

# 有限要素法を用いた閉リンク機構の逆動力学計算 (系内のエネルギー消費量の検証)

## Calculating Inverse Dynamics for Closed-Loop Link Mechanisms by Using FEM (Verification of Energy Consumption Level in the System)

八木 淳 (筑波大院)      正 磯部 大吾郎 (筑波大)

In this report, a scheme using Finite Element Method (FEM) based on the Shifted Integration technique is applied to the calculation of inverse dynamics for closed-loop link mechanisms. In this scheme, the entire system is subdivided into discrete elements and evaluated as a continuum. A single link structure of a pin joint and a rigid bar is expressed by using the Shifted Integration technique. It calculates nodal forces by evaluating equations of motion in a matrix form, and thus information in the entire system can be handled in parallel. The obtained nodal forces are then converted to joint torque in the system. Therefore, various parameters such as the binding condition, position of a passive joint and the torque distribution ratio, can be easily changed. Some simple numerical tests are carried out to a closed-loop link mechanism, and the energy consumption levels are compared and examined.

**Keywords:** Closed-Loop Link Mechanism, Inverse Dynamics, Finite Element Method, Energy Consumption Level

### 1. はじめに

リンク機構の一般的な動力学方程式は、相対回転座標系に基づいているため各変数が相互に依存し合い、自由度数の多いリンク系や閉リンク系などではその導出が困難となる。一方、一種の並列解法である有限要素法を用いた逆動力学計算法[1]では、リンク系全体を有限要素に離散化し、要素座標系における各要素の情報を直交座標系に基づく全体座標系の情報に変換・重畳し、節点力情報をマトリックス形式により算出する。そのため、動力学方程式に相当する部分のアルゴリズムを変えることなく、入力値の変更のみでリンク系の物理的条件的変化に対応することが可能となり、系の拘束条件のみならず、例えば閉リンク機構内の受動関節位置やトルク配分比の変更などが容易に行える、といった特徴がある。

また、動作の高速化を目指すロボット等においては、バッテリーの容量や発熱の問題から、エネルギー消費量を抑える必要性が生じる。今後のロボットの発展には無視できない問題となることが考えられ、例えばその解決方法の一つとして、エネルギー消費量を抑えるための最適な目標軌道を求めようとするもの[2]などがある。そこで本報告では、有限要素法による逆動力学計算法を閉リンク機構に適用し、その受動関節位置やトルク配分比を変更することによるエネルギー消費量の推移について比較・検討を行った。さらに、本計算法が機構形態の変化に対しても柔軟に対応可能であることを確認した。

### 2. 有限要素法による逆動力学計算

リンク機構のモデル化には、本来は骨組構造の有限要素解析に用いられる Shifted Integration 法(SI 法)[3]を適用した。1リンクに対して、重心部分で2つの有限要素(線形要素は1要素)に分割し、それぞれの数値積分点を重心部分に移動させることにより、リンクの部材両端にピン関節を、重心部分に質量が集中していることを表現した[1]。このように、1本のリンクを2つの有限要素のみで表現できるため、有限要素法を利用する上で大きな欠点となっていた計算時間の大幅な短縮化が可能となった。

仮想仕事の原理より導出された時刻  $t + \Delta t$  における増分型の運動方程式に Newmark の法 ( $\beta = 1/4$ ) を適用し、さらに剛体リンク系を取り扱うために減衰マトリックスと剛性マトリックスを無視すると、節点力増分を求める次のような式が導出される。

$$\{\Delta f\}_t = \{R\}_t - \{F\}_t + [M] \left( \frac{1}{\beta \Delta t^2} \{\Delta u\}_t - \frac{1}{\beta \Delta t} \{\dot{u}\}_t + \left( \frac{1}{2\beta} - 1 \right) \{\ddot{u}\}_t \right) \quad (1)$$

