

粒子法とASI-Gauss法を用いた 非解像型カップリング手法の開発

Development of an Unresolved Fluid-Structure Coupling Scheme using Particle Method and ASI-Gauss Method

大日向智志¹⁾, 大村浩之²⁾, 浅井光輝³⁾, 磯部大吾郎⁴⁾

Satoshi Ohinata, Hiroyuki Omura, Mitsuteru Asai and Daigoro Isobe

1) 筑波大学大学院 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台1-1-1, E-mail: s2420854@u.tsukuba.ac.jp)

2) 博 (工) 防災科学技術研究所 特別研究員 (〒305-0006 茨城県つくば市天王台3-1, E-mail: homura@bosai.go.jp)

3) 博 (工) 九州大学 工学研究院 准教授 (〒819-0395 福岡県福岡市西区元岡744, E-mail: asai@doc.kyushu-u.ac.jp)

4) 博 (工) 筑波大学 システム情報系 教授 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台1-1-1, E-mail: isobe@kz.tsukuba.ac.jp)

In this paper, an unresolved fluid-structure coupling scheme was developed. The ISPH method, which is a particle method for incompressible flows, was used as a numerical method for fluid analysis. The ASI-Gauss method, which can stably calculate nonlinear phenomenon including fracture was used as a numerical method for structural analysis. The numerical results had shown that the proposed method can calculate fluid forces reasonably well even when particle resolution is coarse with respect to member dimension. Furthermore, the proposed method can simulate process of fracture and advection of beam member subjected to fluid forces.

Key Words : ISPH method, ASI-Gauss method, FSI Problems, Unresolved coupling scheme

1. はじめに

日本は世界有数の地震大国であり、2011年3月11日に発生した東北地方太平洋沖地震など、これまでに多くの津波被害を受けている。津波対策を講じる際、津波のような自由表面を伴う非圧縮性流れを解く数値解析手法として粒子法が有用である。さらに、津波被害をより正確に予測するためには、建物の流失など、流体によって構造が破壊、大移動する過程まで考慮する必要がある。そのため、津波と建物が相互に影響しあう流体-構造連成 (Fluid-Structure Interaction, FSI) 問題として扱う必要がある。粒子法を用いたFSI解析手法はこれまでにいくつか提案されている ([1][2]など) が、いずれも構造物の形状を詳細に表現する、つまり粒子で構造物を空間的に解像することを前提としている (以下、このようなFSI解析手法を解像型と呼ぶ)。

一方、都市レベルで浸水域を予測するような大規模な津波遡上解析では、現実的に使用できる計算資源を踏まえると粒子の直径を数[m]程度の大きさにすることが一般的である[3][4]。この粒子径オーダーに対して、樹木や家屋の構造部材などの断面寸法は高々数十[cm]程度であるため、部材の形状を十分細かく解像することができない。したがって、既存の連成解析手法はこのような広域の問題には適用できない。

そこで本研究では、部材の形状を陽に表現せずに、部材に作用する流体力を抗力モデルに基づき流速から計算する非解像型のFSI解析手法を開発し、その妥当性の検証を

行う。流体解析には粒子法のうち、非圧縮性流れに適用できるISPH法[5]を用いる。構造部材の解析には、破断の表現を精度よく行えるASI-Gauss法[6]を用いる。

2. ISPH法

(1) 基礎方程式

非圧縮性流れの質量保存則およびラグランジュ型の運動量保存則は以下の式のように書ける。

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{g} \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{v} は速度、 t は時間、 ρ は密度、 p は圧力、 ν は動粘性係数、 \mathbf{g} は重力加速度である。

(2) 時間積分スキーム

ISPH法では、速度を陽的に、圧力を陰的に計算する射影法によって各ステップでの速度、圧力を計算する。

速度の更新は以下の式により行う。

$$\mathbf{v}^* = \mathbf{v}^n + (\nu \nabla^2 \mathbf{v}^n + \mathbf{g}) \Delta t \quad (3)$$

$$\mathbf{v}^{n+1} = \mathbf{v}^* - \left(\frac{1}{\rho} \nabla p^{n+1} \right) \Delta t \quad (4)$$

