

有限要素法を用いた閉リンク機構の逆動力学計算

CALCULATION OF INVERSE DYNAMICS FOR CLOSED-LOOP LINK MECHANISMS USING FEM

磯部 大吾郎¹⁾

Daigoro ISOBE

1) 工博 筑波大学講師 機能工学系 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台1-1-1, isobe@kz.tsukuba.ac.jp)

In this paper, a scheme using Finite Element Method (FEM) for calculating inverse dynamics is applied to closed-loop link mechanisms. In this scheme, the entire system is subdivided into discrete elements and evaluated as a continuum. A single link structure of a pin joint and a rigid bar is expressed by using the Shifted Integration technique. It calculates nodal forces by evaluating equations of motion in matrix form, and thus information in the entire system can be handled in parallel. The obtained nodal forces are then used to calculate joint torque in the system. A simple numerical test on a closed-loop link mechanism is carried out, and it is verified that the scheme can be used as a unified calculation scheme independent to system configuration.

Key words: Closed-Loop Link Mechanism, Inverse Dynamics, Finite Element Method, Shifted Integration Technique

1. はじめに

ニュートン・オイラー法やラグランジュ法などの従来の手法によるリンク機構の逆動力学計算法では、閉ループ系が存在する機構について計算する際には大きな困難を伴う。これは、前者では外向き・内向き計算を経てリンク間の相互依存変数を求めるため、系が閉じると動力学方程式の導出が不可能となるからであり、後者では拘束条件を加味した方程式の導出過程が非常に煩雑となるからである。そこで、閉ループの一部を切断して開ループ系の集合として拘束条件を設定し、ニュートン・オイラー法により力学的に解く方法[1]などが考案されているが、複雑な機構ではパラメータ数が増大し、その拘束条件を導出する過程も複雑となる。また、実際のロボットの動作では、系内に開ループと閉ループが交互に発生し、動力学方程式（または計算アルゴリズム）を瞬時に入れ替える必要性が生じる場合がある。特に、ロボットの動作が高速化して力制御の重要性が増すと、このような場合に柔軟に対応できる統一的な逆動力学計算法が必要となることが考えられる。

筆者らは、冗長性の高い系の制御を並列的に処理する手法として有限要素法(FEM)を適用することを提案し、圧電アクチュエータ集合体を連続体とみなした系のFEMによる制御を試みた[2][3][4]。その結果、連続体の一部としてアクチュエータに必要な電圧が算出され、個々のアクチュエータが独立にはなく、系の一部として制御されることが実験によって確認された。FEMは、節点を介した微小要素ごとの情報を全体系のものに重ね合わせ、マトリックス形式の全体方程式により解を求め

る手法である。すなわち、個々の有限要素の性状を表す構成式さえ良好に近似されていれば、系全体の挙動を把握し制御することが可能となる。

次に文献[5]では、FEMを剛体マニピュレータの逆動力学計算法として適用することを提案した。ここでは2次元の開リンク系を連続体とみなし、目標軌道上を動かすために必要な節点力をFEMにより算出し、これを利用して関節トルクを求めるアルゴリズムを構築した。節点力を並列的に求解可能である本手法の特長を用いると、リンク数が多い場合にも容易に計算できるだけでなく、系に構成変化が生じた場合にも柔軟に対応できることが確認された。

FEMを用いた手法では、系全体を有限要素で離散化し、要素座標系における各要素の情報を直交座標系に基づく全体座標系の情報に変換してから重ね合わせる、いわゆる並列的なアプローチをしている。そのため開リンク系の場合と同様に、系が閉じた場合にも各要素の節点力は並列的に求められ、これを関節トルクに変換することによって逆動力学が計算される。また、この特長を利用すると、トルク配分比や受動関節位置の変化などにも柔軟に対応した計算が実施できるものと思われる。

本報告では、リンク機構に対する統一的逆動力学計算法の開発の一環として、FEMによる手法を閉リンク機構の問題へ適用する。そして、受動関節が1つの簡単な2次元閉リンク機構のトルク算出問題について考察し、本手法の有効性について検証する。

2. 有限要素法による節点力の導出過程

リンク機構のモデル化には、本来は骨組構造の有限要素解析に用いられる Shifted Integration 法(SI 法)[6]を適用した .モデル化の詳細については文献[5]を参照されたい . SI 法を用いると要素端に関節を表現することが可能となるため、1本のリンクを2つの線形要素に分割し、要素によって表現し、要素数の削減により計算時間の大幅な短縮化を図ることが可能となる .

