

# 有限要素によるリンク機構のモデル化 (その3, 閉リンク機構への適用)

## Finite Element Modeling of Link Mechanisms (Part 3, Application to Closed-Loop Link Mechanisms)

正 磯部 大吾郎 (筑波大)

In this paper, a scheme using Finite Element Method (FEM) for calculating inverse dynamics is applied to closed-loop link mechanisms. In this scheme, the entire system is subdivided into discrete elements and evaluated as a continuum. A single link structure of a pin joint and a rigid bar is expressed by using the Shifted Integration technique. It calculates nodal forces by evaluating equations of motion in matrix form, and thus information in the entire system can be handled in parallel. The obtained nodal forces are then used to calculate joint torque in the system. A simple numerical test on a closed-loop link mechanism is carried out, and it is verified that the scheme can be used as a unified calculation scheme independent to system configuration.

**Keywords:** Closed-Loop Link Mechanism, Inverse Dynamics, Finite Element Method, Shifted Integration Technique

### 1. はじめに

ニュートン・オイラー法やラグランジュ法などの従来の手法によるリンク機構の逆動力学計算法では、閉ループを持つ機構について解析するには大きな困難を伴う。そのため、ループの一部を切断して開リンク機構の集合として拘束条件を設定し、力学的に解く方法[1]などが考案されているが、複雑な機構ではパラメータ数が増大し、その拘束条件を導出するためにも複雑な過程が必要となる。また、実際のロボットの動作では、系内に開リンクと閉リンクが交互に発生し、動力学方程式(または計算アルゴリズム)を瞬時に入れ替える必要性が生じる場合がある。特に、ロボットの動作が高速化して力制御の重要性が増すと、このような場合に柔軟に対応できる統一的な逆動力学計算法が必要となることが考えられる。

前報[2][3]では、連続体力学に基づく数値解析手法として多用される有限要素法(FEM)を、剛体マニピュレータの逆動力学計算法として適用することを提案した。有限要素によりリンク機構をモデル化し、剛性を考慮することにより将来的には様々な剛性を有する開リンク機構への適用を目指す。本報告では、リンク機構に対する統一的逆動力学計算法の開発の一環として、本手法を開リンク機構の問題へ適用することを考える。

有限要素法を用いる手法では、系全体を有限要素で離散化し、要素座標系における各要素の情報を直交座標系に基づく全体座標系に変換してから重ね合わせる、いわゆる並列的なアプローチをしている。そのため、系が閉じた場合にも各要素の節点力は並列的に求められ、それを関節トルクに変換することによって逆動力学が計算される。また、データを再入力するのみでハードウェアの構成変化に柔軟かつ容易に対応することが可能であることも、本手法の大きな特徴である。本報告では、受動関節の少ない簡単な2次元閉リンク機構のトルク算出問題について考察し、本手法の有効性について検証する。

### 2. 有限要素法による節点力の導出過程

リンク機構のモデル化には、本来は骨組構造の有限要素解析に用いられるShifted Integration法(SI法)[4]を適用した。モデル化の詳細については前報[2][3]を参照されたい。1本のリンクを2つの線形要素に分割して要素によって表現するため、計算時間の大幅な短縮化が可能となっている。

仮想仕事の原理より、時刻  $t + \Delta t$  における増分型の運動方程式は以下ようになる。

$$[M]f\ddot{u}_{g,t+\Delta t} + [C]f\dot{u}_{g,t+\Delta t} + [K]f\dot{A}u_g = fF_{g,t+\Delta t} + fR_{g,t} \quad (1)$$

$$f\dot{u}_{g,t+\Delta t} = f\dot{u}_{g,t} + f\dot{A}u_g \quad (2)$$

ここで、 $[M]$ は集中質量マトリックス、 $[C]$ は減衰マトリックス、 $[K]$ は剛性マトリックス、 $\{\ddot{u}\}$ は節点加速度ベクトル、 $\{\dot{u}\}$ は節点速度ベクトル、 $\{\Delta u\}$ は節点変位増分ベクトルである。また、 $\{F\}$ は外力ベクトル、 $\{R\}$ は要素内力ベクトルである。上式を逆解析用に整理し、また剛体リンク系を取り扱うため $[K]$ および $[C]$ を無視すると、節点力増分は以下の式で求められる。

$$f\dot{A}f\dot{g} = fR_{g,t} + fF_{g,t}$$

$$[M]\left(\frac{1}{\dot{a}\Delta t^2}f\dot{A}u_g + \frac{1}{\dot{a}\Delta t}f\dot{u}_{g,t} + \left(\frac{1}{2\dot{a}} + 1\right)f\dot{u}_{g,t}\right) \quad (3)$$

