

3次元運動をする開リンク機構の有限要素法を用いた逆動力学計算

Calculation of Inverse Dynamics Using FEM for Open-Loop Link Mechanisms in 3-D Motion

今泉大作¹⁾, 磯部大吾郎²⁾

Daisaku IMAIZUMI and Daigoro ISOBE

- 1) 筑波大学大学院 理工学研究科 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1, dimaizum@kz.tsukuba.ac.jp)
- 2) 工博 筑波大学講師 機能工学系 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1, isobe@kz.tsukuba.ac.jp)

Finite Element Method (FEM) is a kind of parallel calculation scheme, which subdivide a continuum system by discrete minute elements, and takes out a solution by calculating global equation constituted by elemental information. By applying FEM to the calculation of inverse dynamics of link mechanisms, it may become easier to use, compared to other conventional schemes using dynamic equations where link variables depend upon each other. The purpose of this report is to establish the scheme using FEM for 3-D motional link mechanisms. Some simulation tests are carried out using the scheme and the validity is verified.

Keywords : Link Mechanisms, Finite Element Method, 3-D Motion, Inverse Dynamics

1. はじめに

古くから、様々なリンク機構の制御手法の開発や逆動力学問題の研究が盛んに行われている。従来、リンク機構の問題はニュートン・オイラー法やラグランジュ法などにより運動方程式を導出し、それを使用した解析が行われていた。これらの手法によって導出される方程式は、各リンクの情報が他のリンク情報に依存するという特徴を持っている。一方、連続体力学に基づく数値解析手法として広く利用される有限要素法(FEM)は、系全体を微小要素に離散化し、それぞれの情報を全体方程式にまとめて解を求めるという手法である。ゆえに、リンク系を連続体の系として並列的に扱うことが可能となり、FEMを逆動力学計算に適用した場合、系の変化に対してソフトウェア自体に手を加えることなく入力データを変更するだけで柔軟かつ容易に対処可能となる¹⁾。このような特徴をもつ本手法は、開リンク機構以外にも様々な形態のリンク機構に対して適用できる、統一的な計算手法となり得る。

本研究では、骨組構造の有限要素解析に適用され、その有効性が立証済みの Shifted Integration 法 (S I 法)²⁾を用いてリンク機構をモデル化し、3次元運動をする開リンク機構に対する逆動力学計算アルゴリズムを構築した。さらに、いくつかの3次元運動問題を解析し、本手法の有

効性を確認した。

2. S I 法によるリンク機構のモデル化

本研究では、骨組構造の有限要素解析で実績のある S I 法を用いてリンク機構をモデル化する。この手法は塑性ヒンジが発生する位置が明確であれば、それに伴いあらかじめ数値積分点をシフトしておくという手法である。数値積分点位置と塑性ヒンジ発生位置の関係は以下のように示される²⁾。

$$s = -r \text{ または } r = -s \quad (1)$$

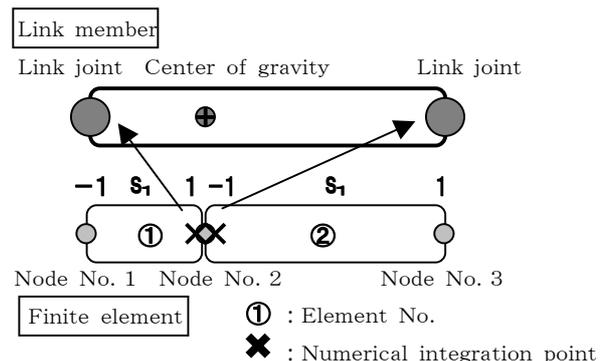


Fig.1 Finite element modeling of a link member

本研究ではリンク機構のモデル化に際し、Fig.1 のように重心位置に節点を配してリンクを 2 つの線形要素で分割し、重心位置の節点に数値積分点をシフトすることによりリンクの両端を関節として表現した。さらに、ばね剛性値を正規化した値を 0 とすることによってその関節をピン状態として表現した。

