

## 有限要素法を用いた圧電アクチュエータ集合体のリアルタイム制御

Real Time Control of Connected Piezoelectric Actuators by using Finite Element Method

正 磯部 大吾郎 (筑波大)  
中村 博 (筑波大院)○ 清水 隆太 (筑波大院)  
中川 恒 (鹿島建設)

In this paper, Finite Element Method (FEM) is proposed to apply for the real time control system of connected piezoelectric actuators, assuming an actuator as finite elements, which are mainly used in computational mechanics field. Conventional control system has necessity to change state equations slightly, depending on the shape of the system or the quantity of the linked members. Meanwhile, FEM is capable of expressing the state of the total system by stiffness equations, and can cope flexibly with lack or disability of constituting members of the system by controlling stiffness matrices.

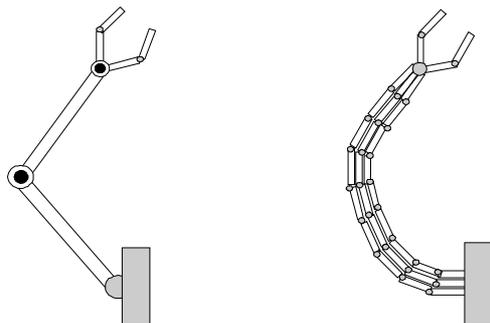
An inverse problem theory, to calculate required electric volts to obtain target displacements, is applied to the control analysis of connected actuators. Noncompatible finite element, which allows in-plane bending mode by fewer numbers of elements, is used in the FEM control program to make the real time control possible. As a result, the possibility of controlling piezoelectric actuators by the newly proposed methodology has been confirmed.

Keywords: Piezoelectric Actuators, Finite Element Method (FEM), Inverse Problem, Noncompatible Finite Element

## 1. はじめに

従来のオープンループ制御では、実験データに基づいたマッピングにより実施するのが主流であったが、実験の困難な環境下での制御、および多リンク形状を持つ系の制御などについては必然的にフィードバック制御が必要となった。また、フィードバック制御を行う際には各種センサの搭載によるシステムの肥大化が免れず、高い精度は要さないが、ある程度細かい動きを必要とする触手などの制御には不向きである。そこで一連の研究の中で、我々は未知環境下の複雑系の挙動を的確に把握可能である有限要素法 (FEM) を、圧電アクチュエータ集合体の制御法として使用することを提案した[1]。系全体を有限要素で表現することにより、系の中で機能を失ったアクチュエータが発生した場合でも、その部分の材料定数を変化させて再び剛性方程式を組み直すことにより、系全体の機能を把握した柔軟な制御が可能となる。

圧電アクチュエータ集合体をロボットとして機能させるには、必然的に個々のアクチュエータの動きを把握した制御が必要となる。そこで本研究では「圧電アクチュエータ集合体ロボット」の基礎となる圧電アクチュエータ単体、および数個の圧電アクチュエータで形成される集合体の FEM によるリアルタイム制御法を開発することを目的とした。制御のリアルタイム化を可能とするため、非適合モードの形状関数を導入して要素の面内曲げを許容した非適合四節点要素を開発し、要素数の低減化を目指した。この有限要素は、隣接要素との境界上で変位の連続性が保たれないために隙間が生じ、材料が若干軟化する傾向があるが、少ない要素数で十分使用に耐え得る精度を確保することが可能となる。本研究では、バイモルフ型圧電アクチュエータの制御電圧の算出手法として、有限要素法による単純化逆解析理論[2]を取り入れた。



