

塑性域の拡がりを考慮した ASI-Gauss 法の開発と 木材はりの弾塑性解析への適用

Development of ASI-Gauss technique considering expansion of plastic region and its application to elasto-plastic analysis of timber beam

○正 大場 友暁^{*1}, 正 磯部 大吾郎^{*1}
Tomoaki OHBA^{*1}, Daigoro ISOBE^{*1},
^{*1} 筑波大学 University of Tsukuba

Recent significant damages on timber structures during disasters and advancements in their design process have called for accurate evaluation methods for the elasto-plastic behavior of timber structures. Among them, the ASI-Gauss technique is thought to be promising because of its computational efficiency and accuracy. However, the method has relied on a plastic hinge model, which does not consider the expansion of a plastic region and cannot precisely predict the elasto-plastic behavior of a timber beam under a bending load. Therefore, this study presents a novel ASI-Gauss technique with an algorithm that can address the issue. The algorithm identifies stress and strain distributions in a section of an element from the sectional forces, updating the element stiffness as the plastic region expands. This study also conducts a comparison between the proposed method, the conventional ASI-Gauss technique, and the finite element method (FEM) using solid elements, and it is determined that the proposed method successfully captures the gradual decrease in an element stiffness with an accuracy close to that of the FEM using solid elements.

Key Words : Timber beam, Plastic region, Elasto-plastic analysis, Frame analysis, Beam element, ASI-Gauss technique

1. 緒 言

わが国では近年、既存木造建築に対する強度評価や設計時の詳細な挙動予測の需要が高まっており、木造建築の弾塑性挙動を高精度で解析可能な手法が求められている。筆者らにより開発された ASI-Gauss 法⁽¹⁾ は、建築物などの骨組構造の弾塑性解析を高精度かつ低計算コストで実施可能とするが、本手法による弾塑性解析ではこれまで塑性ヒンジ法が用いられており、部材の降伏判定と同時に要素の剛性を急激に低下させていた。一方、木材は主に圧縮側でのみ塑性化し靱性を示すという特徴を有する⁽²⁾ため、曲げ変形時の剛性低下は比較的緩やかに進行する。したがって、ASI-Gauss 法を木造建築の弾塑性解析に適用するにあたり、部材中の塑性域の拡がりの考慮が重要と考えられる。そこで本研究では、塑性域の拡がりを考慮した要素剛性更新アルゴリズムを開発し、ASI-Gauss 法に導入した。そしてソリッド要素による有限要素解析との比較を行い、妥当性や有用性を検証した。

2. ASI-Gauss 法

ASI-Gauss 法は線形チモシェンコはり要素を用いた有限要素法の一つであり、各解析ステップにおいて次式(1)に示す増分型の運動方程式を解く。

$$M\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + C\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + K\Delta\mathbf{u} = \mathbf{F}_{t+\Delta t} - \mathbf{R}_t \quad (1)$$

ここで、 M, C, K は全体質量行列、全体減衰行列、全体剛性行列であり、 $\mathbf{u}, \Delta\mathbf{u}, \mathbf{F}, \mathbf{R}$ は節点変位およびその増分、外力ベクトル、内力ベクトルである。 K は次式(2)に示す要素剛性行列 K_e を全要素に対し合算して求められる。

$$K_e = B(s)^T D(r) B(s) \quad (2)$$

ここで、 $B(s)$ は線形チモシェンコはり要素に対する一般化ひずみ-節点変位行列、 $D(r)$ は一般化断面力-ひずみ行列である。 s は数値積分点、 r は応力評価点であり、各要素に一点ずつ設定される。

ASI-Gauss 法の大きな特徴として、(A) 2つの隣接するはり要素で一つのサブセットを構成すること (B) 要素中の数値積分点が応力評価点とは別の位置に設定されること (C) 数値積分点の位置を要素の降伏状況に応じて移動させることの三点が挙げられる。これらの特徴により、一部材二要素分割でも収束解に近い解を得ることができる。(B)に関して、数値積分点 s と応力評価点 r は常に次式 (3) を満たすように配置される⁽³⁾。

$$s = -r \quad (3)$$

また、(C)に関して、図1に示すように、弾性変形時は応力評価点が二点積分法に適したガウス積分点位置に配置されるように数値積分点を移し、塑性化後は全断面降伏が生じた要素端部に応力評価点が配置されるように数値積分点を移す。なお、サブセットに含まれる2要素のうちの片方が降伏している場合、もう片方の要素の数値積分点は一点積分法に適した要素中心に移される。