3. リンク機構の関節トルク算出

本研究では時間積分スキーム³⁾として陰解法を用いることにし、その中でも代表的な Newmark の法 ($\gamma = 1/2$, $\beta = 1/4$) を使用した。まず、仮想仕事の原理より時刻 $t + \Delta t$ における運動方程式は以下のように定式化される。

$$[M]\{\ddot{u}\}_{t+\Delta t} + [C]\{\dot{u}\}_{t+\Delta t} + [K]\{\Delta u\} = \{F\}_{t+\Delta t} - \{R\}, \quad (2)$$

$$\{u\}_{t+\Delta t} = \{u\}_t + \{\Delta u\} \quad (3)$$

ここで $[M]$ は集中質量マトリックス、 $[C]$ は減衰マトリックス、 $[K]$ は剛性マトリックス、 $\{\ddot{u}\}$ は節点加速度ベクトル、 $\{\dot{u}\}$ は節点速度ベクトル、 $\{\Delta u\}$ は節点変位増分ベクトルである。また、 $\{F\}$ は節点力ベクトル、 $\{R\}$ は要素内力ベクトルである。ここに Newmark の法によって求められた速度 $\{\dot{u}\}_{t+\Delta t}$ 、加速度 $\{\ddot{u}\}_{t+\Delta t}$ として

$$\{\dot{u}\}_{t+\Delta t} = \frac{1}{2\beta\Delta t}\{\Delta u\} - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\{\dot{u}\}_t - \left(\frac{1-4\beta}{4\beta}\right)\{\ddot{u}\}_t \Delta t \quad (4)$$

$$\{\ddot{u}\}_{t+\Delta t} = \frac{1}{\beta\Delta t^2}\{\Delta u\} - \frac{1}{\beta\Delta t}\{\dot{u}\}_t - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\{\ddot{u}\}_t \quad (5)$$

を代入し、さらにモデル化の際にはばね剛性値を正規化した値を 0 としたことより剛性マトリックスを、簡略化のために減衰マトリックスをそれぞれ省略する。以上のことから運動方程式を整理すると、以下ようになる。

$$\{\Delta f\} = \{R\}_t - \{F\}_t + [M] \left(\frac{1}{\beta\Delta t^2}\{\Delta u\} - \frac{1}{\beta\Delta t}\{\dot{u}\}_t - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\{\ddot{u}\}_t \right) \quad (6)$$

ここに全体座標系に基づく変位増分 $\{\Delta u\}$ 、時刻 t での速度 $\{\dot{u}\}_t$ 、時刻 t での加速度 $\{\ddot{u}\}_t$ を入力すれば、全体座標系の節点力増分ベクトル $\{\Delta f\}$ を求めることができる。

次に、Fig.2(a) に n リンク機構において i 番目のリンクが必要とする関節トルク、Fig.2 (b) にそれを i 番目のリンクにかかる節点力によって表した図を示す。 i 番目のリンクには 3 軸回りそれぞれの関節トルクが必要となるが、これらは i 番目のリンクの重心に働く並進力に起因する回転モーメント、リンクの先端に働く並進力、つまり $i+1 \sim n$ 番目までのリンクに働く並進力の和に起因する回転モーメント、および重心回りに作用する慣性モーメント、さらにこれらの和に $i+1$ 番目のリンクの関節トルクを加算したものとなる。例えば、 i 番目のリンクにおける x 軸回りの関節トルクを節点力によって表すと

