# 機構形態に依存しない逆動力学計算法

磯部大吾郎 (筑波大学)

## A Calculation Scheme of Inverse Dynamics Independent to System Configuration

### \*Daigoro ISOBE, University of Tsukuba

**Abstract** - In this paper, a calculation scheme for inverse dynamics independent to system configuration of link mechanisms is constructed by using Finite Element Method (FEM). In this scheme, the entire system is subdivided into discrete elements and evaluated as a continuum. A single link structure of a pin joint and a rigid bar is expressed by two finite elements. The scheme calculates nodal forces by evaluating equations of motion in matrix form, and thus information in the entire system can be handled in parallel. The obtained nodal forces are then used to calculate joint torque in the system. Some numerical tests on open- and closed-loop link mechanisms are carried out, and it is verified that the scheme can be used as a unified calculation scheme independent to system configuration.

Key Words: Link Mechanism, Inverse Dynamics, Finite Element Method, System Configuration

## 1. はじめに

ロボットの歩行動作や複数のマニピュレータによ る協調動作などでは、系内に開ループと閉ループが交 互に発生し、動力学方程式、または計算アルゴリズム) を瞬時に入れ替える必要性が生じる場合がある.しか し、ニュートン・オイラー法やラグランジュ法などの 従来の手法によるリンク機構の逆動力学計算では、閉 ループ系が存在する場合としない場合とではその動 力学方程式(または計算アルゴリズム)が大きく異な るため、その実行に大きな困難を伴う.特にロボット の動作が高速化・複雑化して力制御の重要性が増すと 系の変化に対して柔軟に対応できる統一的な逆動力 学計算法の必要性が増すことが考えられる.

本稿では、機構形態に依らない統一的な逆動力学計 算法の構築を目的として、有限要素法を適用して開発 したものについて述べる.有限要素法は、要素座標系 における個々の要素の離散情報を全体座標系の情報 に変換してから重ね合わせる、いわゆる並列的なアプ ローチをしている.また、リンク系を連続体とみなし、 これを有限要素により離散モデル化する.そのため各 要素の節点力は並列的に求められ、これを関節トルク に変換することによって逆動力学が計算される.節点 力を並列的に求解可能である本手法の特長を用いる



図1 有限要素によるリンク機構のモデル化

と対象とするリンク系の構成が変化した場合にもソ フトウェア内部の記述を変更する必要がなく、入力デ ータを変更するのみで柔軟に対処することが可能と なる<sup>1)</sup>.

本稿では、有限要素法を利用した逆動力学計算法の 概略と本手法を開リンク機構と閉リンク機構に適用 した場合の例を示す.

## 2. 有限要素法による逆動力学計算過程

図1に示すように,モータとリンク部材によって構成されたリンク機構は,リンクの重心位置に節点を設け関節位置の反対側に数値積分点をシフトした2つの線形チモシェンコはり要素によって表現する<sup>1)</sup>.このような要素数の削減により,計算のリアルタイム処理が可能となる.

計算アルゴリズムでは,まず目標軌道(すなわち変位)を入力とし,それを達成するために必要な節点力を求める逆解析を行う.そのため,以下の式を用いて時刻tにおける節点力増分ベクトル{ f}を算出する.

$$\{\Delta f\} = \{R\}_{t} - \{F\}_{t} + [M] \left(\frac{1}{\beta \Delta t^{2}} \{\Delta u\} - \frac{1}{\beta \Delta t} \{\dot{u}\}_{t} - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \{\dot{u}\}_{t}\right)$$
(1)

ここで,[M]は集中質量マトリックス, {ii},は節点加速 度ベクトル, {ii},は節点速度ベクトル, {Δu}は節点変 位増分ベクトルである.また, {F, は外力ベクトル, {R},は要素内力ベクトルである. はニューマークの 法のパラメータで,本研究では =1/4 を用いてい る.本アルゴリズムでは,上式に変位増分および時刻 tにおける速度,加速度を入力することにより節点力 増分を算出し,これを逐次加算して目標の変形を得る ために必要な節点力を求める.

