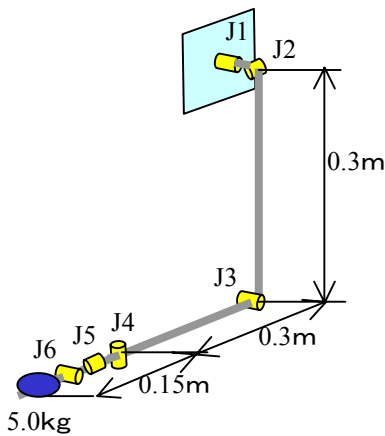
### 3. 数値例

3次元運動が連成する例として、図2(a)に示すような4リンク6自由度の腕型マニピュレータに対し、5.0 [kg]の物体を図2(b)のように運搬するタスクを与えた。このときの通常の動力学方程式によるトルク曲線[2]を図2(c)に、本解法によって算出したトルク曲線を図2(d)に示す。目標軌道を厳密な直線軌道にできず、入力データの段階で両者の間に多少の誤差があったにもかかわらず、良好な一致が得られた。DellのDimension XPS T600 (CPU: Intel Pentium III 600 [MHz], RAM: 383 [MB])上で実行した場合の計算時間は、解析対象時間3.0 [s]に対して0.22 [s]であった。以上の結果から、3次元運動が連成する場合についても本解法は有効であることが確認された。

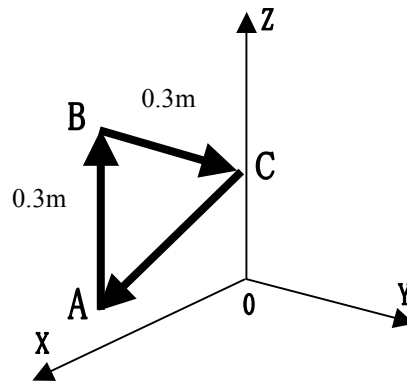
### 4. フィードフォワード制御実験

従来の逆動力学計算では、動力学方程式に変位、速度、加速度を入力してその時刻のトルクを直接的に求める。一方、FEMを用いた逆動力学計算では、まず時々刻々の節点力増分を算出し、それを足し合わせて逐次的に節点力を求め、トルク値に換算する。また、前者では各リンクにおける相対回転座標系を用いるのに対し、後者では絶対直交座標系を用いる。このように、解の算出方法や扱う座標系などが従来の方法とは異なるため、本解法を使用する場合には、実際に制御を行う際に重要となるフィードバックの導入や、解の算出時間などについて検討を行う必要がある。そこで本研究では、PID フィードバック制御とFEM逆動力学計算によるフィードフォワード制御とを組み合わせた制御系を構築し、簡単な閉リンク機構に対する軌道追従制御の確認実験を行った。

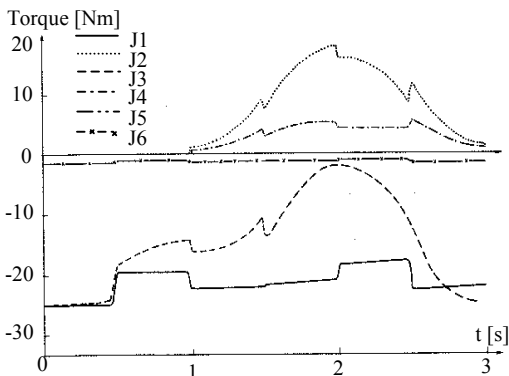
構築した制御系では、PC上で直交座標系に基づく目標軌道が入力された後、本解法により逆動力学計算が行われ、逐次的に全関節のトルク値  $i.d.$  が算出される。その際には、サンプリング周期ごとにその時間分の計算が増分的に行われ、計算終了後に各関節のトルク値が出力される。本実験の場合にはサン



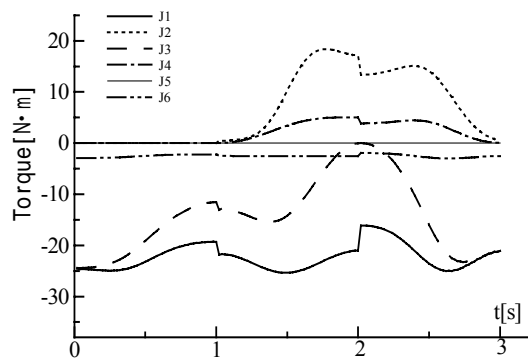
(a) アームの初期形態



(b) 物体の目標軌道



(c) トルク曲線 [2]