ここでは、直接時間積分法の一つであるNewmarkの法( $\gamma=1/4$ )を使用した。上式によって算出した節点力増分を逐次加算することにより、各リンクが目標軌道通りに動作するために必要な節点力を算出する。

### 3. 閉リンク機構のトルク算出過程

有限要素法の逆解析アルゴリズムにより節点力を求めた後、これを関節トルクに換算する。 $n$ 本のリンクによって構成される閉リンク機構内の  $i$  番目のリンクには、図1に示すようにその重心に作用する並進力に起因する回轉モーメント、先の関節に作用する  $i+1 \sim n$  リンクの並進力の合力に起因する回轉モーメント、および重心回りに作用する慣性モーメントが生じる。したがって  $i$  番目のリンクに必要な  $X-Z$  平面内の関節トルク  $\tau_i$  は、これらの和に  $i+1$  番目のリンクの関節トルク  $\tau_{i+1}$  を加算したものとなり、要素座

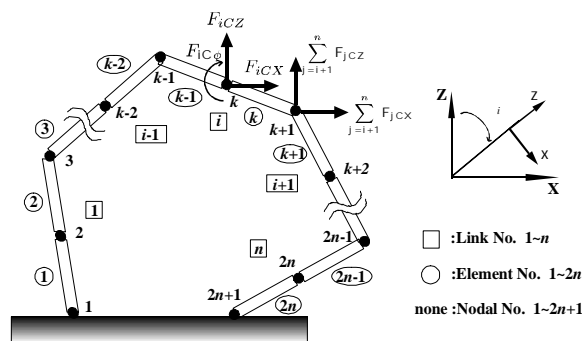


Fig.1 Nodal force acting on  $i$ -th link in closed-loop link mechanism

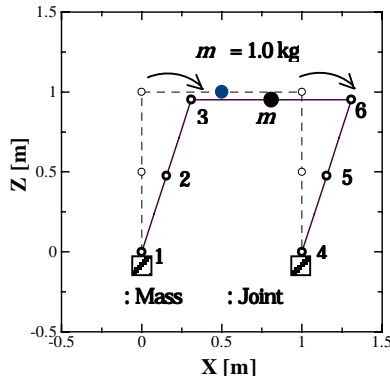


Fig.2 Target trajectory for closed-loop link mechanism

標系の節点力を用いると

$$\dot{q}_i = l_{ic} F_{icx} + l_i \sum_{j=i+1}^n F_{jcx} + F_{icu} + \dot{q}_{i+1} \quad (4)$$

と与えられる。ここで、 $l_c$ は関節から重心位置までの距離、 $l_i$ はリンクの長さ、 $(SF_{jc})$ は合力を示す。変数右下の添字  $i, j$  などは対象とするリンクの番号を示し、 $C$ は重心位置での成分、 $x, z$ は要素座標系の各軸方向成分、 $X, Z$ は全体座標系の各軸方向成分、 $Y$ 軸回りの成分であることを示す。

式(4)を  $i=1, \dots, n$  について並べてマトリックス形式に直し、全体座標系で整理すると、関節トルクベクトルは

$$f^c g = [L^n][T^n]fP^n g \quad (5)$$

と表現できる。ここで、 $\{P^n\}$ は  $5n \times 1$  の節点力に関するベクトル、 $[T^n]$ は  $5n \times 5n$  の全体座標系からリンク（または要素）座標系への変換マトリックス、 $[L^n]$ は  $n \times 5n$  の部材長マトリックスである。成分数は全て2次元の場合である。また、添字  $n$  は対象とする機構の総リンク数を示す。さらに、部材長マトリックスを次式のように複数の領域に分けることによって受動関節の位置、および各能動関節が受け持つトルク配分を操作する。

$$[L^n] = \begin{matrix} & \# \\ \begin{matrix} L^a & 0 \\ 0 & L^b \end{matrix} & \end{matrix} \quad (6)$$