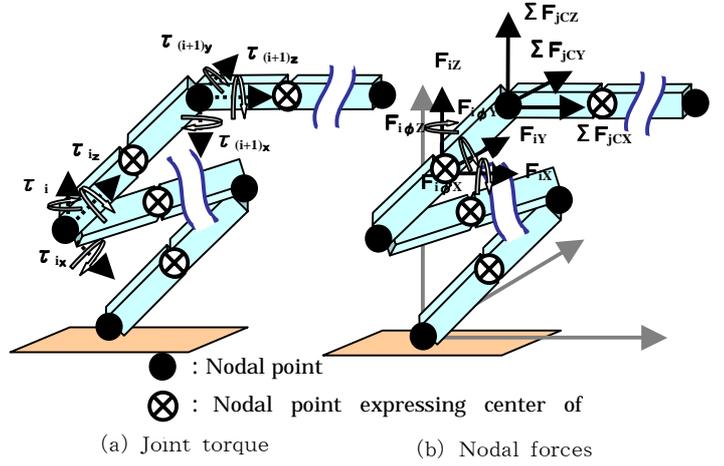


Fig.2 Joint torque and nodal forces acting on i -th link in n -link mechanism

$$\tau_{ix} = l_{ic} F_{iy} + l_i \left(\sum_{j=i+1}^n F_j \right)_y + F_{i\phi x} + \tau_{(i+1)x} \quad (7)$$

となる。ここで、 l_{ic} は関節から重心までの距離、 l_i はリンクの長さ、関節トルクおよび節点力の右下の添字 x, y は要素座標系の各軸方向成分であることを示す。なお、大文字の添字は全体座標系の各軸方向成分であることを示す。

同様に y 軸回りおよび z 軸回りの関節トルクを記述し、 $i=1, \dots, n$ についてマトリックス形式に直して全体座標系で整理すると、

$$\begin{Bmatrix} \tau^n \\ 3n \times 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L^n \\ 3n \times 9n \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} T^n \\ 9n \times 9n \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} P^n \\ 9n \times 1 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

と表現できる。ここで $\{\tau^n\}$ は関節トルクベクトル、 $\{P^n\}$ は節点力に関するベクトルで、それぞれの i 番目のリンクに関する成分は

$$\begin{Bmatrix} \tau_i \\ \tau_{ix} \\ \tau_{iy} \\ \tau_{iz} \end{Bmatrix} \quad (9) \quad \text{および} \quad \begin{Bmatrix} P_i \\ \sum_{j=i+1}^n F_{jx} \\ \sum_{j=i+1}^n F_{jy} \\ \sum_{j=i+1}^n F_{jz} \\ F_{i\phi x} \\ F_{i\phi y} \\ F_{i\phi z} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

と与えられる。また、 $[T^n]$ は全体座標系からリンクの要素座標系に変換するマトリックス⁴⁾で、

$$[A_i] = \begin{bmatrix} \cos \phi_{ix} & \cos \phi_{iy} & \cos \phi_{iz} \\ \cos \phi_{ix} & \cos \phi_{iy} & \cos \phi_{iz} \\ \cos \phi_{ix} & \cos \phi_{iy} & \cos \phi_{iz} \end{bmatrix} \quad (11)$$

というマトリックスが対角に n 個並ぶマトリックスである。ここで、 ϕ は各座標軸間の角度を表している。また、 $[L^n]$ はリンクの重心までの距離や部材長などの情報を含む部材長マトリックスである。

このようにマトリクス表現をすることにより、簡潔かつ構成変化に対する柔軟性を有する逆動力学計算アルゴリズムが構築された。

4. 平面内運動の逆動力学計算

本アルゴリズムの有効性を確認する数値例として、Z-X平面内における運動についての逆動力学シミュレーションを行い、その結果を従来の手法であるニュートン・オイラー法により求めた結果と比較・検討した。

計算対象のリンク機構は3つリンク部材からなる腕型マニピュレータで、目標軌道を Fig.3(a)に示す。両手法とも解析対象時間は $T = 1.0s$ 、時間増分 $t = 0.02s$ とし、合計 50 ステップで計算した。すべてのリンクの形状は、断面が幅 $b = 0.032m$ 、高さ $h = 0.006m$ で、長さ $l = 0.400m$ である。質量は $m = 0.215kg$ で、重心はリンクの中心の位置にあるとする。また、この運動は鉛直面内運動であるため、重力を考慮した。リンク機構の速度変化は、静止した状態、つまり初速度 0 から徐々に加速し、対象時間の半分の時点で最高速度をむかえ、その後徐々に減速して最後に速度 0 となって静止するというものである。本手法により求められた y 軸回りの関節トルク曲線を Fig.3(b)、ニュートン・オイラー法により求められた関節トルク曲線を Fig.3(c)に示す。また、この運動では x 軸回り、z 軸回りの関節トルクは 0 となる。