ここで、添え字*はnステップとn+1ステップの間に定義される中間状態を表す。また、 Δt は時間増分である。

圧力の更新は次式の圧力ポアソン方程式を解くことで行う。

$$\nabla^2 p^{n+1} = \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{v}^* + \frac{\alpha_d(\rho - \hat{\rho}^n)}{\Delta t^2} \quad (5)$$

ここで、 $\hat{\rho}$ は粒子の数値的な密度、 α_d は緩和係数である。

(3) SPH 法に基づく空間離散化

領域 Ω 内で連続なスカラー場 φ は関数のカーネル近似により次式のように近似できる。

$$\varphi(\mathbf{x}) \approx \int_{\Omega} \varphi(\xi) W(\xi - \mathbf{x}) d\xi \quad (6)$$

SPH 法はこのカーネル近似に基づいた離散化スキームであり、式 (6) を粒子離散化近似した形で書くと、

$$\varphi(\mathbf{x}_i) \approx \langle \varphi \rangle_i = \sum_{j \in \mathbb{P}_i} V_j \varphi_j W_{ij} \quad (7)$$

となる。ここで、 \mathbb{P}_i は粒子 i の影響半径内に存在する粒子の集合、 V_j は粒子 j が代表する体積である。

勾配、ラプラシアンなどの微分表現は、式 (7) と φ のテイラー展開から導出され、それぞれ以下の式で表される。勾配は、

$$\nabla \varphi(\mathbf{x}_i) \approx \langle \nabla \varphi \rangle_i = \sum_{j \in \mathbb{P}_i} V_j (\varphi_j - \varphi_i) \nabla W_{ij} \quad (8)$$

と書ける。同様にラプラシアンは、

$$\nabla^2 \varphi(\mathbf{x}_i) \approx \langle \nabla^2 \varphi \rangle_i = 2 \sum_{j \in \mathbb{P}_i} V_j (\varphi_j - \varphi_i) \frac{\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|^2} \nabla W_{ij} \quad (9)$$

と書ける。

(4) 自由表面判定

自由表面での圧力の境界条件を付与するため、自由表面に位置する粒子を判定する必要がある。本研究では自由表面判定に Marrone ら (2010) [7]の方法を用いる。この方法では、モーメント行列 \mathbf{m}_i と呼ばれる周囲の粒子分布を表す行列およびその最小固有値 λ_i^{\min} を用いた判定と、幾何的な判定の2段階で判定を行う。

モーメント行列 \mathbf{m}_i は次式のように表される。

$$\mathbf{m}_i = \sum_{j \in \mathbb{P}_i} V_j (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) \otimes \nabla W_{ij} \quad (10)$$

周囲に粒子が規則正しく充満している場合、 \mathbf{m}_i は単位行列となり、 \mathbf{m}_i の最小固有値は $\lambda_i^{\min} = 1$ となる。一方、自由表面付近など、粒子が疎な位置では λ_i^{\min} は0に近い値を

とる。この特性を利用し、次式に従って自由表面判定を行う。

$$\begin{cases} \lambda_i^{\min} \leq \lambda^{\text{splash}} & \rightarrow i \in \mathbb{F} \\ \lambda^{\text{inner}} < \lambda_i^{\min} & \rightarrow i \notin \mathbb{F} \end{cases} \quad (11)$$

ここで、 \mathbb{F} は自由表面に属する粒子の集合を表す。また、本研究では $\lambda^{\text{splash}} = 0.2$ 、 $\lambda^{\text{inner}} = 0.9$ とした。式 (11)のいずれの場合も満たさない粒子に対しては、次の段階の幾何的判定に移る。

幾何的判定では、式 (12)、(13) で定義した外向き法線ベクトルの方向の近傍に定義する探索領域に別の粒子が存在しない場合、自由表面に属する粒子であると判定する。

$$\mathbf{n}_i \approx \frac{-\langle \nabla \lambda_i^{\min} \rangle}{|\langle \nabla \lambda_i^{\min} \rangle|} \quad (12)$$

$$\langle \nabla \lambda_i^{\min} \rangle = \mathbf{m}_i^{-1} \sum_{j \in \mathbb{P}_i} V_j (\lambda_j - \lambda_i) \nabla W_{ij} \quad (13)$$

