

# 自由表面を持つ流体中を移動する剛体球の挙動を対象とした 3次元流体FEM-個別要素法連成解析

Coupling Analysis of FEM for Fluids and DEM for a Rigid Sphere Moving in Free-Surface Flows

福島寛二<sup>1)</sup>, 田中聖三<sup>2)</sup>, 磯部大吾郎<sup>3)</sup>

Kanji Fukushima, Seizo Tanaka and Daigoro Isobe

1) 筑波大学大学院システム情報工学研究科 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台1-1-1, E-mail: s1630201@s.tsukuba.ac.jp)

2) 博(工) 筑波大学システム情報系助教 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台1-1-1, E-mail: stanaka@kz.tsukuba.ac.jp)

3) 博(工) 筑波大学システム情報系教授 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台1-1-1, E-mail: isobe@kz.tsukuba.ac.jp)

This paper presents a coupling method of rigid body motion and fluid dynamics analysis. This method is required when we develop an analysis system for damage evaluation of structure under collision of tsunami debris. We assume a debris to be a simple-shaped rigid body, and describe the process of calculation of interaction between a rigid body and fluid FEM, and then validate the results by comparing with an experimental result.

**Key Words :** Coupling analysis of fluid and rigid body, FEM, Fluid with free-surface

## 1. はじめに

津波漂流物が建物に衝突した場合、建物倒壊等の甚大な被害が出る可能性があり、衝突力の評価方法及び建物倒壊まで考慮した高精度な損傷評価法の確立が必要である。筆者らはこれまでの研究において、予め定めた津波の流速で漂流物を建物に衝突させ、損傷評価を行う手法を提案した[1]。現在、漂流物、建物の構造解析と津波流体解析を連成させ、より詳細な損傷評価を行う手法の開発を目指している。その際、漂流物、建物等の構造体と、流体である津波の相互作用を考慮する必要があるため、本報ではその手法を提案し、妥当性を検証する。

一般に三次元流体解析は自由度が多く計算負荷が高いため、並列化等により解析コードの高速化が必要となる。津波の流体解析には、近年粒子法の適用が多く検討されている。連成対象の構造体のモデル化には粒子法、個別要素法及び剛体等が用いられている[2][3][4]。粒子法はメッシュを用いずに粒子で物性値の分布を表現するため、自由表面、碎波の表現が容易であるという利点を有する。しかし、一般に粒子の大きさは解析領域で一定であり、詳細に検討したい部分だけでなく、全粒子を細かくしなければならぬ。その結果、粒子数が膨大になり、計算時間の増大につながる。また、MPIを用いた並列化による高速化を行う場合、計算領域を空間で分割し、各領域内に存在する粒子を計算するため、粒子に著しい偏りが生じた場合、各ノードに負荷を動的に分散しないと、高い並列化効率を得られない[5]。

一方、有限要素法は、適切な部位のメッシュを細かくすることで、解の精度向上を図れるという利点がある。また、形状関数を用いて任意位置の物理量を一定の計算量で取得可能であり、梁要素からなる構造物モデルへの

適切な物性値の伝達を期待できる。また、MPIを用いた並列化を行う場合、各ノードの計算対象の解析領域は一般に不変であるため、その並列化効率は比較的良い。

本研究においては、漂流物、建物の構造解析に、衝突解析や崩壊解析に実績のあるASI-Gauss法に基づく梁要素を用いたFEM解析コード[6]の適用を検討している。また、流体解析にはVOF法に基づく安定化有限要素法[7]の適用を検討している。両者の連成は双方向弱連成とする。

本報は基礎的検討として、構造体を単純形状の剛体でモデルした個別要素法と、VOF法に基づく流体FEMとの連成手法を提案し、検証する。

## 2. 流体応力から剛体の外力の算出

### (1) 剛体表面を含む流体要素の検出

図-1のような、流体メッシュと重なる剛体を考える。図中白丸は剛体外部、黒丸は剛体内部の流体節点を表す。剛体内部の節点、外部の節点の両方を含む流体要素は、剛体表面を含むことは自明である。したがって、これらの要素に対し、流体応力を剛体表面で積分し、全表面で積算することにより、流体応力から剛体に作用する外力を求める。剛体表面による流体要素の切断面は、図-2に示

