

有限要素によるリンク機構のモデル化 (その1, 超冗長マニピュレータへの適用)

Finite Element Modeling of Link Mechanisms
(Part 1, Application to Hyper-Redundant Manipulators)

○正 磯部 大吾郎 (筑波大) 正 竹内 裕喜 (機技研)
上田 健夫 (筑波大院)

In this paper, Finite Element Method (FEM) is proposed for application to a control system of link mechanisms. The control software using FEM can deal with a sudden change in hardware, and is capable of expressing lack or disability of constituent members of the system only by changing input data since the entire system is subdivided into discrete elements and evaluated as a continuum. It handles the information of the entire system in parallel, which is useful especially when controlling hyper-redundant manipulators. The real-time control by using FEM became possible by applying the Shifted Integration technique, which produces the higher computational efficiency in the finite element analyses of framed structures including static and dynamic collapse problems. A single link structure of a pin joint and a rigid bar is expressed by shifting the numerical integration point in two linear Timoshenko beam elements. This paper describes the modeling of link mechanisms by using the Shifted Integration technique, and a numerical scheme to obtain joint torque curves in n-link mechanism based upon Cartesian coordinates is derived. A simulation test on 8-link mechanism by FEM is carried out and the joint torque curves are compared to those obtained by conventional Newton-Euler method.

Keywords: Link Mechanism, Control, Finite Element Method, Shifted Integration Technique, Hyper-Redundant Manipulators

1. はじめに

ニュートン・オイラー法やラグランジュ法などを用いた従来のリンク機構の制御法では、系の形状およびリンク数の違いなどによって運動方程式が変化する。関節トルクを算出する際に、リンクごとに異なる原点と軸をもつ回転座標系が用いられているため、リンク間の座標変換を繰り返し行なってその力の相互作用を求める必要がある。すなわち、各リンクの情報が相互のリンク情報に依存し合った、直列的な運動方程式の立て方になっているのである。このため、例えばリンク数の増減が生じたり系の一部が故障した場合などはソフトウェア内の記述を大幅に変更する必要があり、敏速かつ柔軟に対処できないという欠点が存在する。

一方、連続体力学に基づく数値解析手法として多用される有限要素法 (FEM) は、データを再入力するのみでハードウェアの構成変化に柔軟かつ容易に対応することが可能である。これは、系全体を有限要素で離散化し、要素座標系における各要素の情報を直交座標系に基づく全体座標系の情報に変換してから重ね合わせる、いわゆる並列的なアプローチをしているためである。また、全体座標系と各々の要素座標系との間でのみ座標変換が行われ、力やトルクなどの要素情報の要素間での変換は不要である。本報告では Shifted Integration 法 [1] に基づく有限要素によりリンク機構をモデル化し、その制御法として FEM を使用することを提案す

る。また、超冗長マニピュレータのトルク算出に本手法を適用し、その有効性について検証する。

2. SI 法によるリンク機構のモデル化

本研究でリンク機構のモデル化に導入する SI 法 [1] は、本来は骨組構造の有限要素解析に用いられる手法である。数値積分点を図 1 のように中央点から片端へシフトすることにより、要素端の関節を表現することが可能となる。図に示すように、モータとリンク部材によって構成されたリンク機構は、リンクの重心位置に節点を設け、関節位置の反対側に数値積分点をシフトした 2 つの線形チモシェンコはり要素によって表現される。

3. n リンク機構の関節トルク算出

FEM では連続体の挙動を直交座標系で記述するため、回転座標系に特有の見かけの力 (コリオリ力) などの非線形項と呼ばれる力について、独立に考える必要はない。また、いわゆる重力補償項目については、各節点に静的に自重をかけることで対処する。そのため、直交座標系におけるトルク算出式は比較的簡潔となる。