(5) 壁面の表現

本研究では水路の床、壁面の表現には大村ら (2023) [8]の IERP 壁境界モデルを用いる。IERP モデルは、陽解法の粒子法への適用が前提の ERP モデルをベースに、角部分の表現を精緻化し、半陰解法の粒子法に適用できるように発展した壁境界モデルである。

3. ASI-Gauss法

(1) 離散化スキーム

空間の離散化はすべての変位が線形関数で定義される線形チモシェンコはり要素を用いる。また、時間積分法にはNewmarkの β 法を用いる。これらを用いると運動方程式、速度、加速度ベクトルは以下の式のように与えられる。

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + \mathbf{K} \Delta \mathbf{u} = \mathbf{F}_{t+\Delta t} - \mathbf{R}_t \quad (14)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} = \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \dot{\mathbf{u}}_t - \frac{1}{\beta \Delta t} \mathbf{u}_t + \frac{1}{\beta \Delta t^2} \Delta \mathbf{u} \quad (15)$$

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \left(1 - \frac{\delta}{2\beta}\right) \mathbf{u}_t \Delta t + \left(1 - \frac{\delta}{\beta}\right) \dot{\mathbf{u}}_t + \frac{\delta}{\beta \Delta t} \Delta \mathbf{u} \quad (16)$$

ここで、 \mathbf{M} は全体質量マトリックス、 \mathbf{C} は全体減衰マトリックス、 \mathbf{K} は全体剛性マトリックス、 \mathbf{F} は節点外力ベクトル、 \mathbf{R} は節点内力ベクトルである。また、 β 、 δ はNewmarkの β 法における重みパラメータであり、本研究ではLynnら (2007) [6]の研究を参考に $\beta = 4/9$ 、 $\delta = 5/6$ とする。

ASI-Gauss法では、1つの梁部材を2つの線形チモシェンコはり要素で表現する。弾性域では応力評価点が3次はり要素のものと同じように数値積分点を配置し、塑性

ヒンジが生じた後は塑性ヒンジの位置と応力評価点が一致するように数値積分点をシフトすることで、曲げ変形を精度よく解ける。

(2) 梁部材接触モデル

梁部材同士および梁部材と壁面の接触の表現は文献 [8]の粒子ベース接触モデルを利用する。粒子ベース接触モデルでは部材形状を粒子によって表すため、部材の形状を考慮した接触が表現できる。

(3) 梁部材破断モデル

破断の判定は文献 [8]の研究を参考に、以下の式で表されるひずみ量による判定式を用いる。

$$\left(\frac{\chi_x}{\chi_x^c}\right)^2 + \left(\frac{\chi_y}{\chi_y^c}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{zz}^c}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_{xz}}{\varepsilon_{xz}^c}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_{yz}}{\varepsilon_{yz}^c}\right)^2 \geq 1 \quad (17)$$

ここで、 χ_x , χ_y はそれぞれ要素座標系 x 軸, y 軸方向の曲率, ε_{zz} は軸ひずみ, ε_{xz} , ε_{yz} はそれぞれ x 軸, y 軸方向のせん断ひずみである。また、上添え字の c はひずみの破断臨界値を表す。破断が判定された要素は、塑性ヒンジの位置に破断面とし、新たな節点を生成して要素を分離させる。

4. ISPH法とASI-Gauss法の非解像型カップリング手法

(1) 抗力モデル

a) 梁部材に作用する流体抗力

山邊ら (2005) [9]を参考に、流れ方向と梁部材のなす角 θ を用いると、流れの中に存在する梁部材に働く抗力 f_D を以下の式 (18) のように計算する。

$$f_D = \frac{1}{2} C_D \rho v \cos\theta |v \cos\theta| D l \quad (18)$$

ここで、 C_D は抗力係数、 v は流速、 D は梁部材の流れ方向への投影幅、 l は梁部材の水没部長さである。

b) 水没部長さ

式 (18) を用いて抗力を計算するためには、梁部材の水没部長さ l を求める必要がある。そこで、式 (10) のモーメント行列 m の最小固有値 λ^{\min} を利用し、部材の水没部長さを計算する。平らな自由表面上での λ^{\min} を考えると、影響半径の半分は水粒子で満たされ、もう半分は水粒子が存在しない空隙域となる。その場合、 λ^{\min} は理論上 $\lambda^{\min} = 0.5$ となる。したがって本研究では、梁部材のうち $\lambda^{\min} \geq \lambda^{\text{surface}}$ ($\lambda^{\text{surface}} = 0.5$) となる部分を水没しているとみなし、部材の水没部長さ l を計算する。

c) 部材の分割

はり部材の軸方向に流速が分布する場合、抗力の値も流速分布に応じた分布を持つ。そこで、はり部材を流体の空間解像度に応じて複数の小部材に分割し、それぞれの小部材ごとに流体力計算を行う。本研究では、分割間隔を流体粒子の粒子径 d とした。また、小部材が受ける流体力