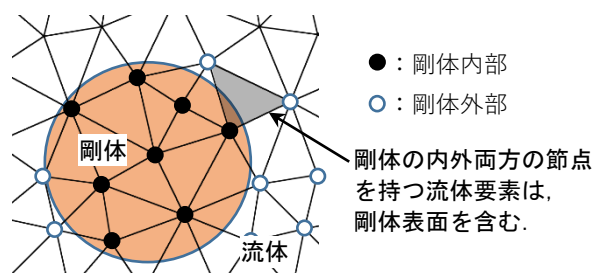


図-1 流体メッシュ中の剛体

すように三角形，四辺形のみを考える．図-2の記号は， $\mathbf{x}_k$ は節点 $k$ の位置ベクトル， $\mathbf{x}^c$ は断面の頂点 $l$ の位置ベクトル， $\{n^c\}$ は断面の法線ベクトルを表す．

## (2) 剛体の外力の算出

流体応力テンソル $[\tau]$ の各成分は下式で表される．

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (1)$$

$p$ は圧力， $\delta$ はディラックのデルタ， $\mu$ は粘性係数， $u_{i,j}$ は $i$ 方向流速 $u_i$ の $j$ による偏微分を表す．法線ベクトル $\{n^c\}$ を持つ面に働く応力 $\{f^c\}$ は，下式で計算できる．

$$[\tau]\{n^c\} = \{f^c\} \quad (2)$$

(2)式を図-2の断面に適用し，面積分することにより断面の交点における荷重ベクトルが得られる．

$$\{f^c\} = \int_{\Gamma^c} [N^c]^T [\tau] \{n^c\} d\Gamma \quad (3)$$

ここで， $\Gamma^c$ は図-2で示される三角形，または四辺形の断面である． $[N^c]$ はその三角形，または四辺形をアイソパラメトリック要素とみなした場合の形状関数 $N_l^c (l=1,2,\dots,m)$ からなる3行 $3m$ 列の行列で，下式となる．

$$[N^c] = \begin{bmatrix} N_1^c & 0 & 0 & \dots & N_m^c & 0 & 0 \\ 0 & N_1^c & 0 & \dots & 0 & N_m^c & 0 \\ 0 & 0 & N_1^c & \dots & 0 & 0 & N_m^c \end{bmatrix} \quad (4)$$

添字 $m$ は断面の頂点の数を表し，三角形断面では3，四辺形断面では4である．

(3)式で得られた切断面の交点の荷重ベクトル $\{f^c\}$ のうち，交点 $l$ のxyz3成分 $\{f_{lx}^c, f_{ly}^c, f_{lz}^c\}^T$ を，剛体の代表点に働く外力ベクトル $\{F^r\} = \{f_x^r, f_y^r, f_z^r, m_x^r, m_y^r, m_z^r\}^T$ に換算する場合，次式で計算する．ここで， $m^r$ は剛体の代表点周りのモーメントを表す．

$$\{f_x^r, f_y^r, f_z^r\}^T = \sum_{l=1}^m \{f_{lx}^c, f_{ly}^c, f_{lz}^c\}^T \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} m_x^r \\ m_y^r \\ m_z^r \end{Bmatrix} = \sum_{l=1}^m \begin{Bmatrix} y_l^{rc} f_{lz}^c - z_l^{rc} f_{ly}^c \\ z_l^{rc} f_{lx}^c - x_l^{rc} f_{lz}^c \\ x_l^{rc} f_{ly}^c - y_l^{rc} f_{lx}^c \end{Bmatrix} \quad (6)$$

ただし， $x^{rc}, y^{rc}, z^{rc}$ は，剛体の代表点位置を基準とした切断面の頂点の位置ベクトルの成分を表す．(5)(6)式により求まる荷重ベクトルを，剛体表面を含む全要素で合算した値を剛体に作用する外力とする．

なお，本手法では図-3に示すように，剛体内部に節点が含まれない流体要素は，剛体表面を含むかどうか検出することができず，その要素内の剛体表面に作用する応力は考慮することができない．この課題について，本報では流体要素のサイズを十分に小さくすることで対応する．

## 3. 剛体の運動方程式

剛体の代表点周りの運動方程式は，次式となる．並進方向と回転方向の連成を生じさせないため，重心を代表点とする．

$$\begin{bmatrix} M^r & 0 \\ 0 & I^r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}^r \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}^r \end{Bmatrix} = \{\mathbf{F}^r\} + \begin{bmatrix} M^r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \{\mathbf{g}\} \quad (7)$$