ここで、 $\{\Delta f\}_t$  は節点力増分ベクトル、 $\{R\}_t$  は内力ベクトル、 $\{F\}_t$  は外力ベクトル、 $[M]$  は全体質量マトリックス、 $\{\Delta u\}_t$  は変位増分ベクトル、 $\{\dot{u}\}_t$  は速度ベクトル、 $\{\ddot{u}\}_t$  は加速度ベクトルである。右下添え字  $t$  は、それぞれ時刻  $t$  での値であることを示す。入力値が全体座標系の変位、速度、加速度であるため、上式で算出される節点力増分は全体座標系のもとなる。これを逐次足し合わせ、時刻  $t + \Delta t$  における節点力を求める。

次に、求められた節点力を用いて関節トルクを算出する式を、全体座標系のマトリックス形式で表したものが次式である。

$$\{\tau^n\} = [L^n] [T^n] \{P^n\} \quad (2)$$

ここで、 $\{\tau^n\}$  は関節トルクベクトル、 $[L^n]$  は部材長マトリックス、 $[T^n]$  は座標変換マトリックス、 $\{P^n\}$  は節点力に関するベクトルである。また、右上添え字  $n$  は対象とする機構の総リンク数を示す。全体座標系で表された節点力ベクトルに、座標変換マトリックスをかけることにより要素座標系に変換し、さらに部材長マトリックスをかけることにより関節トルクを算出する。また、部材長マトリックスを次式のように複数の領域に分け、受動関節位置を操作する。

$$[L^n] = \begin{bmatrix} L^a & 0 \\ 0 & L^b \end{bmatrix} \quad (a + b = n) \quad (3)$$

上式は、閉リンク機構を  $a$  本と  $b$  本のリンクに分け ( $a + b = n$ )、その連結部分に受動関節がある場合の部材長マトリックスである。このように、(1) 式によって逐次的に算出された節点力増分を使って、(2) 式でトルクの次元に変換することにより、機構内の  $n$  個の関節トルクを並列的に求めることが可能となる。

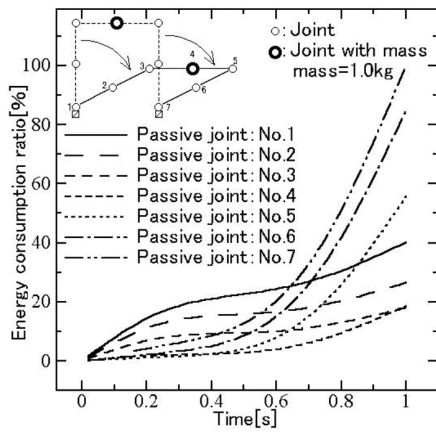


Fig.1 Transition of energy consumption ratio

### 3. エネルギー消費量の検証

閉リンク機構の受動関節位置を変化させた場合の、エネルギー消費量の推移について考察を行った。モデルは、6つの能動関節と1つの受動関節を持つ、リンク部材長が0.5mの閉リンク機構である。Fig.1に示すようにJoint 4に質点1.0kgを配し、鉛直面内で運動させた。受動関節位置をそれぞれJoint 1,2,...,7に設定した場合のエネルギー消費量の推移を同図に示す。ただし、受動関節をJoint 7に配置した場合のエネルギー消費量を100%として比較を行っている。エネルギー消費量は、次式から求められた各ステップにおける消費エネルギーの累積値とした。

$$P = \tau_i \omega + \left( \frac{\tau_i}{k_r} \right)^2 R \quad (4)$$

ここで、 $P$ は消費エネルギー、 $\tau_i$ は*i*番目の関節トルク、 $\omega$ は角速度、 $k_r$ はトルク定数、 $R$ は端子間抵抗である。各関節に配置するモータとしてはMaxon社のRE40 ( $k_r = 60.3 \times 10^{-3}$  [Nm/A],  $R = 1.16$  [Ω])を想定した。