次に 図2に示すような一般的な nリンク機構にお いて,節点力と関節トルクとの関係を考える.i番目 のリンクには,その重心に作用する並進力に起因する 回転モーメント,先の関節に作用する i+1~n リンク



図 2 n リンク機構に働く節点力

の並進力の合力に起因する回転モーメント、および重 心回りに作用する慣性モーメントが生じる.したがっ て i 番目のリンクの関節トルク ,は,これらの和に i+1番目のリンクの関節トルク ,1を加算したものと なり,要素座標系の節点力を用いると

$$\tau_{i} = l_{iC} F_{iCx} + l_{i} \left( \sum_{j=i+1}^{n} F_{jC} \right)_{x} + F_{iC\phi} + \tau_{i+1}$$
(2)

と与えられる.ここで, $l_{c}$ は関節から重心位置まで の距離, $l_{i}$ はリンクの長さ, $(F_{jc})$ は合力を示す.変 数右下の添字 $i_{j}$ などは対象とするリンクの番号を示 し,Cは重心位置での成分,x,zは要素座標系の各軸 方向成分,X,Zは全体座標系の各軸方向成分, $k_{z}$ は 軸回りの成分であることを示す.また,変数右上の添 字nは対象とする機構の総リンク数を示す.上式を i=1, ..., nについて並べてマトリックス形式に直し, 全体座標系で整理すると,関節トルクベクトルは

$$\left\{\boldsymbol{\tau}^{n}\right\} = \left[\boldsymbol{L}^{n}\right] \left[\boldsymbol{T}^{n}\right] \left\{\boldsymbol{P}^{n}\right\}$$
(3)

と表現できる<sup>1)</sup>.ここで, {P<sup>n</sup>}は節点力に関するベクトル, [T<sup>n</sup>]は全体座標系から要素座標系への変換マトリックス, [L<sup>n</sup>]は部材長マトリックスである.

#### 3. 数值例

本手法による逆動力学計算の数値例として,8リンク開ループ系に適用した場合のトルク曲線を図3に示す.長さ20cmのリンク部材(重心位置:中央,質量107.5g)を8本連結し,図内にあるような1秒間での振り上げ運動を与えた遠心力やコリオリカなどの非線形項を考慮したニュートン・オイラー法による結果と良好に一致した.また計算時間も,十分にリアルタイム処理が可能な範囲内であった.

次に本手法を6リンク閉ループ系に適用した場合 <sup>2)</sup>のトルク曲線を図4に示す.図内に示すように,対 象モデルは6つの能動関節を有し機構上部の受動関 節に1kgの質量が配されている.各リンク部材の長さ を50cmとし,それぞれの部材の重心位置にも部材の 質量を分配した.トルク曲線では,非線形力が影響を 与えていることが確認できる.この他,節点力レベル



図3 8リンク開ループ系のトルク曲線



図4 6リンク閉ループ系のトルク曲線

で並列的に解が求まる本手法の特長を最大限に利用 すると、各関節が受け持つトルク配分比や受動関節の 位置を自由に設定することが可能である<sup>21</sup>.このよう な柔軟性は、閉リンク機構の様々なパラメータ設計を する際に有用となる.

#### 4. 結論

本来は構造解析などのツールとして用いられる有限要素法を,開・閉リンク機構の逆動力学計算法に適用した.本手法では並列的に解が求まるため,機構の 構成変化にも柔軟に対応可能である.また,開・閉ル ープ系の如何に関わらずそのアルゴリズムには大き な差異がなく,トルク算出過程も簡潔である.今後は, 動作過程で開・閉ループ系が交互に生じる機構問題な どに適用し,機構形態に依らない柔軟な逆動力学計算 法としての実用性を高めていきたい.

#### 参考文献

- (3) 磯部 大吾郎,竹内 裕喜,上田 健夫:超冗長マニピュ レータの関節トルク算出法 - FEM を用いた理論の展 開-,日本計算工学会論文集,第2巻,pp.73-78,(2000).
- 2) 磯部大吾郎: 有限要素法を用いた閉リンク機構の逆動 力学計算,計算工学講演会論文集,第6巻,第2号, pp.803-806, (2001).