仮想仕事の原理より、時刻 $t + \Delta t$ における増分型の運動方程式は以下ようになる .

$$[M]f\ddot{u}_{g,t+\Delta t} + [C]f\dot{u}_{g,t+\Delta t} + [K]f\Delta u_g = fF g_{t+\Delta t} \Delta t \dot{R} g_t \quad (1)$$

$$f\dot{u}_{g,t+\Delta t} = f\dot{u}_{g,t} + f\dot{\Delta u}_g \quad (2)$$

ここで、 $[M]$ は集中質量マトリックス、 $[C]$ は減衰マトリックス、 $[K]$ は剛性マトリックス、 $f\ddot{u}_g$ は節点加速度ベクトル、 $f\dot{u}_g$ は節点速度ベクトル、 $f\dot{\Delta u}_g$ は節点変位増分ベクトルである . また、 $\{F\}$ は外力ベクトル、 $\{R\}$ は要素内力ベクトルである . 本報告では剛体リンク系を取り扱うため、 $[K]$ および $[C]$ を無視して上式を整理すると、節点力増分は以下の式で求められる .

$$f\dot{\Delta u}_g = fR g_t \Delta t - fF g_t \Delta t$$

$$[M] \left(\frac{1}{2\Delta t^2} f\dot{\Delta u}_g \Delta t^2 + \frac{1}{\Delta t} f\dot{u}_{g,t} \Delta t + \left(\frac{1}{2\Delta t} \Delta t \right) f\dot{u}_{g,t} \right) \quad (3)$$

ここでは、直接時間積分法の一つである Newmark の法 ($\beta = 1/4$) を使用した . 上式によって算出した節点力増分を逐次加算することにより、各リンクが目標軌道上を動作するために必要な節点力を算出する .

3. 閉リンク機構のトルク算出過程

有限要素法の逆解析アルゴリズムにより節点力を求めた後、これを関節トルクに換算する . n 本のリンクによって構成される閉リンク機構内の i 番目のリンクには、図1に示すようにその重心に作用する並進力に起因する回転モーメント、先の関節に作用する $i+1 \sim n$ リンクの並進力の合力に起因する回転モーメント、および重心回りに作用する慣性モーメントが生じる . したがって i 番目のリンクに必要な $X-Z$ 平面内の関節トルク τ_i は、これらの和に

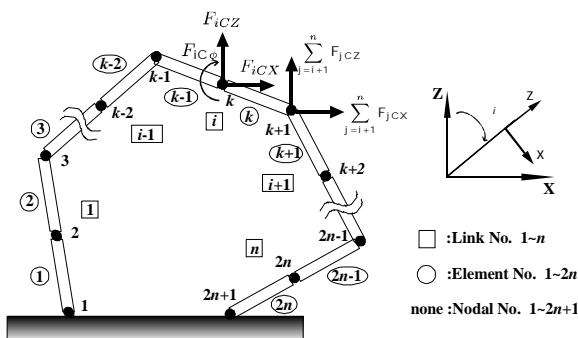


Fig.1 Nodal force acting on i -th link in closed-link mechanism

$i+1$ 番目のリンクの関節トルク τ_{i+1} を加算したものとなり、要素座標系の節点力を用いると

$$\dot{U} = l_{ic} F_{icx} + l_i \left(\sum_{j=i+1}^n F_{jcx} \right) + F_{icu} + \dot{U}_{i+1} \quad (4)$$

と与えられる . ここで、 l_{ic} は関節から重心位置までの距離、 l_i はリンクの長さ、 (SF_{jcx}) は合力を示す . 変数右下の添字 i, j などは対象とするリンクの番号を示し、 C は重心位置での成分、 x, z は要素座標系の各軸方向成分、 X, Z は全体座標系の各軸方向成分、 U は Y 軸回りの成分であることを示す .

式(4)を $i=1, \dots, n$ について並べてマトリックス形式に直し、全体座標系で整理すると、関節トルクベクトルは

$$f\dot{U}^n = [L^n][T^n]fP^n g \quad (5)$$

と表現できる[5]. ここで、 $\{P^n\}$ は $5n \times 1$ の全体座標系における節点力に関するベクトル、 $[T^n]$ は $5n \times 5n$ の全体座標系からリンク(または要素)座標系への変換マトリックス、 $[L^n]$ は $n \times 5n$ の部材長マトリックスである . 成分数は全て2次元の場合である . また、添字 n は対象とする機構の総リンク数を示す . 2次元リンク機構の場合の部材長マトリックスは、次式のような上三角行列として表現される .

