

SPH-FEM カップリング解析による波浪の衝撃荷重評価

Evaluation of Wave Impact Load Using SPH-FEM Coupling Analysis

○協 大村 浩之^{*1}, 山下 拓三^{*1}, 磯部 大吾郎^{*2}

Hiroyuki OMURA^{*1}, Takuzo YAMASHITA^{*1}, Daigoro ISOBE^{*2}

^{*1} 防災科学技術研究所 National Research Institute for Earth Science and Disaster Resilience

^{*2} 筑波大学 University of Tsukuba

To establish a reliable tsunami-resistant design for building that require a high degree of safety and robustness against tsunami, a quantitative evaluation of dynamic behavior of run-up tsunami and resulting tsunami loads is essential. In this research, we performed numerical simulations of hydraulic bore flow with an elastic plate to fundamentally investigate characteristics of wave impact loads acting on a deformable structure. For the numerical simulations, we apply fluid-structure interaction analyses based on the coupled SPH and FEM. The numerical simulation results suggest that impulsive wave loads under bore can be reduced depending on deformation capacity of structure.

Key Words : SPH, FEM, Iterative Partitioned Coupling, FSI, Tsunami, Breaking Bore Flow, Wave Impact load

1. 緒言

津波に対する安全性・堅牢性が求められる構造物に対して信頼性の高い耐津波設計を実現するためには、遡上津波の動的挙動ならびに津波荷重の定量的評価が必須である。津波荷重評価に関する既存研究としては、津波の形態を砕波・非砕波段波とみなし、造波装置やゲート急開によって段波を再現することで波圧を計測する実験研究⁽¹⁾⁻⁽⁶⁾が主流である。また、漂流物の挙動⁽⁷⁾や転倒危険性⁽⁸⁾に着目した実験や、数値解析によって波の挙動を再現して津波荷重を計算する研究も数多く存在する⁽⁹⁾⁻⁽¹¹⁾。しかしながら、これらの研究ではいずれも構造物を剛体としてモデル化している。構造物の耐津波設計において、従来の許容応力度設計法から限界状態設計法へ拡張するためには、構造物の変形を考慮したうえで津波の荷重特性を把握することが極めて重要である。

そこで本研究では、津波の主要形態である砕波段波流れが弾性体に衝突する際の波力を数値実験によって評価し、弾性体の剛性と関連付けて波力特性を整理する。数値解析手法には、Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)⁽¹²⁾に基づく流体解析と Finite Element Method (FEM) に基づく構造解析をカップリングさせた流体構造連成 (Fluid-Structure Interaction, FSI) 解析手法を開発する。SPH は砕波段波のような大変形する界面 (自由表面) を伴う流れ問題に有効な離散化スキームとして知られている。FEM には梁要素を用いて骨組構造物の強非線形挙動を高精度に解ける Adaptively Shifted Integration (ASI) -Gauss 法⁽¹³⁾を適用する。SPH と FEM のカップリング手法としては、Fictitious Domain (FD) 法⁽¹⁴⁾を用いた分離反復型解法を新規に提案する。

2. 数値解析手法

2・1 SPH に基づく流体解析手法

SPH では場を粒子で離散表現し、物理量のカーネル表現を周辺粒子の重み付き総和で近似する。すなわち、粒子 i の位置 \mathbf{x}_i 上における任意の物理量 ϕ は次式のように計算される。

$$\phi(\mathbf{x}_i) = \int_{\Omega} \phi(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) d\mathbf{x} \approx \int_{\Omega} \phi(\mathbf{x}) W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) d\mathbf{x} \approx \sum_{j \in \mathbb{P}_i} V_j \phi(\mathbf{x}_j) W(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) \quad (1)$$

ここで、 δ, W はそれぞれ Dirac のデルタ関数およびカーネル関数であり、 V, \mathbb{P} はそれぞれ粒子代表体積および近傍粒子集合である。物理量の勾配、発散、ラプラシアンなどの空間微分についても、式 (1) と同様にカーネル近似に基づいて近似計算される。

SPH および fractional step 法で時空間方向に離散化された非圧縮性 Newtonian 流体の基礎式を次式に示す。

$$\frac{v_f^{n+1} - v_f^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_f} \langle \nabla p^{n+1} \rangle + \langle \nu \nabla^2 v_f^n \rangle + \mathbf{g} \quad \text{in } \Omega_f \quad (2)$$

$$\langle \nabla^2 p^{n+1} \rangle = -\frac{\rho_f}{\Delta t} \langle \nabla \cdot v_f^* \rangle \quad \text{in } \Omega_f \quad (3)$$