ここで， $M^r$ は剛体の質量行列， $I^r$ は重心周りの慣性行列であり，両者ともに3行3列の対角行列である． $\mathbf{q}^r, \boldsymbol{\omega}^r$ はそれぞれ剛体の変位ベクトル，角速度ベクトルであり， $\{\mathbf{g}\}$ は重力加速度ベクトルである．個別要素法で複数の剛体の接触を扱う場合，剛体間の作用力を運動方程式に考慮するが，本報では剛体1個のみを解析対象とするため，剛体間の作用力の無い(7)式を解く．数値積分法は，Newmark- $\beta$ 法( $\beta=0.25$ )とする．

## 4. 剛体から流体要素への応答値，物性値の反映

(7)式により，時刻 $t$ における剛体の位置，速度が求まる．この時の剛体と流体節点の位置関係と速度を図-4に示す．

剛体と重なる流体節点の流速ベクトル $\{u\}$ は，剛体の運動により拘束されるものとし，次式で与える．

$$\{u\} = \{\dot{\mathbf{q}}^r\} + \{\boldsymbol{\omega}^r\} \times \{\mathbf{x}^r\} \quad (8)$$

ここで， $\{\mathbf{x}^r\}$ は剛体代表点を基準とした流体節点の位置ベクトルである．剛体と重なる流体の密度は剛体の密度と同じ値とする．

また，本手法では流体要素長は剛体の大きさよりも十分小さいとみなし，剛体から流体節点へ反映する各値に，流体要素中に占める剛体の体積割合は考慮していない．

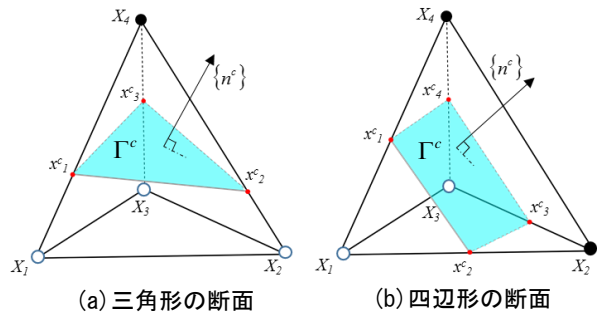


図-2 剛体表面による流体要素の切断面

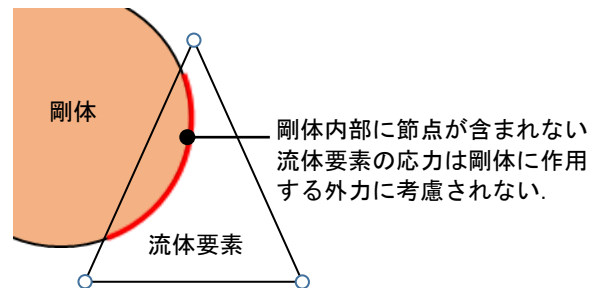


図-3 本手法で流体応力が考慮されない例

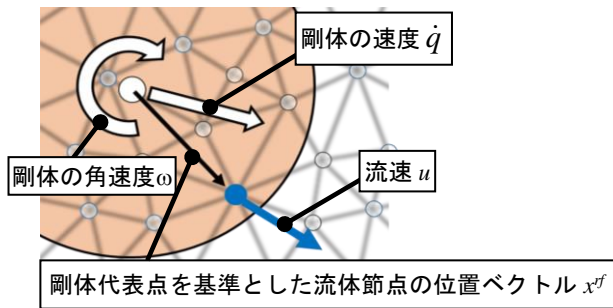


図-4 剛体の速度、角速度と流体節点の流速

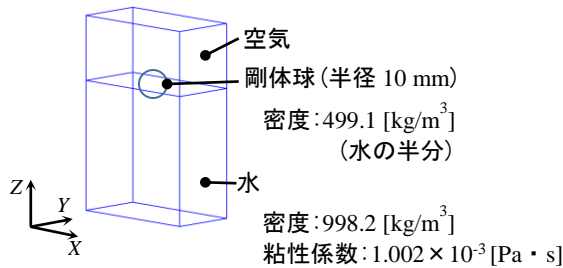


図-5 モデル俯瞰図

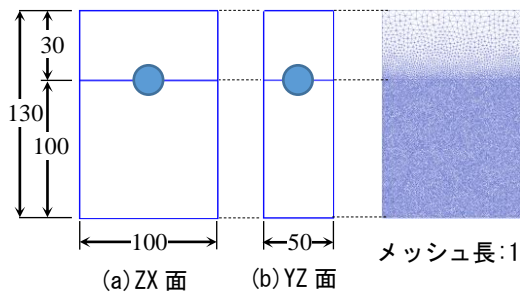


図-6 モデル立面図及びメッシュ図 [単位: mm]