(a) 従来のロボットの機構部 (b) 圧電アクチュエータ集合体ロボット

Fig. 1: 圧電アクチュエータ集合体ロボット

## 2. 圧電アクチュエータ制御用の逆解析理論

本研究で、バイモルフ型圧電アクチュエータの制御電圧を求める際に用いた逆解析理論[2]は以下の通りである。

圧電性を考慮した静的状態の剛性方程式は、荷重 $\{f\}$ が与えられない場合は次のように表される。

$$[K_{uu}]\{u\} = -[K_{u\phi}]\{\phi\} \quad (1)$$

ここで、制御電圧 $\{\phi\}$ を求めるには $[K_{u\phi}]$ の逆行列が必要となるが、 $[K_{u\phi}]$ が非正方向行列であるために逆行列は存在しない。そこで、圧電アクチュエータの板厚を $t$ 、表面の電圧を $\phi_0$ 、アクチュエータ内の節点における中央面からの距離を $d_i$  ( $i$ 節点番号) とすることにより、各節点における電圧を(2)式で与え、(1)式の右辺を(3)式のように簡略化する。

$$\phi_i = \frac{2d_i}{t} \phi_0 = C_i \phi_0 \quad (2)$$

$$-[K_{u\phi}]\{\phi\} = -[K_{u\phi}]\{C\} \phi_0 \quad (3)$$

次に、強制変位法を用いてアクチュエータ先端の自由度 (番号 $b$ ) に目標変位を与えると、その自由度には反力 $f_b$ が生じる。この反力と(3)式の右辺の相当する成分とを比較する。

$$\begin{aligned} f_b &= \alpha_{ne} \{k_{b1} C_1 \phi_0 + k_{b2} C_2 \phi_0 + \dots + k_{bn} C_n \phi_0\} \\ &= \alpha_{ne} \sum_{i=1}^n k_{bi} C_i \phi_0 \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $k_{bi}$  ( $i = 1, \dots, n$ ) は $[K_{u\phi}]$ の (目標変位を与える自由度番号、節点番号) 成分である。また、 $\alpha_{ne}$  は要素分割数に依存する補正係数である。以上の操作より、制御電圧 $\phi_0$ を次のように求めることが可能となる。

$$\phi_0 = \frac{f_b}{\alpha_{ne} \sum_{i=1}^n k_{bi} C_i} \quad (5)$$

## 3. 解析に用いた有限要素の比較

FEM によるリアルタイム制御を可能とするには、少ない要素数で精度の良い解析解が得られる有限要素が必要となる。そこで、本研究では以下の3種類の有限要素を比較した。

これらの結果を見ると、面内曲げモードを許容する非適合四節

点要素では、非常に少ない要素数で収束した解を得ることができ、さらに実験値とも近い値となっていることが確認できる。このことより、圧電アクチュエータ集合体のリアルタイム制御には非適合四節点要素が最も適しているという結論に達した。

**平面ひずみ三角形要素**

形状関数:  $N_i = (a_i + b_i x + c_i y) / 2\Delta$  ( $i = 1, 2, 3$ )  
 要素辺上の変位: 線形変位のみ、適合モード

**四節点アイソパラメトリック要素**

形状関数:  $N_i = \frac{1}{4}(1 \pm \xi)(1 \pm \eta)$  ( $i = 1, \dots, 4$ )  
 要素辺上の変位: 線形変位のみ、適合モード

**非適合四節点要素**

形状関数:  $N_i = \frac{1}{4}(1 \pm \xi)(1 \pm \eta)$  ( $i = 1, \dots, 4$ )  
 $N_5 = (1 - \xi^2)$   $N_6 = (1 - \eta^2)$   
 要素辺上の変位: 曲げ型面内変位も表現可能、非適合モード

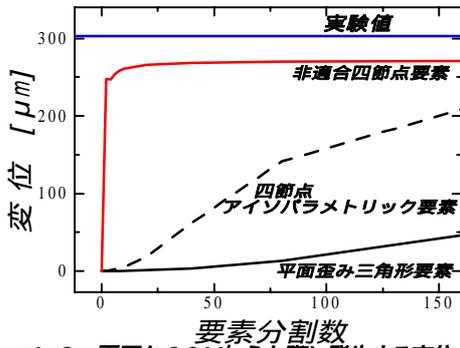


Fig. 2: 電圧を60V与えた際に発生する変位

Table 1: 収束解を得るのに必要な分割数とその解析時間 (CPU133MHz)