ここで、 $v_f, \rho_f, p, \nu, \mathbf{g}$ はそれぞれ流速、流体密度、圧力、動粘性係数、重力加速度を表す。また、右上添え字は時間ステップインデックス、 $\langle \cdot \rangle$ は SPH で離散化されていることを表す。

2・2 ASI-Gauss 法に基づく構造解析手法

ASI-Gauss 法は梁要素を用いた FEM において、塑性ヒンジの位置などに応じて Gauss 積分点をシフトすることで、少ない要素分割数で高精度な弾塑性解を得られるスキームである。詳細は文献⁽¹⁴⁾を参照されたい。時間積分スキームには Newmark's β 法に基づく陰解法とし、要素には線形 Timoshenko 梁要素を用いている。

2・3 反復型 SPH-FEM カップリング解析手法

FD 法では、構造領域 Ω_s を仮想的な流体領域 (fictitious domain) で近似する。すなわち、構造物に作用する流体合力 \mathbf{F} を次のように表現する。

$$\mathbf{F} = \int_{\Gamma} \boldsymbol{\sigma}_f \cdot \mathbf{n} dS = - \int_{\Gamma} \boldsymbol{\sigma}_s \cdot \mathbf{n} dS = - \int_{\Omega_s} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_s dV \approx \int_{\Omega_s} \nabla \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_f dV \quad (4)$$

Γ, \mathbf{n} はそれぞれ連成境界面およびその面上の単位法線ベクトル、 $\boldsymbol{\sigma}_f, \boldsymbol{\sigma}_s, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_f$ はそれぞれ流体応力、固体応力、仮想流体を含む流体全体の応力である。ここで、仮想流体は周囲の流体と同様に非圧縮性 Newtonian 流体であると仮定する。すなわち、 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_f$ は次式を満足する。

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_f = -\tilde{p}\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{D}\tilde{\mathbf{v}}_f \quad \text{in } \Omega_s \quad (5)$$

$\tilde{p}, \tilde{\mathbf{v}}_f$ はそれぞれ仮想流体を含む流体全体の圧力および流速であり、次式を満足する。

$$\tilde{p}|_{\Omega_f} = p, \quad \tilde{\mathbf{v}}_f|_{\Omega_f} = \mathbf{v}_f, \quad \tilde{\mathbf{v}}_f|_{\Omega_s} = \mathbf{v}_s \quad (6)$$

上述の仮想流体を導入することで、連成面での境界条件を消去した形で FSI 系を記述できる。すなわち、仮想流体を含む流体全体ならびに構造物の離散化された基礎式はそれぞれ以下のように書ける。

$$\frac{\tilde{v}_f^{n+1} - \tilde{v}_f^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_f} \langle \nabla \tilde{p}^{n+1} \rangle + \langle \nu \nabla^2 \tilde{v}_f^n \rangle + \mathbf{g} - \frac{1}{\rho_f} \boldsymbol{\lambda}^{n+1} \quad \text{in } \Omega \equiv \Omega_f \cup \Omega_s \quad (7)$$

$$\langle \nabla^2 \tilde{p}^{n+1} \rangle = -\frac{\rho_f}{\Delta t} \langle \nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}_f^* \rangle \quad \text{in } \Omega \quad (8)$$

$$\left(\mathbf{K}^n + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{C}^n + \frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{M}^n \right) \mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{F}(\langle \nabla \tilde{p} \rangle^{n+1}, \langle \nu \nabla \tilde{v}_f^n \rangle, \rho_s \mathbf{g}) - \mathbf{Q}^n - \mathbf{C}^n \mathbf{v}_s^n - \mathbf{M}^n \mathbf{a}^n \quad \text{in } \Omega_s \quad (9)$$

ここで、 $\mathbf{K}, \mathbf{C}, \mathbf{M}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{a}, \mathbf{F}, \mathbf{Q}, \beta, \gamma$ はそれぞれ剛性、減衰、質量行列、変位、速度、加速度ベクトル、外力、内力ベクトル、時間積分パラメータである。また、 $\boldsymbol{\lambda}$ は仮想流体の速度拘束を強制する項であり、本研究ではペナルティ法で次式のようにモデル化する。

$$\boldsymbol{\lambda}^{n+1} = \begin{cases} \bar{\alpha} \frac{\rho_f}{\Delta t} (\tilde{\mathbf{v}}_f^* - \mathbf{v}_s^{n+1}) & \text{in } \Omega_s \\ \mathbf{0} & \text{in } \Omega_f \end{cases} \quad (10)$$

ただし、 $\bar{\alpha}$ は正規化ペナルティ係数であり、本稿では全ての数値計算において $\bar{\alpha} = 1.0$ とする。

本研究で提案する分離反復型解法では、残差が十分小さい値に収束するまで式(7~10)を繰り返し解くことで連成系の平衡状態を探索する。解の更新スキームには Aitken 補外付 Block-Gauss-Seidel 法⁽¹⁵⁾を用いる。

