

## FEMによるリンク機構の制御

Control of Link Mechanism by Using FEM

○正 磯部 大吾郎 (筑波大)      正 竹内 裕喜 (機技研)  
 上田 健夫 (筑波大院)

In this paper, Finite Element Method (FEM) is proposed to apply for a control system of link mechanism. The equations of motion conducted by Newton-Euler method need to be changed when the shape of the system or the quantity of the linked members is suddenly changed in the control process. Meanwhile, as the whole system is considered as a continuum and subdivided into discrete elements in FEM, the control software using FEM become capable of expressing lack or disability of constituting members of the system only by changing input data. Particularly, by applying so called the Shifted Integration technique, a simple link structure of a half pin joint and a rigid bar can be expressed simply by shifting a numerical integration point in a linear Timoshenko beam element.

An inverse problem theory using the Shifted Integration technique is described in this paper along with a simple simulation result. A possibility of using FEM in the field of Parallel Robotics is suggested.

Keywords: Link Mechanism, Finite Element Method (FEM), Shifted Integration Technique, Inverse Problem, Parallel Robotics

## 1. はじめに

環境や作業条件の変化に伴い、制御システムのソフトウェアは変えずにハードウェアのみを様々な形状に再構成する、ロボットの並列制御が近年注目を浴びている。このような環境に対する適応性に優れたロボットシステムの概念は Parallel Robotics と呼ばれ、宇宙、海中、採鉱、建築などの作業状況が時々刻々変化する場での応用が期待されている。これは、システムの小サイズ化のみならず、遠隔操作中に一部の要素が機能を失ったとしても全体系の機能が維持できる、高い冗長性を持つことが大きな特長である。

ニュートン・オイラー法やラグランジュ法などにより運動方程式を導出し、それを使用する従来の制御システムでは、系の形状およびリンク部材の数量などによって運動方程式が変わるため、例えば系の一部が故障した場合、ソフトウェア内の記述を大幅に変更する必要がある。一方、連続体力学に基づく数値解析手法として多用される有限要素法は、系全体を微小要素に離散化して解を求めるため、データを再入力するのみでハードウェアの構成変化に柔軟かつ容易に対応することが可能である。中でも、骨組構造の有限要素解析においてその有効性が立証済みで、数値積分点をあらかじめシフトすることにより塑性ヒンジを正確な位置に表現することが可能な Shifted Integration 法[1] (以下、SI 法) は、塑性ヒンジ

の代わりに半剛節を表現すれば、マニピュレータなどのリンク機構の挙動解析に応用可能となる。

本研究では、任意の目標軌道からサーボモータに要求される必要トルクを算出する、SI 法を用いた逆解析手法を提案した。さらに、単純なリンク機構に対するシミュレーションを実施し、FEM の制御手法への適用の可能性について検証した。

## 2. SI 法を用いた FEM によるリンク機構の逆解析

本研究で新しく制御手法として導入する SI 法は、本来は骨組構造の有限要素解析に用いる手法である。図 1 に示すような線形チモシェンコはり要素と呼ばれる有限要素と、ヒンジが回転ばねおよびせん断ばねによって陽に表現される剛体ばねモデル(RBSM)のひずみエネルギー近似式の考察により、次式のような数値積分点とばねの位置関係が導出された[1]。