上式は、閉リンク機構を  $a$ 本と  $b$ 本のリンクに分け ( $a+b=n$ )、その連結部に受動関節がある場合の部材長マトリックスである。式(3)によって逐次的に算出された節点力増分を使って式(5)でトルクの次元に変換することにより、機構内の  $n$  個の関節トルクを並列的に求めることが可能となる。

#### 4. 計算例

図2に示すような上部に質量を載せた簡単な閉リンク機構に目標軌道を与え、算出されるトルク曲線を考察して本アルゴリズムの有効性について検証した。モデルは6つの能動関節を有し、機構上部の受動関節に1kgの質量を配している。各リンク部材の長さを0.5mとし、それぞれの部材の重心位置にも部材の質量を分配した。動作時間が10秒の場合(case1)と1秒の場合(case2)について解析を行い、算出されたトルク曲線を図3に示す。図3(a)のcase1の場合には非線形項の影響が少ないため、初期トルクが関節3および6で質量  $m$  と部材の質量を支えるのに必要なトルクと一致している。また、機構が傾くにつれてトルク値が負の方向に増大している（トルクは時計回りが正）。図3(b)のcase2の場合

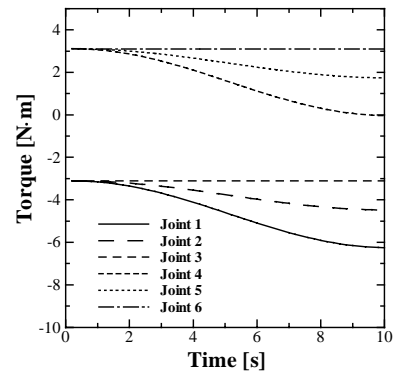


Fig.3(a) Calculated torque curves (case 1)

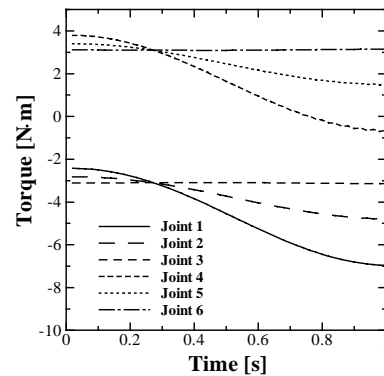


Fig.3(b) Calculated torque curves (case 2)

には、動作時間が短いために初期トルクや曲線の上下幅などに変動が見られ、非線形項の影響を考慮した妥当な結果であることがわかる。

#### 5. 結論

前報までは、有限要素法を開リンク機構の逆力学計算に用いていたが、本報告ではこれを閉リンク機構に適用した。一般的なラグランジュ法や、複数の仮想的な開リンク機構に分割して拘束条件を操作する方法ではその実施に困難が伴うが、本手法は閉リンク機構に対するアルゴリズムをほとんど変更することなく容易に閉リンク機構に適用でき、機構形態に依らない統一的な手法となり得ることが確認できた。今後は、3次元の閉リンク系への適用、受動関節が複数存在する閉リンク系への適用、および動作過程で開・閉ループ系が交互に生じる問題への適用を検討していきたい。

#### 参考文献

- [1] 中村 仁彦: パラレルメカニズムの動力学, 日本ロボット学会誌, Vol.10, No.6, pp.709-714, (1992).
- [2] 磯部大吾郎, 竹内 裕喜, 上田 健夫: 有限要素によるリンク機構のモデル化(その1, 超冗長マニピュレータへの適用), 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会, (2000).
- [3] 今泉 大作, 磯部大吾郎: 有限要素によるリンク機構のモデル化(その2, 3次元運動をする開リンク機構への適用), 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会, (2001).
- [4] 都井裕: 骨組構造および回転対象シェル構造の有限要素解析における Shifted Integration 法について, 日本造船学会論文集, 第168号, pp.369-377, (1990).