3. 数値実験条件

本稿では、池野ほか(2001)⁽⁷⁾を参考にゲート急開による砕波段波流れを対象に数値実験を行う。水路のセットアップは図1に示す通りである。上流側と下流側の水位差は文献⁽⁷⁾において砕波が生じる値とされている0.65[m]とした。数値解析上は初期状態から貯水ゲートが完全に開いているものとし、ゲート自体はモデルに含めない。数値実験は3次元解析として実施し、奥行方向の長さは位置に依らず0.1[m]とした。流体および構造物の物性値を含む計算条件を表1に示す。流体領域および構造領域を離散化する粒子の初期間隔はそれぞれ0.01, 0.005[m]とし、時間増分は0.0005[s]とした。構造物(弾性板)のヤング率は $10^{10}, 10^8$ [N/m²]の2ケースとした。

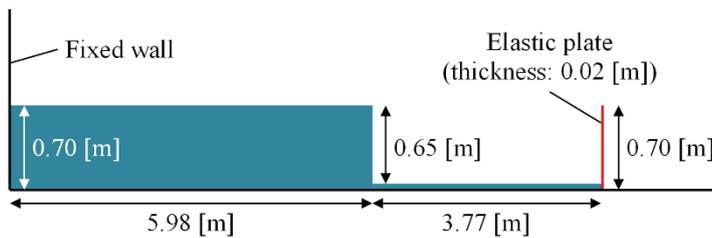


Figure 1 Initial configuration of the simulation

Table 1 Numerical simulation parameters

Item	Value
Fluid density [kg/m ³]	10 ³
Kinematic viscosity [m ² /s]	10 ⁻⁶
Structure density [kg/m ³]	2 × 10 ³
Young's modulus [N/m ²]	10 ¹⁰ , 10 ⁸
Poisson's ratio	0.3

4. 結果および考察

図2にケース1(ヤング率: 10^{10} [N/m²]) およびケース2(ヤング率: 10^8 [N/m²]) それぞれの時刻0.75, 1.50, 2.25[s]における可視化結果を示す。図2から、弾性板に衝突する前は初期水位差によって生じた段波が進行するにつれて複数の波に分裂していることが分かる。やがて弾性板に衝突した後、ケース1では反射波を形成し、ケース2では越流が生じた。

図3にケース1, 2それぞれにおいて弾性板に生じた水平方向の波力の時刻歴を示す。波力は弾性板モデルに作用する節点力の総和として算出した。図3より、全時間領域にわたってケース2の方が明らかにケース1より波力が小さい。2.00[s]付近以降の弾性板の変形が卓越し、越流が生じた後は平均的な水位そのものが変わっている

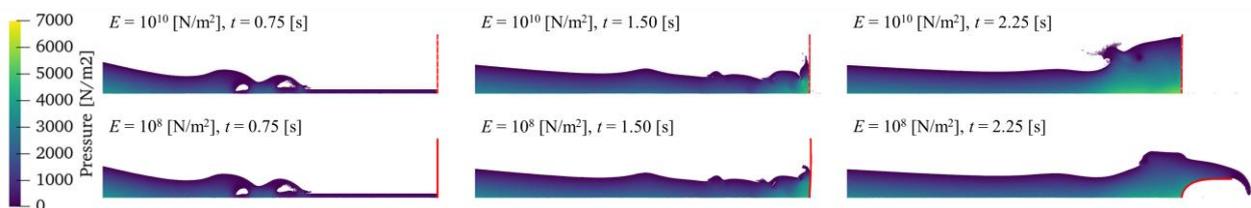


Figure 2 Visualization result of the numerical simulations with the pressure contour

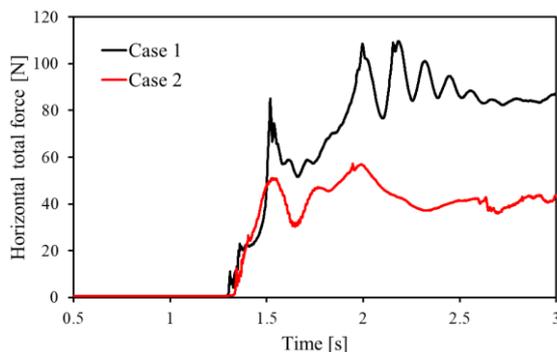


Figure 3 Time histories of the horizontal total force

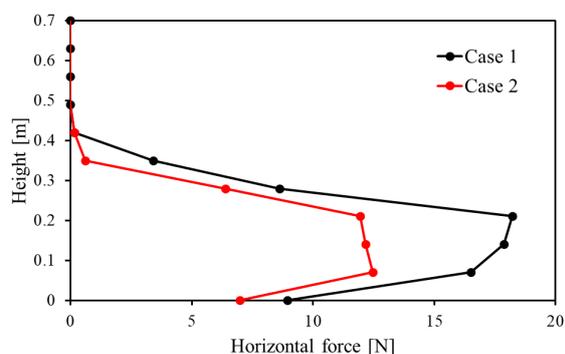


Figure 4 Force distribution in height direction ($t = 1.54$ [s])