$$s_1 = -r_1 \text{ または } r_1 = -s_1 \quad (1)$$

ここに、 $s_1$  および  $r_1$  はそれぞれ、数値積分点位置および形成されるべき塑性ヒンジ (またはばね) の位置である。

SI 法では、上式にしたがってヒンジが生じうる点と対称の位置に数値積分点をあらかじめ配置することにより、

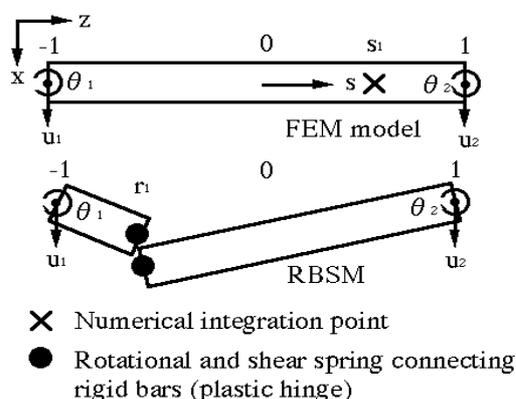


Fig.1 Linear Timoshenko beam element and its physical equivalent

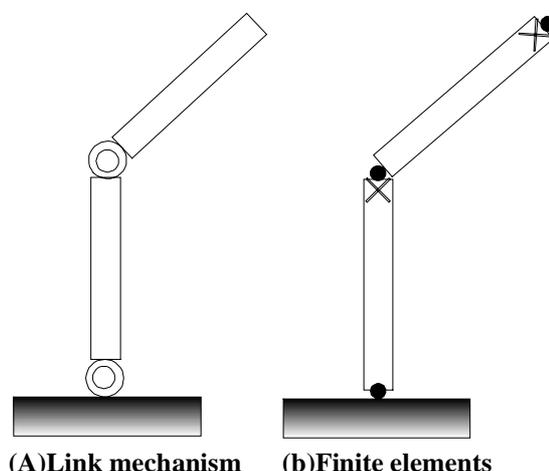


Fig.2 Modeling of link mechanism by using Shifted Integration technique

精度良く骨組構造物の崩壊荷重解を得ることができる。また、本手法を順応型に発展させることにより、様々な条件下で最小限の計算コストで精度の高い解が得られた[2][3]。

剛体ばねモデルのばね剛性を規準化した剛度値を  $C_{max}$  とおくと、その値を 0 とすれば塑性ヒンジ、1 とすれば剛節が表現される。本研究ではこの値として 0~1 の値を採用し、構造要素的には半剛節、駆動要素的にはサーボモータを表現する。図 2 に、SI 法を用いた FEM によるリンク機構のモデリングについての概略図を示す。図に示すように、例えば 2 リンク機構は、モータと反対側に数値積分点をシフトした 2 つの線形チモシェンコはり要素によって表現される。

本研究では、Newmark の法 ( $\beta=1/2, \gamma=1/4$ : 定加速度法) による陰解法を時間積分法として採用した。トルクを入力し変位増分を求める順解析では、時刻  $t$  における速度ベクトルおよび加速度ベクトルを用いて次式の運動方程式を解く。

$$([K] + \frac{1}{\beta \Delta t^2} [M]) \{\Delta u\} = \{F\}_{t+\Delta t} - \{R\}_t + [M] (\frac{1}{\beta \Delta t} \{\dot{u}\}_t + (\frac{1}{2\beta} - 1) \{\ddot{u}\}_t) \quad (2)$$

ここで、 $[K]$ : 剛性マトリックス、 $[M]$ : 質量マトリックス、 $\{F\}$ : 外力ベクトル、 $\{R\}$ : 内力ベクトル、 $t$ : 時間増分である。なお、時刻  $t + \Delta t$  における速度、加速度ベクトルは、次式のように変位増分および前ステップ (時刻  $t$ ) の速度、加速度成分によって陽に与えられる。

$$\{\dot{u}\}_{t+\Delta t} = \frac{1}{2\beta \Delta t} \{\Delta u\} - (\frac{1}{2\beta} - 1) \{\dot{u}\}_t - \frac{1-4\beta}{4\beta} \{\ddot{u}\}_t \Delta t \quad (3a)$$

$$\{\ddot{u}\}_{t+\Delta t} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} \{\Delta u\} - \frac{1}{\beta \Delta t} \{\dot{u}\}_t - (\frac{1}{2\beta} - 1) \{\ddot{u}\}_t \quad (3b)$$

時刻  $t + \Delta t$  における外力項が時刻  $t$  の外力項と本ステップの荷重増分との和で表されることに注意し、式(2)を変形すると、

$$\{\Delta f\} = \{R\}_t - \{F\}_t + ([K] + \frac{1}{\beta \Delta t^2} [M]) \{\Delta u\} - [M] (\frac{1}{\beta \Delta t} \{\dot{u}\}_t + (\frac{1}{2\beta} - 1) \{\ddot{u}\}_t) \quad (4)$$