両者を比較すると、関節トルク曲線はほぼ一致していることが分かる。したがって本手法は、平面内運動に関しては慣性項、重力項、さらにはコリオリ力や遠心力などの非線形項が正確に考慮された関節トルクを算出できることが確認できた。

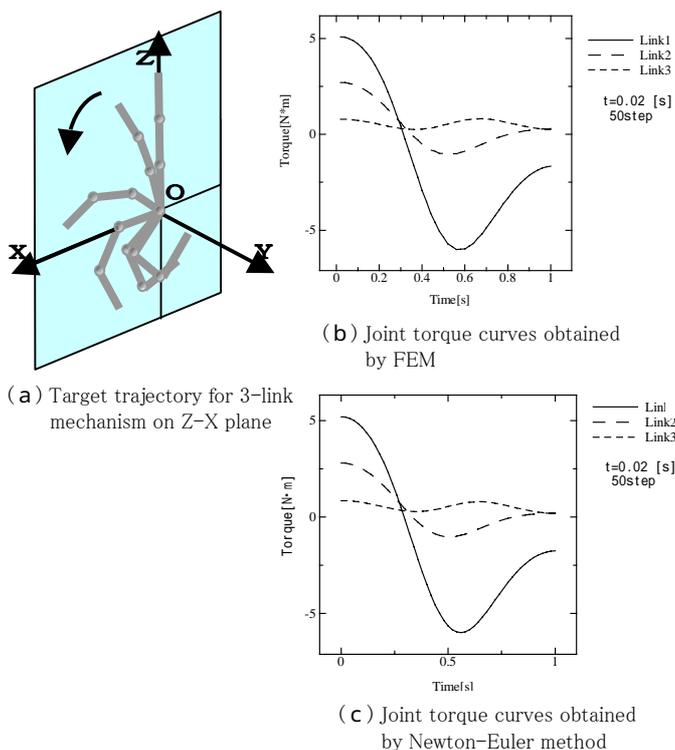


Fig.3 Calculation of inverse dynamics for arm-type manipulator on Z-X plane

5. ねじり運動の逆動力学計算

次に、本手法を用いてねじり運動に関する逆動力学計算を行う。

ここでも対象とするリンク機構は3つリンク部材からなる腕型マニピュレータとし、その目標軌道を Fig.4(a)に示す。これは根元のリンク 1 が先のリンクの面内回転と同じ角度でねじれる運動である。計算時間、リンクの形状等は前節と同様である。本手法によって求められた各軸回りの関節トルク曲線を Fig.4(b)、(c)および(d)に示す。

リンク 2 およびリンク 3 は平面運動をしており、本手法がこれらの関節トルクを正確に計算できることは既に確認済みである。リンク 1 に関しては x 軸回りの関節は常にリンク 2、リンク 3 に作用する重力の影響を受けている。さらに、速度が速くなるにつれ、遠心力の影響で外向きに引っ張られる力を受ける。一方、y 軸回りの関節はリンク 2、リンク 3 の慣性力の影響を受ける。つまり、最初と最後にそれぞれ正負の加速度が大きくかかるため、それによる慣性力が働いている。確認のため理論値を計算すると、リンク 1 の x 軸回りの関節には、静止している状態のリンク 2、リンク 3 の重力によるモーメントが $1.686N \cdot m$ 、さらに $t=0.5s$ においてはそれらの接線方向の速度から求めた遠心力によるモーメントが $0.419N \cdot m$ がかかる。合計 $2.105N \cdot m$ という値は、Fig.4(b)の $t=0.5s$ における値と一致する。また、理論的には y 軸回りの関節にリンク 2、リンク 3 の慣性力によるモーメントが $t=0.0s, t=1.0s$ の時にそれぞれ $\pm 0.533N \cdot m$ がかかる。また $t=0.5s$ では 0 である。これらも Fig.4(c)における値と一致する。z 軸回りの関節トルク曲線に関してはリンク 2、リンク 3 を回転させるために必要な関節トルクが算出されるべきであり、正負の違いはあるが、リンク 2 の y 軸回りの関節トルク曲線と同じ値が出ていることでそれが確認できる。