(d) FEMにより算出されたトルク曲線

図2 6自由度ロボットアームのトルク曲線の算出

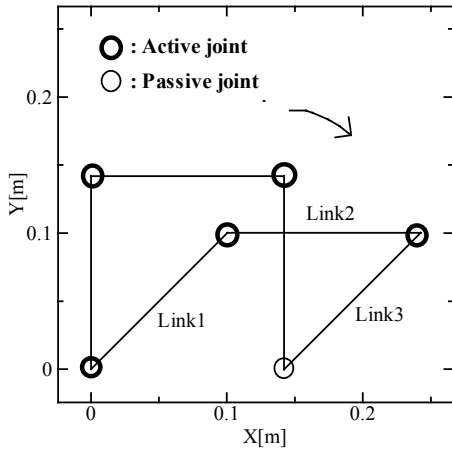


図3 閉リンク機構の目標軌道

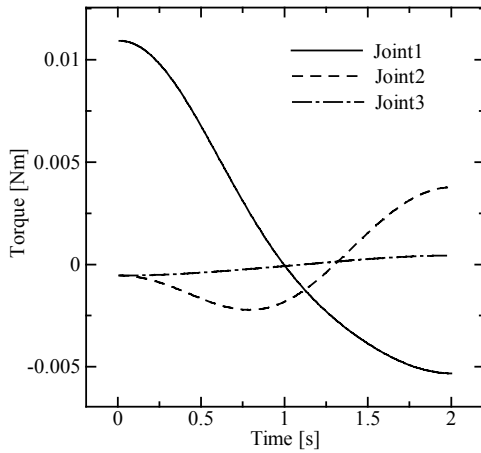


図4 トルク曲線

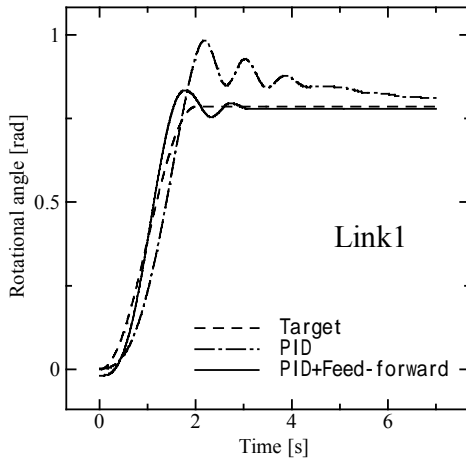


図5 リンク1の制御結果

プリング周期を 10 [ms]としたが、この時間分のトルク値は約 0.5 [ms]で算出されることを確認した。次に、モータに発生する摩擦力の影響やフィードバック値などを加え、最終的な制御トルクとする。

フィードバック値は、前ステップの直交座標系における目標角度を要素座標系に座標変換した値と、計測された角度情報により次式のように求めた。

$$\tau_{feedback} = K_u(q_d - q) + K_i \cdot \Sigma(q_d - q) + K_v(\dot{q}_d - \dot{q}) \quad (11)$$

ここで、 $q_d, \dot{q}_d$ はモータの目標角度および目標角速度、 $q, \dot{q}$ はエンコーダより取得した実際の角度および角速度、 $K_u, K_i, K_v$ はそれぞれ角度、角度の積分値、角速度に対するゲインである。

制御対象は、図3に示すような簡単な平面3リンク機構である。モータには maxon 社製コアレスモータ(品番: 148877)を使用し、逆動力学的影響を大きくするためギア比を 1:1 とした。リンク3の先端部を固定台にピン支持し、水平面内を閉リンク機構として駆動した。リンク部材はジュラルミン製で、その長さは 0.142 [m]、断面幅は 4.0 [cm]、厚みは 0.6 [cm]、1本当りの質量は 0.104 [kg]である。また、モータ単体の質量は 0.534 [kg]である。

図3に閉リンク機構の目標軌道(動作時間: 2.0 [s])、図4に本解法により算出された時々刻々のトルク値  $\tau$ 、図5に例としてリンク1の制御結果を示す。単純な軌道とはいえ、PID制御のみの場合に比べ、逆動力学的考慮が軌道追従性に対し有効に作用していることが分かる。

以上の実験結果から、増分的に逐次解を得る本解法の特徴は、実際に逆力学による軌道追従制御に適用した場合にも、不利に働かないことが確認された。また、通常は逆力学の計算が困難な閉リンク機構の場合にも、適切な逆力学が計算され、その導入によるフィードフォワード制御が可能となることが実証された。

## 5. 結論

本研究で開発中の逆力学計算法は、並列的解法であるという優位性を持つものの、直交座標系に基づき増分的に逐次解を得るという、従来の解法とは全く異なる計算過程を経る。そこで本報告では、FEMによる解法を3次元に拡張し、実際に制御系に組み込むことによりその実用性を確認した。また、簡単な閉リンク機構の制御に適用することにより、その機構形態に依存しない柔軟性を確認した。今後は、受動関節が複数となる閉リンク系や、開・閉リンク混在系などに対して検討を行う予定である。

## 参考文献

- 磯部大吾郎: 機構形態に依存しない逆力学計算法, 第19回日本ロボット学会学術講演会論文集, pp. 895-896, (2001) .
- Vukobratovic, M. and Potkonjak, V.: Dynamics of manipulation robots : theory and application, pp.181-192, Springer-Verlag, (1982).