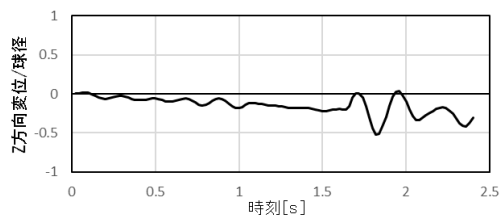


図-7 Z 方向変位/球径の時刻歴

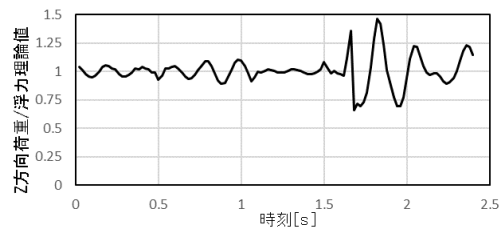


図-8 Z 方向荷重/浮力理論値の時刻歴

## 5. 水面に浮かぶ剛体球の解析

### (1) 解析概要

本手法の妥当性を確認するため、浮力と重力が釣り合うように密度を与えた剛体球を水面に浮かべた時の挙動を、VOF法に基づく流体FEMと連成させ解析した。

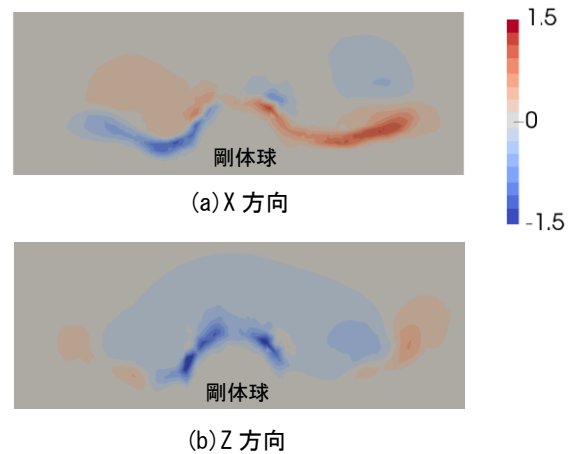


図-9 0.02 s における剛体球周辺の流速 (単位: mm/s)

### (2) 解析モデル

解析モデルとメッシュ図を図-5,6に示す。直方体の流体解析領域の上部を空気、下部を水とした。水面高さに中心が位置するように剛体球を配置し、静止状態から2.5秒間解析した。時間刻みは2 msとした。

### (3) 解析結果と考察

図-7に、剛体球の中心のZ方向変位の球径に対する比の時刻歴を示す。図-8に、Z方向荷重の浮力理論値に対する比の時刻歴を示す。Z方向変位は、1.5 sまで振動しながら徐々に下方に移動し、その後大きく振動している。Z方向荷重も同様に、浮力理論値を中心とした振動が確認できる。浮力の効果は得られているが、静止すべき剛体が振動を起しており、流体力の評価に課題が残る。

不安定な挙動の原因として、本手法では剛体の速度を剛体位置の流体節点に反映した後、それらの節点を拘束せずに流体解析を行っていることが考えられる。図-9に剛体球の周辺の流速のX, Y方向のコンター図を示す。これより、剛体球の頂部から表面に沿って落ち、水平方向に広がっていく不自然な流速が確認できる。この流速は全時刻にわたって確認できた。重力等により剛体内に発生した圧力勾配が、剛体外に流速を発生させていると思われる。今後の検討課題である。

## 6. 容器壁面近傍の粒子の落下実験[8]の解析

### (1) 実験概要

物体が境界面付近を移動する場合、物体周辺に生ずる流れが壁面の影響を受け、物体の運動に影響を与える場合がある。この影響の評価のため、模型実験が行われた[8]。図-10に試験体概略図を示す。水槽内の壁面近傍から粒子(アクリル円柱)を自由落下させ、中心位置の軌跡を記録した。粒子の直径は20 mm、比重は1.2である。

### (2) 解析概要

図-11に解析モデル図を示す。粒子を剛体でモデル化する。空気、水の物性値は図-5と同一とし、実験と等しく比重1.2となるように剛体の密度を与えた。流体要素のメッシュ長は1 mm、時間刻みは1 msとした。

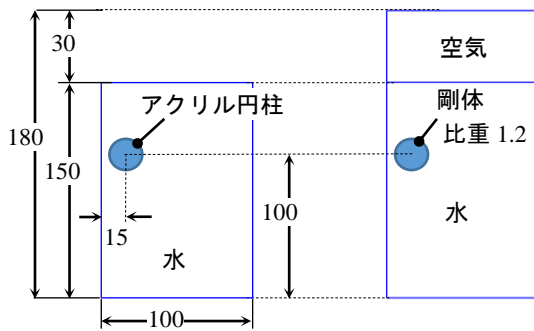


図-10 試験体概略図(単位[mm])