となる。逆解析では、上式に変位増分を入力することによりその変形を得るために必要な荷重、すなわち必要トルクを算出する。なおここでは、各リンクの関節部の空間位置と関節の回転角を入力することに注意されたい。

### 3. FEM によるリンク機構の制御シミュレーション

2 リンク機構に適切な目標軌道を与え、前述の解法によって必要トルクを算出した。目標軌道、および算出されたトルクを順解析に入力し求められた軌道を図 3 に示す。また、最大トルクで割って正規化した必要トルクの時刻歴を図 4 に示す。なお、部材の材料定数としてはジュラルミンのものを使用し、関節の剛度値を  $C_{max}=0.5$  とした。時間増分が  $\Delta t=0.02$  [sec] の場合、 $\Delta t=0.001$  [sec] の場合

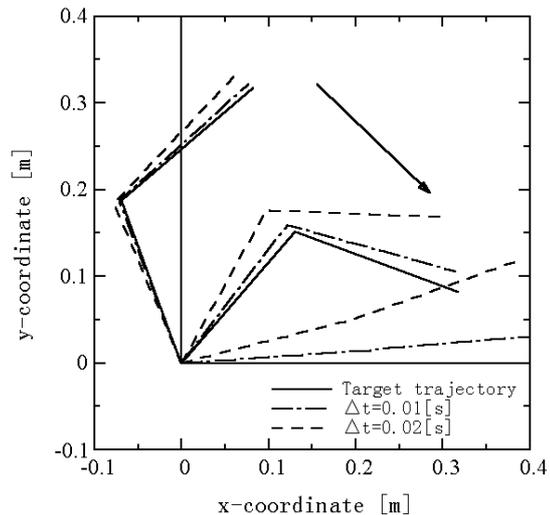


Fig.3 Target and attained trajectory

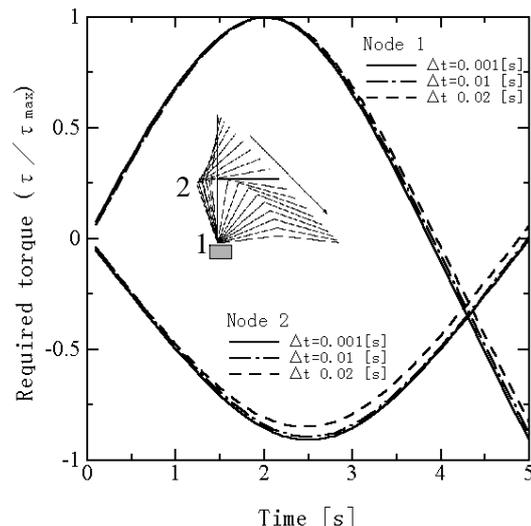


Fig.4 Required torque obtained from FEM inverse analysis ( $C_{mot}=0.5$ )

と比較して誤差があまり順解析の結果が悪くなっているが、必要トルクに関しては実用上十分に精度の高い解が得られた。この場合、270MHz クロック CPU で 1 ステップ当たりの計算時間は約 2ms であった。

### 4. おわりに

連続体力学の見地から、ロボットマニピュレータなどのリンク機構を半剛節と剛体棒によって構成される構造体であると解釈した場合、系全体を多数の要素に細分化して FEM を適用することにより、従来の方法とはアプローチの異なる制御手法を構築することが可能となる。本報告では、その適用例として簡単なリンク機構の制御シミュレーションを実施し、新しい制御手法としての可能性を示した。入力データを再入力し、系を離散化し直すことで、並列制御にも適用できる可能性がある。

### 参考文献

- [1] 都井 裕: 骨組構造および回転対称シェル構造の有限要素解析における Shifted Integration 法について日本造船学会論文集 第 168 号 (1990), 357-369.
- [2] 磯部大吾郎 都井 裕: 順応型 Shifted Integration 法による脆性骨組構造体の動的崩壊挙動の有限要素解析, 日本造船学会論文集 第 180 号 (1997), 471-478.
- [3] 磯部大吾郎 森下 真臣: ASI 有限要素法による大規模宇宙骨組構造のデブリ衝突解析 日本機械学会論文集 (A 編) 第 64 巻 第 627 号 (1998), 2726-2733.