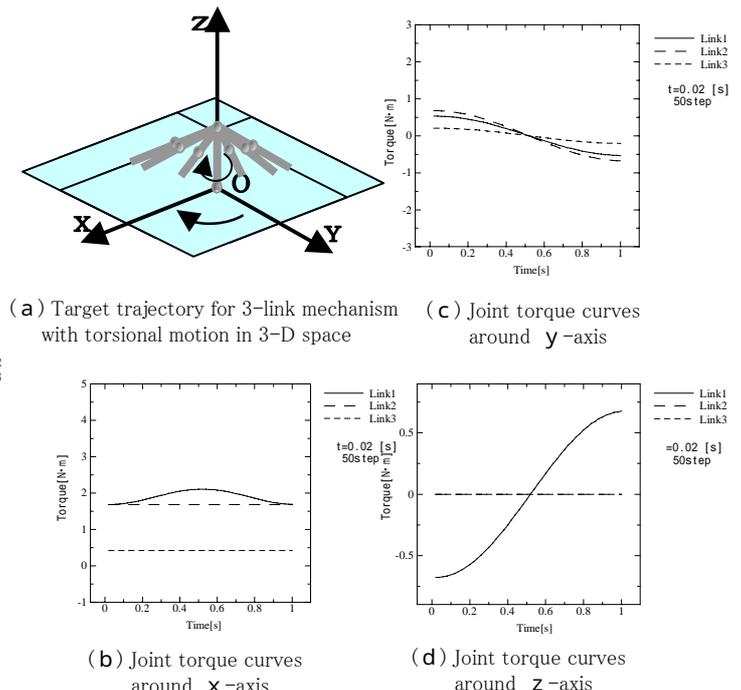


Fig.4 Calculation of inverse dynamics for arm-type manipulator with torsional motion in 3-D space

以上より、本手法による計算結果は実際の物理現象と適合したものであり、本手法はねじりを伴う運動に対しても数値的に精度良く計算できることが分かった。一般的な3次元運動は平面運動とねじり運動との組み合わせで表現できることから、本手法は様々な3次元運動に適用できると言える。

6. 複雑な3次元運動の逆動力学計算

最後に、複雑な3次元運動の計算例⁵⁾を取り上げ、本手法による結果と比較・検討した。対象とするリンク機構は4リンク6自由度の腕型マニピュレータで、これを使って質量5kgの物体を運ぶ際の逆動力学シミュレーションを行った。Fig.5(a)、(b)および(c)はそれぞれリンク機構の初期状態、運ばれる物体の軌道および従来の手法により計算された関節トルク曲線である。これらの情報は参考文献⁵⁾から抜粋したものである。本機構は先端のリンクにのみ3自由度の関節が取り付けられており、このリンクがいわゆるグリッパの役割を果たす。リンクの形状は外径 $R=0.020\text{m}$ 、内径 $r=0.015\text{m}$ の円筒形で、リンクの密度は $2.8 \times 10^3\text{kg/m}^3$ である。軌道はグリッパの姿勢を一定にA-B-C-Aの順で直線的に描き、各区間での速度曲線を三角形としている。例えばAからBに沿った軌道の半分までは一定に加速し、その後一定に減速しB点に達するとき速度が0になるといった具合である。全解析対象時間を $T=3.0\text{s}$ とし、A-B、B-C、C-Aの各区間は等しい時間 $T/3$ で通過するものとした。

この目標軌道をもとに本手法で計算した関節トルク曲線をFig.5(d)に示す。従来の手法によるものと比較すると、時間経過に伴う関節トルクの変化の様子は良好に一致している。J1、J2の関節トルク曲線に関しては他と比べて誤差が大きいが、これは根元に近いリンクほどそれより先

