超多自由度系の制御に向けた並列的解法の活用

磯部大吾郎（筑波大）

Application of Parallel Solution Scheme Towards Hyper Multi-Freedom System Control

Daigoro ISOBE (University of Tsukuba)

The parallel solution scheme of inverse dynamics developed by using the finite element method, can cope with any link systems as a unified scheme, regardless of their boundary conditions or member stiffnesses. It is possible since the scheme calculates the dynamics by using a matrix form, variable-isolated equation derived in the Cartesian coordinates and in the dimension of force. In this paper, we describe the essence of the scheme that enables us to apply efficiently against hyper multi-freedom systems.

1. 緒言

連続体力学に基づく数値解析手法として広く利用される有限要素法の特長を活用し，形態や部材剛性に依存せずに様々なリンク系に対応できる並列的逆動力学計算法が開発された[1][2]．並列的解法では，力の次元の運動方程式で並列的に求められる節点力を，力学的な関係に基づいて関節トルクに変換する．その際，力，座標変換，長さの次元に関する成分が個々のマトリックスに分離される．これは，従来の動力学方程式が全ての成分が混在した形であるのとは大きく異なる点であり，そのためリンク系のダイナミクス変化に柔軟に対処できるだけでなく，力制御の際にヤコビ行列を必要としないなどの簡便性をも持ち合わせる．

本解法は，ロボットの動作が多様化し開・閉ループ系が高速に切り替わる，あるいは混在するといった状況が発生した場合に，逆動力学の統一的解法としての威力を発揮することが予想される．さらに，結合データのみで機構の表現が可能な点で超多自由度系に，有限要素アプローチをとる点で柔軟リンク系にも適している．本報告では，並列的解法の中で取り扱われる変数分離型トルク換算式について解説し，開・閉リンク系，剛体・柔軟リンク系，簡単・複雑系を問わず対処可能な，本解法の特質について議論する．また特に，超多自由度系とその一種ともいえる柔軟リンク系に焦点を当て，それらの制御に向けた考察を行う．

2. 並列的逆動力学計算法

一般にリンク系の動力学方程式はニュートン･オイラー法やラグランジュ法を用いて導出され，次式のような形となる．

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \tag{1}$$

ここで，右辺第一項は慣性力項，第二項は遠心力およびコリオリ力項，第三項は重力項である．また，θ，$\dot{\theta}$，$\ddot{\theta}$はそれぞれ，リンク間の相対回転角，相対回転角速度，相対回転角加速度である．すなわち，上式は相対回転座標系に基づいて定式化されるため，各パラメータが相互に依存し合い，リンク系の構造が変化した場合には方程式の大部分の書き換えが必要となる．さらに，閉ループ系や枝分かれ系などの複雑なリンク系の場合には方程式の導出そのものが困難となり，特殊な工夫が必要となる[3][4]．

一方，並列的逆動力学計算法では，以下の式によってトルクを算出する[1][2]．

$$\{\tau^n\} = [L^n][T^n]\{P^n\} \tag{2}$$

ここで，$[L^n]$は部材長マトリックス，$[T^n]$は座標変換マトリックス，$\{P^n\}$は節点力に関するベクトルである．右上添え字は総リンク数を示す．このうち，$\{P^n\}$には時々刻々の節点力増分が加算され，節点に作用する力の並進方向成分および回転方向成分の値が並ぶ．$[T^n]$には，全体座標系から要素座標系への変換，リンク間の位置関係を示す情報が含まれる．$[L^n]$にはリンク長などの成分が並び，それらの成分の配列状態によってリンク系の構造が陽に表現される．このように，完全に変数分離されたトルク換算式を利用することにより，その拡張性・柔軟性は高くなり，リンク系の形状を表す入力データを操作するだけでその構造変化に対応できるだけでなく，力制御への直接適用や前処理の大幅な軽減など，多くの利点が生み出された．詳細については文献[1][2]などを参照されたい．

3. 超多自由度系への適用

前述の部材長マトリックス$[L^n]$は，例えば開ループ n リンク系では下記のように表現される．

$$\begin{bmatrix} L^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 & \cdots & L_{n-1} & L_n \\ & L_2 & \cdots & L_{n-1} & L_n \\ & & \ddots & \vdots & \vdots \\ & 0 & & L_{n-1} & L_n \\ & & & & L_n \end{bmatrix} \tag{3}$$

ここで，個々の成分L_i (i =1,･･･, n)の右下添え字はi番目のリンクに関するマトリックスであることを示し，このマトリックスには個々のリンクの情報，すなわち重心までの距離やリンク長などの成分が入る．$[L^n]$の基本形態は n の値によらず不変であり，また，従来の動力学方程式を支配する変数相互の依存関係は存在しない．そのため，nの値が大きな超多自由度系へも，低自由度系の場合と同様に容易に適用可能である．

Fig.1 に示すリンク系（n =100）に”とぐろを巻く” ような

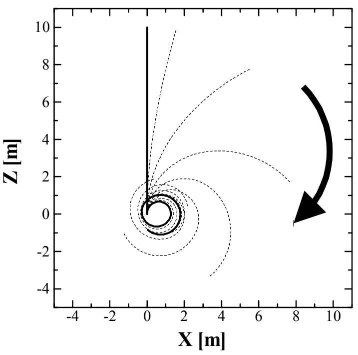


Fig.1 Target trajectory for 100-link mechanism

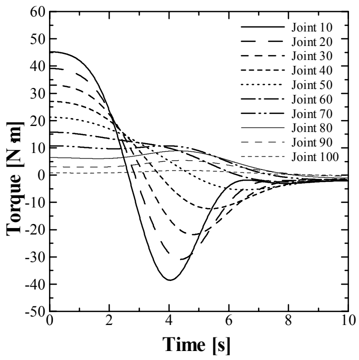


Fig.2 Joint torque curves for 100-link mechanism

水平面内動作（動作時間 10 秒）を与え，その際に必要なトルクを並列的解法により算出した. 10 関節ごとのトルク曲線を Fig.2 に示す. 動作時間 1 秒当りの計算時間が 33.6 秒（CPU: Intel Pentium III 600MHz, RAM: 383MB の PC 使用）と，まだリアルタイム制御には不適であるが，その算出過程の容易さはユーザにとって利用価値が高いものと思われる.