$$h \quad i \quad L^n = \begin{pmatrix} L_1 & L_2 & L_3 & \ddots & \ddots & \ddots & L_n & \\ & L_2 & L_3 & \ddots & \ddots & \ddots & L_n & \\ & & L_3 & \ddots & \ddots & \ddots & L_n & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots & L_n & \\ & & & & \ddots & \ddots & L_n & \\ & & & & & \ddots & L_n & \\ & & & & & & L_n & \\ & & & & & & & L_n \end{pmatrix} \quad (6)$$

ただし、

$$L_i = \begin{pmatrix} h & i & h & i \\ l_{ic} & 0 & l_i & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

である . 要素座標系に変換された節点力に関するベクトル $[T^n]\{P^n\}$ が上記のマトリックスと掛けられることによって、対象とするリンクより先の節点力情報が加算される . さらに、部材長マトリックスを次式のように複数の領域に分け、受動関節の位置、および各能動関節が受け持つトルク配分を操作する .

$$[L^n] = \begin{pmatrix} L^a & 0 \\ 0 & L^b \end{pmatrix} \quad (8)$$

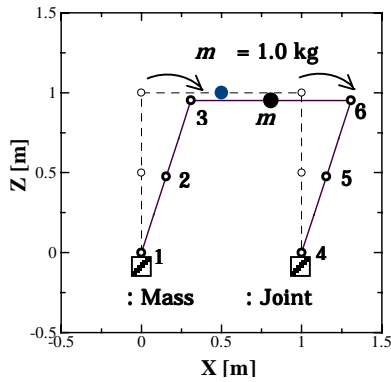


Fig.2 Target trajectory for closed-loop link mechanism

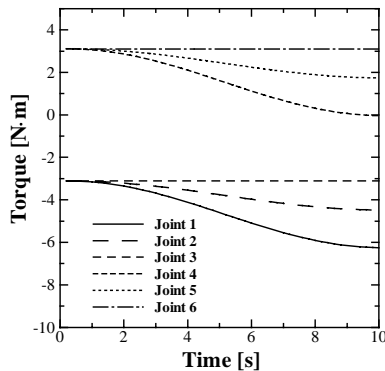


Fig.3(a) Calculated torque curves (case 1)

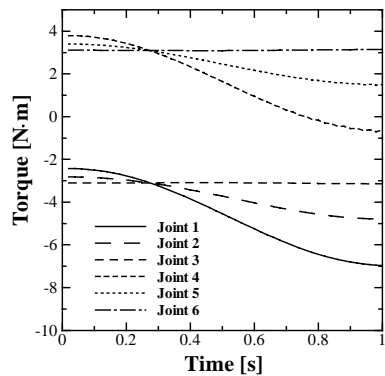


Fig.3(b) Calculated torque curves (case 2)

上式は、閉リンク機構を a 本と b 本のリンクに分け ($a+b=n$)、その連結部に受動関節がある場合の部材長マトリクスである。式(3)で逐次的に算出された節点力増分を式(5)に代入してトルクの次元に変換することにより、機構内の n 個の関節トルクを並列的に求めることが可能となる。

4. 数値例

図 2 に示すようなはり中央部に質点を載せた簡単な閉リンク機構に目標軌道を与え、算出されるトルク曲線を考察して本アルゴリズムの有効性について検証した。モデルは 6 つの能動関節を有し、機構上部の受動関節に 1kg

の質量を配している。各リンク部材の長さを 0.5m とし、それぞれの部材の重心位置にも部材の質量を分配した。動作時間が 10 秒間の場合(case1)と 1 秒間の場合(case2)について解析を行い、算出されたトルク曲線を図 3 に示す。図 3(a)の case1 の場合には非線形項の影響が少ないため、初期トルクが関節 3 および 6 で質量 m と部材の質量を支えるのに必要なトルクと一致している。また、機構が傾くにつれてトルク値が負の方向に増大している(トルクは時計回りが正)。最終的なトルクの数値も、理論的な値と一致した。図 3(b)の case2 の場合には、動作時間が短いため初期トルクや曲線の上下幅などに変動が見られ、非線形項の影響が考慮された妥当な結果であることが分かる。

次に、本モデルの向かって左側と右側の関節のモータが受け持つトルク配分比を変え、このときのトルク曲線の変化を調べた。図 4 に配分比を 4:1 にした場合のトルク曲線を示す。左側の関節 1,2,3 の負担が全体的に増加し、一方、右側の関節 4,5,6 の負担が減少していることが確認できる。FEM を用いた手法では、個々の節点に作用する節点力を独立に求めるため、このように各関節が受け持つトルク配分比を自由に变化させることが可能である。これは、例えば複雑な運動をする歩行ロボットの機構設計をする際に有用な特長であると考えられる。