ため正当な比較はできないが、1.50～1.60 [s]の最初に波が衝突した直後の動圧が低減されているのは弾性板の変形性能によるものといえる。

最後に、図4に $t = 1.54$ [s]時点において弾性板に生じていた水平方向波力の高さ方向分布を示す。両ケースにおいて、荷重曲線の全体的なモードに差異は認められない。ただし、ケース2の方が高さ0.1～0.3 [m]の部分に作用している波力が小さく、固定端や上部に作用している波力との差も小さいため、せん断力および曲げモーメントとしてもケース2の方が小さくなっていることが分かる。

5. 結言

本研究では、自由表面を伴うFSI問題を精緻に解ける反復型SPH-FEMカップリング手法を用い、砕波段波流れと弾性板の連成問題を対象とした数値実験を実施した。数値実験では、ソリトン分裂を起こした段波によって弾性板に対して衝撃的な波力が作用する様子が観察された。弾性板がほとんど変形を起こさないケース（ヤング率： 10^{10} [N/m²]）と大変形を起こすケース（ヤング率： 10^8 [N/m²]）を比較すると、前者に対し、後者では段波が衝突した直後の衝撃波力が弾性板の変形によって低減されていることが確認された。変形が進行した後は越流が生じ水位が変化したため正当な比較はできないが、少なくとも段波の衝撃波圧が弾性板の変形性能に応じて低減される可能性が示唆された。

文 献

- (1) 松富英夫, 砕波段波衝突時の圧力分布と全波力, 海岸工学論文集, Vol. 38 (1991), pp. 626-630.
- (2) 水谷将, 今村文彦, 構造物に作用する段波波力の実験, 海岸工学論文集, Vol. 47 (2000), pp. 946-950.
- (3) 水谷将, 今村文彦, 津波段波の衝撃性および越流を考慮した設計外力算定フローの提案, 海岸工学論文集, Vol. 49 (2002), pp. 731-735.
- (4) 大村智宏ほか, 胸壁に作用する津波波力に関する実験的研究, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), Vol. 71, No. 2 (2015), pp. 991-996.
- (5) 有川太郎ほか, 護岸・陸上構造物に対する津波力の大規模実験, 海岸工学論文集, Vol. 52 (2005), pp. 746-750.
- (6) 有川太郎, 水理模型実験による防潮壁に作用する孤立波の波圧特性に関する検討, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), Vol. 71, No. 2 (2015), pp. 889-894.
- (7) 池野正明ほか, 砕波段波津波による波力と漂流物の挙動・衝突力に関する実験的研究, 海岸工学論文集, Vol. 48 (2001), pp. 846-850.
- (8) 有川太郎ほか, 遡上津波力に関する大規模実験, 海岸工学論文集, Vol. 53 (2006), pp. 796-800.
- (9) 田中聖三ほか, 動的津波荷重による構造物の破壊解析の基礎的研究, 土木学会論文集 A1 (構造・地震工学), Vol. 69, No. 4 (2013), pp. 903-908.
- (10) H.-C. Chen, Time-domain simulation of nonlinear wave impact loads on fixed offshore platform and decks, *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, Vol. 20, No. 4 (2010).
- (11) R. Ravindar et al., Numerical modelling of breaking wave impact loads on a vertical seawall retrofitted with different geometrical configurations of recurve parapets, *Journal of Water and Climate Change*, Vol. 13, No. 10 (2022), pp. 3644-3674.
- (12) J. J. Monaghan, Simulating Free Surface Flows with SPH, *Journal of Computational Physics*, Vol. 110, No. 2 (1994), pp. 399-406.
- (13) K. M. Lynn and D. Isobe, Structural collapse analysis of framed structures under impact loads using ASI-Gauss finite element method, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 34, No. 9 (2007), pp. 1500-1516.
- (14) R. Glowinski et al., A fictitious domain method for Dirichlet problem and applications, *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 111, No. 3-4 (1994), pp. 283-303.
- (15) M. M. Joosten et al., Analysis of the block Gauss-Seidel solution procedure for a strongly coupled model problem with reference to fluid-structure interaction, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 78, No. 7 (2009), pp. 757-778.