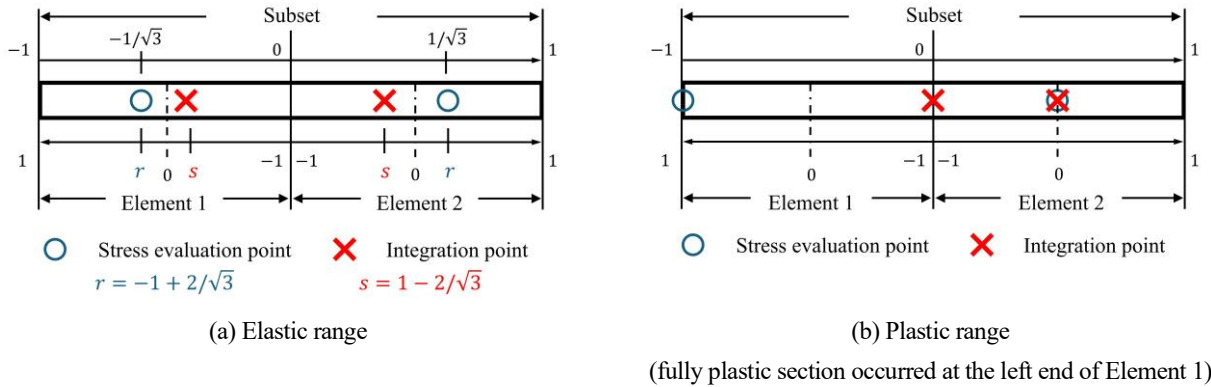


Fig 1 Locations of the numerical integration and stress evaluation points in the ASI-Gauss technique

3. 塑性域の拡がりを考慮した要素剛性更新アルゴリズム

提案するアルゴリズムでは、式(2)中の $D(r)$ の更新により剛性低下を表現する。その手順は次の通りである。まず、図心位置を原点とする x, y 軸を要素断面内に設定した後、平面保持を仮定し、断面内での歪分布を次式(4)のように表す。

$$\varepsilon(x, y) = \kappa_x x + \kappa_y y + \varepsilon_0 \quad (4)$$

ここで、 $\kappa_x, \kappa_y, \varepsilon_0$ は各々 x, y 軸周りの曲率および図心位置での軸方向歪である。続いて、応力評価点 r での断面力 $\mathbf{P}_r = [M_x, M_y, N]^T$ を用い、次式(5)に示す断面力 $\mathbf{P}_r$ と断面内での応力分布 $\sigma(\varepsilon)$ 間の関係式を解き、 $\kappa_x, \kappa_y, \varepsilon_0$ を求める。

$$\mathbf{P}_r = \int_S \sigma(\varepsilon) \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \\ 1 \end{bmatrix} dS = \mathbf{P}(\kappa_x, \kappa_y, \varepsilon_0) \quad (5)$$

ここで、 S は断面領域を表す。本研究では、式(5)の求解にNewton-Raphson法を用いる。最後に、得られた $\boldsymbol{\kappa} = [\kappa_x \ \kappa_y \ \varepsilon_0]^T$ を用いて $\mathbf{P}$ の $\boldsymbol{\kappa}$ に対する偏微分係数 $\partial \mathbf{P} / \partial \boldsymbol{\kappa}$ を計算し、次式(6)により $D(r)$ を求める。

$$D(r) = \begin{bmatrix} \partial P / \partial \kappa & & & \\ & GK & & \\ & & \alpha_x GA & \\ & & & \alpha_y GA \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここで、 G, A, α_x, α_y は横弾性係数、断面積、 x, y 方向のせん断修正係数である．式(6)においては、せん断やねじり変形に対する塑性化は無視している．なお、積分点の移動は、要素端部において全断面降伏が判定された時に行うものとし、その際は要素剛性の計算方法を上述の方法から塑性流れ則に基づく方法に切り替える．

4. 木材はりの弾塑性解析への適用

開発した要素剛性更新アルゴリズムを導入した ASI-Gauss 法を部材単体や平面骨組の弾塑性解析に適用し、ソリッド要素を用いた有限要素法および従来の塑性ヒンジ法に基づく ASI-Gauss 法による解析結果と比較した．

式(5)中の応力-ひずみ関係としては、完全弾塑性を仮定した．ソリッド要素を用いた解析では、ソルバに FrontISTR⁽⁴⁾、要素種別に六面体二次、材料モデルに von-Mises の降伏条件を用いた完全弾塑性体を適用した．ただし材料モデルは、木材の特性である圧縮側のみでの降伏を模擬するため、絶対値が最大となる応力成分の値が負の時のみ降伏するよう改変した．いずれの解析手法においても、材料定数はスギを想定し、ヤング率 $E = 7350 \text{ MPa}$ 、横弾性係数 $G = 637 \text{ MPa}$ 、ポアソン比 $\nu = 0.4$ 、圧縮降伏応力 $\sigma_c = 27.5 \text{ MPa}$ とした⁽⁵⁾．

4・1 木材はりの曲げ解析

基礎的な検証として、一部材に対する三点曲げ解析を実施した．使用したはり要素モデルを図 2 に示す．比較用のソリッド要素モデルとその境界条件は図 3 に示す通りである．図 4 に示す载荷位置での荷重-変位関係からは、提案手法により従来の ASI-Gauss 法では困難であった緩やかな剛性低下が表現されていること、そして、その精度はソリッド要素モデルと同程度であることが分かる．