要素の種類	分割数	解析時間 [sec]
平面ひずみ三角形要素	800	30
四節点アイソパラメトリック要素	400	35
非適合四節点要素	2	0~1

#### 4. 圧電アクチュエータ集合体の変位制御実験

本研究では Fig. 3 のような試験体を用いて、制御実験を行った。実験では、各アクチュエータにそれぞれの目標変位を与え、それに応じて FEM 逆解析プログラムによって計算された制御電圧を印加し、一定時間の経過後に次の目標変位を与えるという、準静的な動作下での変位を測定した。また制御電圧の計算には、リアルタイム制御に適する非適合四節点要素を用いた。各アクチュエータに与えた目標変位および算出された制御電圧を Table 2 に、実験結果を Fig. 4 に示す。

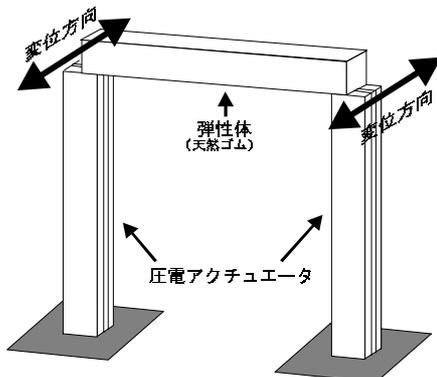


Fig. 3: 圧電アクチュエータ集合体

Table 2: 目標変位と制御電圧

時間経過	アクチュエータ	目標変位 [μm]	制御電圧 [V]
	1	0	0
	2	0	0
	1	50	16.502
	2	-50	-16.502
	1	100	33.004
	2	-100	-33.004
	1	150	49.506
	2	-150	-49.506
	1	200	66.008
	2	-200	-66.008

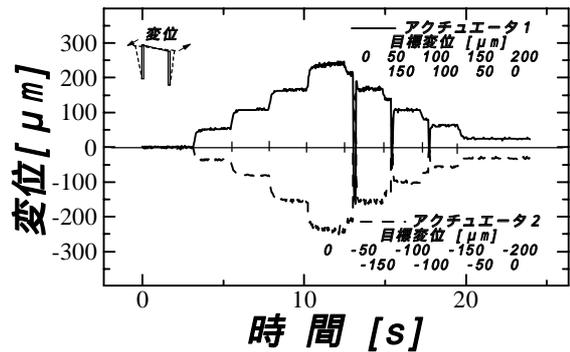


Fig. 4: 圧電アクチュエータ集合体の制御結果

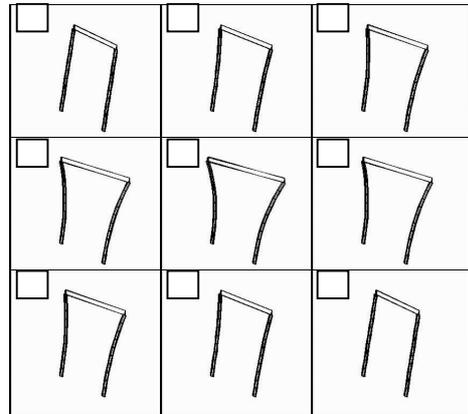


Fig. 5: 圧電アクチュエータ集合体の挙動

#### 5. おわりに

本研究では、有限要素法による逆解析理論を用いて、圧電アクチュエータ集合体のリアルタイム制御法の開発を行った。本研究で用いた圧電アクチュエータは電圧-変位関係が非線形であるために、制御電圧が大きくなると目標変位よりも大きな変位が発生することもあるが、その一方で制御電圧が小さい領域では目標変位に近い変位が得られ、精度良く制御が行えることが確認された。また逆解析では、非適合四節点要素を用いることで瞬時に制御電圧が求められ、リアルタイム制御が可能であることが確認された。今後は、本制御法を多ユニットの制御に適用し、アクチュエータの大変形、クリープおよび貫性真の検討を行う予定である。

#### 参考文献

- [1] 藤井博夫, 磯部大吾郎, 黒田洋司 "超並列有限要素ロボットの研究-概念と基礎的検討-", 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会 '97 講演論文集, Vol.B, (1997), 873-874.
- [2] 磯部大吾郎 "有限要素法による圧電アクチュエータ制御に関する一考察", 計算工学講演会論文集, 第2巻, 第3号 (1997), 1075-1078.