4. 柔軟リンク系への適用

前述の節点力に関するベクトル$\{P^n\}$は，具体的には以下のように表される.

$$\{P^n\} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ P_n \end{Bmatrix},\ where\ \{P_i\} = \begin{Bmatrix} F_{iX} \\ F_{iY} \\ F_{iZ} \\ \sum_{j=i+1}^{n} F_{jX} \\ \sum_{j=i+1}^{n} F_{jY} \\ \sum_{j=i+1}^{n} F_{jZ} \\ F_{i\phi X} \\ F_{i\phi Y} \\ F_{i\phi Z} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

ここで，ベクトル$\{P_i\}$の第 1〜3 成分は節点力の並進方向成分，第 4〜6 成分はリンク先端に作用する合力の並進方向成分，第 7〜9 成分は節点力の回転方向成分である. 高精度化のためリンクを構成する要素数が増加する場合には，第 1〜3, 第 7〜9 成分が節点数の分だけ自動的に増加する. 例えば柔軟リンク系に適用した場合，その変形量が小さければリンク当りの要素数は少なくて済む（線形チモシェンコはり要素では 2〜4 要素，3 次はり要素では 1 要素）が，Fig.1 のような大変形を伴う場合には要素分割の細分化が必要となり，計算時間短縮のための工夫が必要となることが予想される.

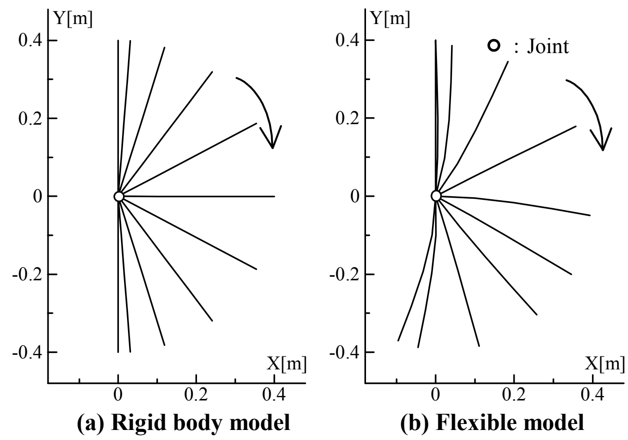
各節点に作用する節点力の大きさは，各節点に入力される加速度成分によって決まる. すなわち，部材がたわむ際に生じる加速度が目標軌道の加速度成分に含まれれば，それに相当する節点力が算出され, (2)式によって相当するトルクが求められる. 上記を利用した軌道計算アルゴリズムが有限要素法を用いて構築され，柔軟リンク系の逆動力学計算に適用された[2]. Fig.3〜5 にその一例を示す. 剛体リンク系の軌道（Fig.3(a)）と部材たわみを考慮した軌道（Fig.3(b)）から，Fig.4 に示すトルク曲線が算出される. 柔軟リンク系のトルク曲線は，剛体リンク系のトルク曲線を中心に，リンク部材が有する固有周期で振動することが確認された. また，Fig.5 にはリンク根元に働く軸力を示すが，このような情報を出力できるのも，有限要素法を用いた場合の利便性の一つである.

5. 結言

本報告では，並列的逆動力学計算法に用いられるトルク換算式の各マトリックスの特質に触れ，その特長を利用した超多自由度系および柔軟リンク系の逆動力学計算例を示した. 本解法をこれらのリンク系の制御に適用する前には様々な問題をクリアする必要があるが，異種のリンク系に対し同一の解法で対応できることは，大きな利点であるといえる. 現在，本解法を利用した，柔軟リンク系に対するフィードフォワード制御実験が進行中である.

参考文献

[1] 磯部大吾郎，“有限要素法を用いたリンク機構の逆動力学計算”，日本ロボット学会誌，20(6)，647-653，2002.
[2] 磯部大吾郎，今泉大作，“リンク系の部材剛性に依存しない統一的逆動力学計算法”，日本機械学会論文集（C 編），70(691)，728-735，2004.
[3] 杉本 浩一，“閉ループ機構の運動方程式の導出”，日本ロボット学会誌，15(3)，460-467，1997.
[4] 中村 仁彦，山根 克，永嶋 史朗，“構造変化を伴うリンク系の動力学計算法とヒューマンフィギュアの運動計算”，日本ロボット学会誌，16(8)，1152-1159，1998.



(a) Rigid body model **(b) Flexible model**

Fig.3 Kinematics of a manipulator

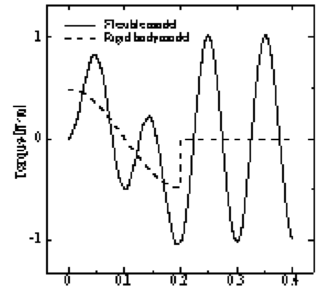


Fig.4 Joint torque

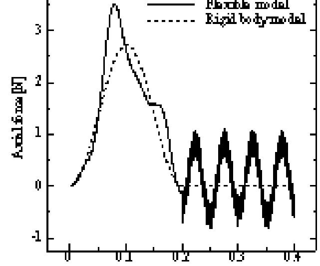


Fig.5 Axial force