さらに、図 5 のように質点を配した受動関節を右側の節点に配置した場合の解析を行った。この場合にはトルク配分比を 1:1 に戻した。図 6 にこの場合のトルク曲線を示すが、質点までの距離が長くなった分だけ左側の関節の負担が増大していることが分かる。逆に右側の関節は、質点までの距離が短くなった分だけ負担が減少している。関節 4 では、質点および部材の重量を支えるためのトルクが算出されている。このように、受動関節の位置が変化するなど機構に構成変化が生じた場合にも、本手法では入力データを書き換えるのみで対処が可能である。また、受動関節での拘束条件を考慮する必要がなく、ソフトウェア内の運動方程式などの記述を変える必要がない。本手法が有するこの簡便性は、様々な閉リンク機構のパラメータ設計をする際に有用となる。

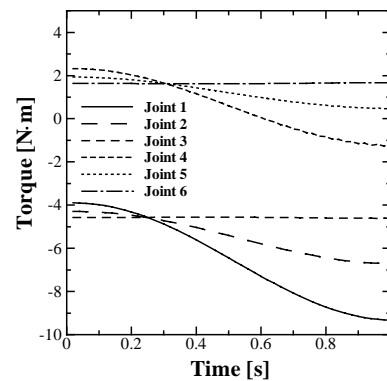


Fig.4 Calculated torque curves (torque distribution ratio = 4:1)

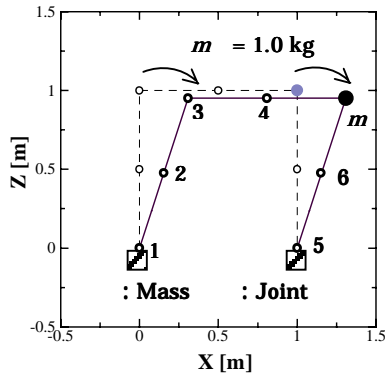


Fig.5 Target trajectory (passive joint at different point)

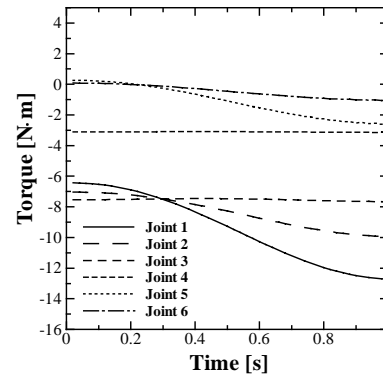


Fig.6 Calculated torque curves (passive joint at different point)

5. 結論

開リンク機構の逆動力学計算に適用しその有効性が立証されている FEM による手法を、本報告では閉リンク機構の逆動力学計算に適用した。一般的なラグランジュ法や、複数の仮想的な開リンク機構に分割して拘束条件を操作する方法ではその実施に困難が伴うが、本手法は開リンク機構に対するアルゴリズムをほとんど変更することなく容易に閉リンク機構に適用でき、機構形態に依らない統一的な逆動力学計算法となり得ることが確認できた。今後は、3次元の閉リンク系への適用、複数の受動関節が存在する閉リンク系への適用、および動作過程で開・閉ループ系が交互に生じる機構問題への適用を検討していきたい。

参考文献

- 1) 中村 仁彦：パラレルメカニズムの動力学，日本ロボット学会誌，Vol.10, No.6, pp.709-714, (1992).
- 2) 磯部大吾郎，中川 恒：FEM による圧電アクチュエータ集合体のリアルタイム並列制御，日本機械学会論文集 (A 編)，第 65 巻，第 629 号，(1999)，pp.120-126.
- 3) Isobe, D., Nakamura, H. and Shimizu, R.: A Real-Time Control System for Connected Piezoelectric Actuators: A Finite-Element Approach, Journal of Robotics and Mechatronics, Vol.12, No.2, (2000), pp.172-179.
- 4) 磯部大吾郎，中村 博，清水 隆太：圧電アクチュエータ集合体のリアルタイム FEM 制御システムの開発，日本機械学会論文集 (A 編)，第 66 巻，第 645 号，(2000)，pp.861-866.
- 5) 磯部 大吾郎，竹内 裕喜，上田 健夫：超冗長マニピュレータの関節トルク算出法 - FEM を用いた理論の展開 -，日本計算工学会論文集，第 2 巻，(2000)，pp.73-78.
- 6) 都井裕：骨組構造および回転対象シェル構造の有限要素解析における Shifted Integration 法について，日本造船学会論文集，第 168 号，pp. 369-377, (1990).