Fig.1から、受動関節の位置や機構の動作過程により、エネルギー消費量が大きく増減することが分かった。また、質点の位置によってもエネルギー消費量が変化することが予想できる。本解析の場合には、受動関節は中央付近の関節であるJoint 3またはJoint 4に配する場合に、最もエネルギー消費量が抑制されている。これは、質点を支える側には能動関節を配置し、発生トルクをあまり必要としない部分には受動関節を配置することにより、エネルギー効率が上がることを示している。

次に、トルク配分比を変化させた場合のエネルギー消費量について考察した。先の解析で受動関節がJoint4に配置されている場合

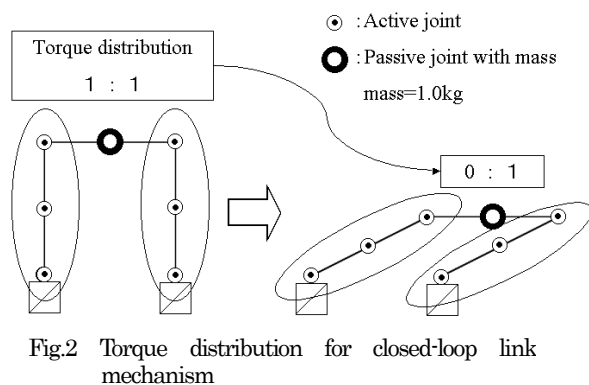


Fig.2 Torque distribution for closed-loop link mechanism

では、中央の質点を支えるためのトルク配分比を常に左右の機構で同程度としていた。そこで、Fig.2に示すように、質点を支えるためのトルク配分比を動作過程で連続的に変化させ、その変化の有無によるエネルギー消費量の比較を行った。結果をTable 1に示す。この比較から、トルク配分比を変化させることにより、エネルギー消費量をさらに抑制し得ることが確認された。

Table 1 Ratio of energy consumption

Without change of torque distribution ratio	With change of torque distribution ratio
18.6%	11.3%

### 4. 機構形態が変化する問題への適用

本手法が持つ並列解法的な特徴から、Fig.3のように動作過程で拘束条件が変化するような、開リンクから閉リンク機構へと形態が変化した場合においても、アルゴリズムを変えることなく連続的に関節トルクを算出することが可能である。今後、動作中に受動関節位置を変化させる問題や、開・閉リンク機構が混在するような問題についても検討を行う予定である。

### 5. 結論

本報告では、エネルギー消費量の抑制に対して受動関節位置やトルク配分比の変更は有効であることが確認された。特に、実機での実行の容易さなどの観点から、トルク配分比を操作する方法は効果的であると考えられる。さらに、有限要素法を用いた逆力学計算法は、動作過程で拘束条件が変化するような問題に対しても、柔軟に対応可能であることが確認できた。今後は、実機への適用を考えたい。

### 参考文献

- [1] 磯部大吾郎 他: 有限要素によるリンク機構のモデル化(その1~その3), 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会, (2000, 2001).
- [2] 小野京右, 劉栄強: 2足歩行ロボットの最適軌道計画解, 日本機械学会論文集(C編), 第67巻, 第660号, (2001), pp.2601-2608.
- [3] 都井裕: 骨組構造および回転対象シェル構造の有限要素解析におけるShifted Integration法について, 日本造船学会論文集, 第168号, (1990), pp.369-377.

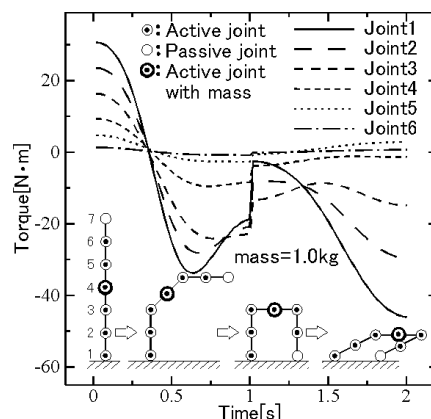


Fig.3 Joint torque curves calculated in continuous procedure