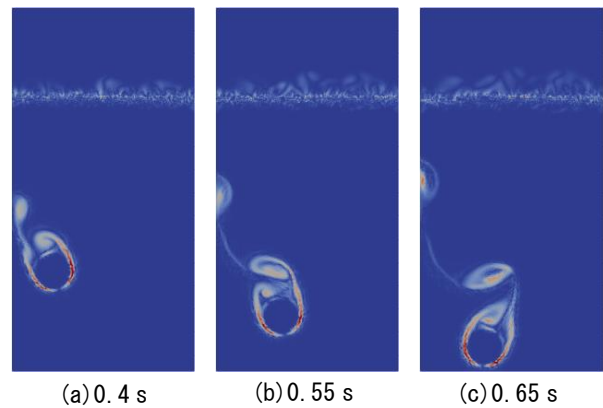


図-13 各時刻の渦度コンター図

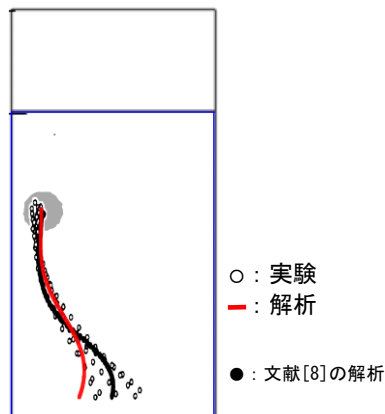


図-12 剛体中心の軌跡

### (3) 解析結果と考察

図-12に剛体中心の軌跡の実験との比較を示す。これより、本手法による軌跡は実験結果の平均的な軌跡よりも壁側に寄っていることが分かる。図-13に各時刻の渦度のコンター図を示す。0.4 sの時点で剛体の右上に渦が発生しており、これにより右方向に力が働き、0.55 sの時点ではその渦が離れ、左上に新たな渦が発生することで左方向に力が発生していることが分かる。これらより、本手法による定量的な評価には課題が残るが、流体と剛体の動的な連成効果を得られることは確認できた。

## 7. まとめ

流体中にある剛体が流体から受ける力を、剛体による流体要素の切断面での面積分により求めて剛体解析をし、得られた剛体の速度を流体節点に反映させてVOF法に基づく流体FEM解析で解く手法を提案し、実験との比較により妥当性を確認した結果、以下の知見を得た。

- ・水面に浮かぶ剛体の解析では、静止すべき剛体から不自然な流速が発生し、剛体、流体が不自然な挙動を示した。流体力の評価に課題が残る。

- ・容器壁面近傍の粒子落下実験の解析では、後流渦の発生が確認でき、また、剛体の中心点の実験結果と似た曲線の軌跡を描き、本手法により流体と剛体の動的な連成効果を得られることは確認できた。

### 参考文献

- [1] 荻野弘明，磯部大吾郎：津波漂流物の衝突解析による津波避難ビルの安全性評価，計算工学講演会論文集，Vol.27，pp.352-353，2014.
- [2] 土木学会 地震工学委員会：対津波設計のベンチマークテストに関する論文集，pp.12-13，2016.9.
- [3] 金田義行：防災・減災に資する地震津波シミュレーション研究，計算工学，Vol.18，No.1，pp.7-10，2013.
- [4] 浅井光輝，伊津野和行，磯部大吾郎：粒子法による流体剛体連成解析法による橋流出シミュレーションとV&V，第29回計算力学講演会論文集，2016.9.
- [5] 西浦泰介，古市幹人，都築怜理，阪口秀：動的負荷分散を実装した粒子法に対する通信と計算のオーバーラップによる効果，第29回計算力学講演会論文集，2016.9.
- [6] チョウ ミヨウリン，磯部大吾郎：飛行機の衝突に伴う骨組鋼構造の崩壊解析，日本建築学会構造系論文集，第579号，pp.39-46，2004.5.
- [7] 田中聖三，孫方涛，堀宗朗，市村強，ラリス マッデゲダラ：動的津波荷重による構造物の破壊解析の基礎的研究，土木学会論文集，Vol.69，pp.903-908，2013.
- [8] 牛島省，竹村雅樹，山田修三，禰津家久：非圧縮性流体解析に基づく粒子-流体混合系の計算法 (MICS) の提案，土木学会論文集，No.740/II-64，pp.121-130，2003.8.