のリンクにおける関節トルクの影響を多く受け、その分誤差が蓄積されるためである。また、誤差の主な原因としては、今回作成した目標軌道が厳密には直線軌道を描いていないこと、さらに、物体の速度曲線が正確には三角形になっていないことが挙げられる。つまり、本手法は目標軌道さえ正確に与えることができれば、様々な3次元運動に対して精度の良い計算が可能であると考えられる。また、このような3次元運動の逆動力学計算をする際に必要となる作業が、目標軌道データおよびモデルの入力データの構築のみであることから、本手法はリンク機構の構成変化に対して柔軟性に富む手法であると言える。

7. 結論

本研究では、3次元運動をする開リンク機構を対象とし、SI法によるリンク機構のモデル化およびFEMを用いたトルク算出アルゴリズムの構築を行った。いくつかのシミュレーションの結果、本手法は様々な3次元運動に対して十分に精度の高い逆動力学計算法として適用でき、機構の変化に対してもそのアルゴリズムを変えることなく柔軟かつ容易に対応できることが確認できた。また本手法は、本研究で取り上げた開リンク機構のみならず、他の形態のリンク機構にも応用が可能であると考えられる。今後は、本手法を閉リンク機構およびフレキシブルマニピュレータの逆動力学計算法に拡張することによりその実用性をさらに高めていきたい。

参考文献

- 1) 磯部大吾郎、竹内 裕喜、上田 健夫：超冗長マニピュレータの関節トルク算出法 -FEMを用いた理論の展開-、日本計算工学会論文集、第2巻、pp.73-78 (2000)
- 2) 都井 裕：骨組構造回転対称シェル構造の有限要素解析におけるShifted Integration法について、日本造船学会論文集、第168号、pp.369~377、(1991)
- 3) 野田 安則：ITAS - 板成形シミュレーション専用プログラム、UNISYS技報50号、vol16、No2、(1996)
- 4) 牧野 洋 高野 政晴：機械運動学、コロナ社 (1978)
- 5) M・プロプラトビッチ V・ポトコニャック 著、古田 勝久 監訳：ロボット工学の基礎 マニピュレータの動力学、シュプリンガー・フェアラーク、(1986)
- 6) 杉本 浩一：閉ループ機構の運動方程式の導出、日本ロボット学会誌、vol.15、No.3、pp.460~467、(1997)
- 7) 吉川 恒夫 田村 正人：フレキシブルアームに対する仮想受動関節モデルの有効性の検討、日本ロボット学会誌、vol.17、No.2、pp.250~259、(1999)

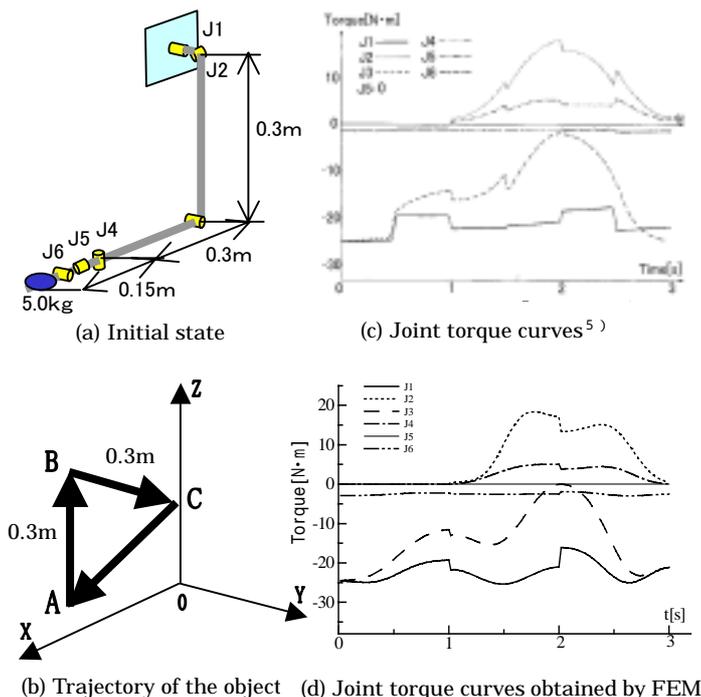


Fig.5 Calculation of inverse dynamics for arm-type manipulator in 3-D space