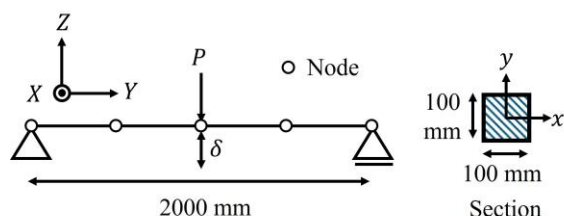


Fig 2 Beam element model for the analysis

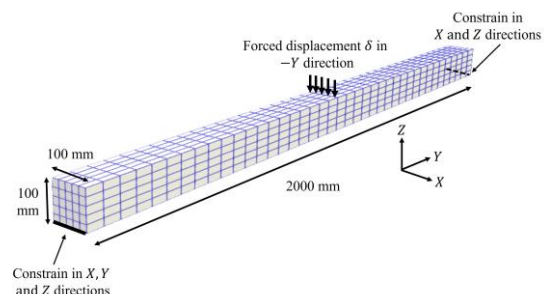


Fig 3 Solid element model for the analysis

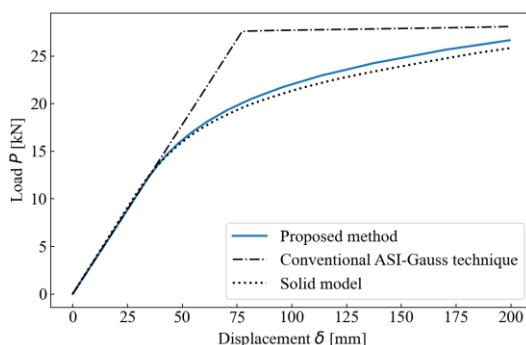


Fig 4 Load-displacement curve obtained at the midspan

4・2 門型平面骨組の解析

図5に示す門型平面骨組モデルを用い、提案手法の骨組構造に対する解析精度を評価した。比較用のソリッド要素モデルと境界条件は図6に示す通りである。図7に載荷位置での荷重-変位関係を示す。本解析においても、塑性域の拡がりの考慮により剛性低下が緩やかに進行している点の他、荷重が55 kN 付近までの挙動はソリッド要素モデルと概ね同等であることが読み取れる。

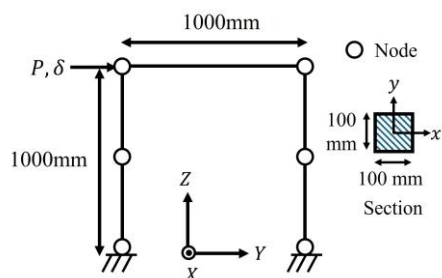


Fig 5 Beam element model for the analysis

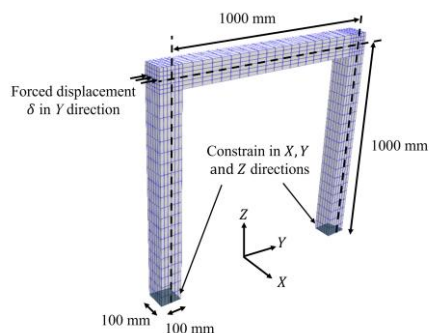


Fig 6 Solid element model for the analysis

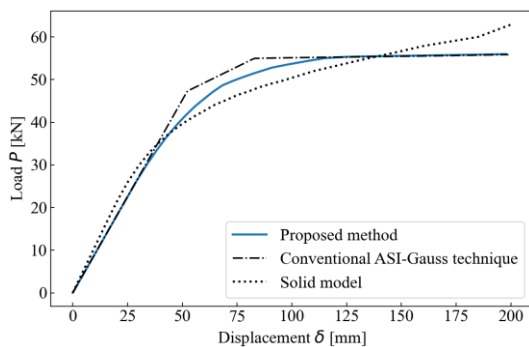


Fig 7 Load-displacement curve obtained at the loading point

5. 結 言

本研究では、塑性域の拡がりを考慮した要素剛性更新アルゴリズムを開発し、ASI-Gauss 法に導入した。そして、部材単体および門型骨組に対する弾塑性解析を実施し、ソリッド要素を用いた有限要素法と概ね同程度の精度で塑性域の拡がりに伴う緩やかな剛性低下を表現可能であることを確認した。今後は、開発した手法の繰り返し載荷問題への適用を予定している。

文 献

- (1) Isobe, D., “Progressive Collapse Analysis of Structures: Numerical Codes and Applications” (2018), Elsevier, eBook ISBN: 9780128130421, Paperback ISBN: 9780128129753.
- (2) 薄木征三, 堀江保, 亀井義典, ”集成材高欄支柱の弾塑性状態における変位”, 構造工学論文集, Vol. 35A (1989), pp. 861-870.
- (3) 都井裕, “骨組構造および回転対称シェル構造の有限要素解析における Shifted Integration 法について”, 日本造船学会論文集, Vol. 1990, No. 168 (1990), pp. 369-377.
- (4) FrontISTR Commons, available from <<https://www.frontistr.com/>>, (参照日 2026/7/21).
- (5) 森林総合研究所, ”改訂 4 版 木材工業ハンドブック” (2004), pp. 135-136, 丸善.