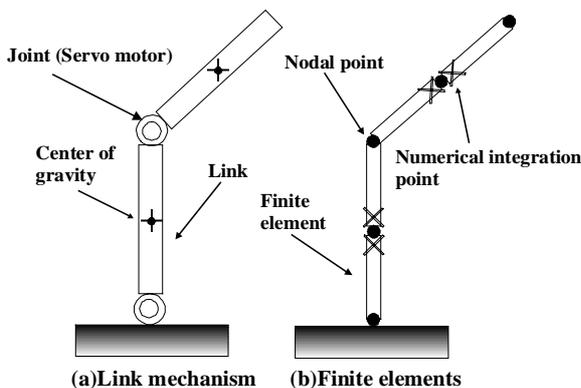


Fig.1 Modeling of link mechanism by using Shifted Integration technique

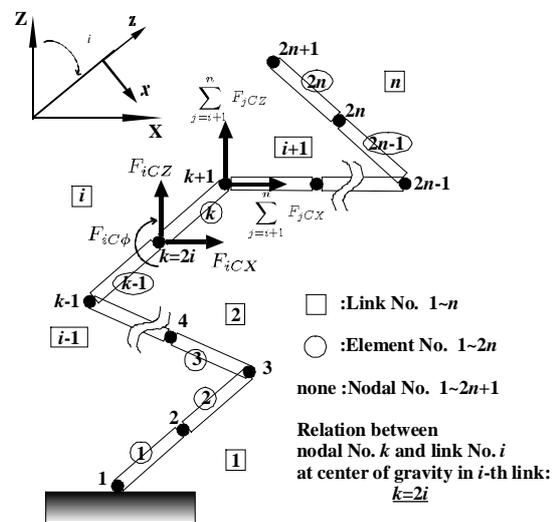


Fig.2 Nodal force acting on i-th link in n-link mechanism

図2にnリンク機構内のi番目のリンクに働く力,およびリンク番号と節点番号との間の関係を示す.i番目のリンクには,その重心に作用する並進力に起因する回転モーメント,先の関節に作用するi+1~nリンクの並進力の合力に起因する回転モーメント,および重心回りに作用する慣性モーメントが生じる.したがってi番目のリンクの関節トルク τ_i は,これらの和にi+1番目のリンクの関節トルク τ_{i+1} を加算したものとなり,リンク(または要素)座標系の節点力を用いると

$$\tau_i = l_{iC} F_{iCx} + l_i \sum_{j=i+1}^n F_j Cx + F_{iC\phi} + \tau_{i+1} \quad (1)$$

と与えられる.ここで, l_{iC} は関節から重心位置までの距離, l_i はリンクの長さである.以後,変数右下の添字 i,j などは対象とするリンクの番号, h,k は節点番号を示し,Cは重心位置での成分, x,z は要素座標系の各軸方向成分, X,Z は全体座標系の各軸方向成分, ϕ はY軸回りの成分であることを示す.また,変数右上の添字 n は対象とする機構の総リンク数を示す.

式(1)を $i=1, \dots, n$ について並べてマトリックス形式に直し,全体座標系で整理すると,関節トルクベクトルは

$$\{\tau^n\} = [L^n][T^n]\{P^n\} \quad (2)$$

と表現できる.ここで, $\{P^n\}$ は $5n \times 1$ の節点力に関するベクトルで, i 番目のリンクに関する成分は

$$\{P_i\} = \begin{Bmatrix} F_{iCx} \\ F_{iCz} \\ \sum_{j=i+1}^n F_j Cx \\ \sum_{j=i+1}^n F_j Cz \\ F_{iC\phi} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

と与えられる.また, $[T^n]$ は $5n \times 5n$ の全体座標系からリンク(または要素)座標系への変換マトリックス, $[L^n]$ は $n \times 5n$ の節点長マトリックスである.従来の方法で関節トルクを算出する場合にはリンク間の座標変換を繰り返し行なう必要があるが,式(2)の場合には,全体座標系から要素座標系への変換が一回行われるのみで済む.このため特にリンク数が多い場合には,従来の方法に比べてトルク算出の計算時間が大幅に短縮される.

リンク i の重心位置の節点 $k(=2i)$ に生じる節点力増分に関するベクトル $\{\Delta p_k\}$ を以下のように定義する.

$$\{\Delta p_k\} = \begin{Bmatrix} \Delta f_{kX} \\ \Delta f_{kZ} \\ \sum_{h=k+1}^{2n+1} \Delta f_{hX} \\ \sum_{h=k+1}^{2n+1} \Delta f_{hZ} \\ \Delta f_{k\phi} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

このベクトルを用いると,時刻 $t + \Delta t$ における i 番目のリンクの節点力に関するベクトルは,以下のように逐次的に求められる.

$$\{P_i\}_{t+\Delta t} = \{P_i\}_t + \{\Delta p_k\}, \quad (k=2i) \quad (5)$$

式(5)によって逐次的に求められたベクトル $\{P^n\}$ を式(2)に代入することにより, n 個の関節トルクの逐次的な値が計算される.

4. 超冗長マニピュレータのトルク算出

本報告では,トルク曲線の算出例として $n=8$ の場合について取り上げ,ニュートン・オイラー法によって求められたトルク曲線と比較し,精度と計算コストの面で本手法の有効性を検討する.

図3内に8リンク機構に与えた目標軌道を示す.長さ20cmのリンク部材(重心位置:中央,質量107.5g)を8本連結し,1秒

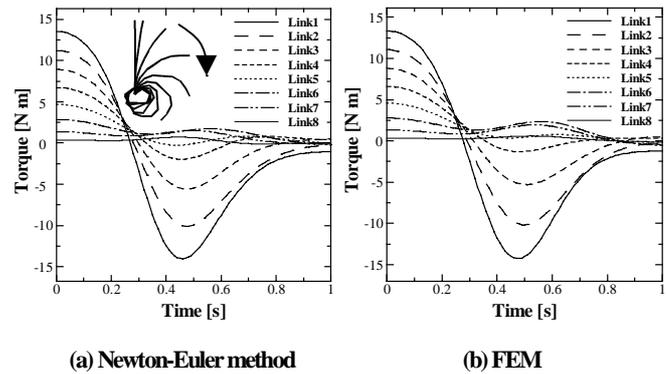


Fig.3 Joint torque curves

間(100 step)で動くように軌道を設定した.図3(a),(b)にはそれぞれ,従来のニュートン・オイラー法およびFEMを用いた手法によって算出されたトルク曲線を示す.この数値例では,全長160cmにも及ぶ機構に短時間で急激な動きを与えているため,重力や遠心力などの影響が大きいことが予想される.しかしこのような問題でも,重力補償やコリオリ力考慮をしている従来の手法による結果に対し,FEMによる解がよく一致していることが確認できる.なお,ニュートン・オイラー法によるトルク算出にはMathematica 4.0を使用し,FEMによるトルク算出には,Fortranで記述したプログラムをMicrosoft社のFortran PowerStation 4.0でコンパイルしたものを使用した.双方ともDellのDimension XPS T600(CPU: Intel Pentium III 600MHz, RAM: 383MB)上で実行した.

ニュートン・オイラー法の場合には,リンク数に応じて運動方程式を新しく作成し直す必要があり,その算出にかなりの時間を要した.またリンク数が増加した場合,その膨大な量の運動方程式を他の言語プログラムに移植することが困難であったため,本研究ではMathematica 4.0で引き続きトルクの計算を行なった.計算時間は指数関数的に増加し,例えば8リンク機構の場合,Mathematica 4.0により運動方程式を導出するまでに13分,それから関節トルクを算出するまでにはさらに70分を要した.

一方,FEMを用いた本手法は,リンク数に応じてソフト内部の記述を変更する必要がないため,そのトルク算出までに要する時間は非常に短い.8リンク機構の場合には,制御対象時間1.0secに対して計算時間はわずかに0.094secに抑えられた.また,さらにリンク数の多い $n=20$ の場合でも,0.57secで計算が終了した.ソフト環境の違いから単純には比較できないが,本手法が超冗長マニピュレータの制御に適していることが,これらの結果からも容易に想像できる.

5. 結論

本研究では,リンク機構のモデル化に対してShifted Integration法に基づく有限要素を適用し,FEMによるトルク算出アルゴリズムを構築した.リンク間の座標変換を繰り返し行なう必要がある従来の方法に比べ,直交座標系に基づく本アルゴリズムはその算出過程が非常に簡潔である.また,リンクの形状や数量が変化した場合にもソフトウェア内部の記述を変更する必要がなく,入力データを変更するのみで済む.トルク曲線の計算時間および精度の上でもその優位性は変わらず,特に超冗長マニピュレータの制御における本手法の有効性が確認された.

参考文献

- [1] 都井 裕: 骨組構造および回転対称シェル構造の有限要素解析におけるShifted Integration法について,日本造船学会論文集 第168号(1990),357-369.