の作用点はそれぞれの小部材の重心位置とした。

d) 小部材ごとの流体力計算

式 (18) の抗力の式を小部材 i に働く抗力の式に書き換えると次の式となる。

$$f_{Di} = \frac{1}{2} C_D \rho v_i \cos\theta |v_i \cos\theta| D l_i \quad (19)$$

f_{Di} は小部材 i に働く抗力、 v_i は小部材 i における流速、 l_i は小部材 i の水没部長さを表す。

小部材 i における v_i , λ_i^{\min} を計算する際は、小部材 i の重心位置から上流側に計算点 i^{upper} を設置し、計算点 i^{upper} で内挿近似を行う。本研究では、計算点 i^{upper} の設置位置を小部材の重心位置から部材幅分上流の位置とした。計算点 i^{upper} での内挿計算には自由表面や壁近傍の粒子の空隙域を考慮し、修正カーネル関数を利用する。

小部材 i の水没部長さ l_i は、計算点 i^{upper} で計算された λ_i^{\min} の値を利用し、以下の式に従って計算する。

$$l_i = \begin{cases} 0 & (\lambda_i^{\min} < \lambda^{\text{surface}}) \\ d \frac{\lambda_i^{\min} - \lambda^{\text{surface}}}{\lambda^{\text{inner}} - \lambda^{\text{surface}}} & (\lambda^{\text{surface}} \leq \lambda_i^{\min} \leq \lambda^{\text{inner}}) \\ d & (\lambda_i^{\min} > \lambda^{\text{inner}}) \end{cases} \quad (20)$$

ここで d は小部材の長さである。

抗力係数に関して、本研究では対象とする梁部材を正方形断面の角柱と考え、Sevhanら (2018) [10]の研究を参考に角柱の迎え角に応じた抗力係数の近似曲線を用いた (図 1)。

また、小部材に働く流体力として、抗力の他に浮力を考える。浮力は以下の式により計算する。

$$f_{Bi} = -\rho g A l_i \quad (21)$$

ここで A は部材の断面積、 l_i は小部材 i の水没部長さ、 g は重力加速度である。

構造解析の手法に FEM を利用しているため、以上により求めた小部材ごとの流体力 f_{Di} , f_{Bi} をそれぞれの要素の

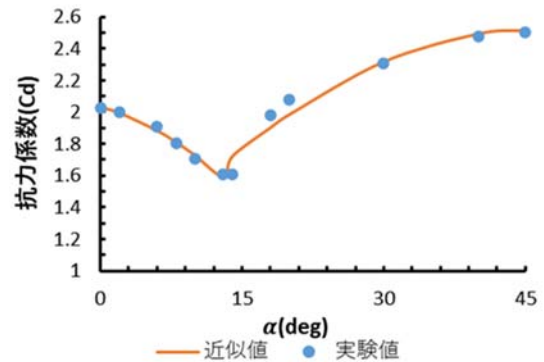


図 1 迎え角-抗力係数関係の近似曲線

節点力に変換する必要がある。小部材*i*の抗力 f_{Di} の節点力変換は以下の式 (22), (23) に従って行う。また、浮力 f_{Bi} も同様に変換する。

$$F_{D1} = \frac{1}{2}(1 - \xi_i)f_{Di} \quad (22)$$

$$F_{D2} = \frac{1}{2}(1 + \xi_i)f_{Di} \quad (23)$$

ここで添え字 1, 2 は局所節点番号を表す。また、 ξ_i は小部材の重心位置を要素座標系で表したもので、 $-1 \leq \xi_i \leq 1$ の値をとる。

e) 流体への反作用力

流体と構造物間の力のつり合いを満たすため、 f_{Di} の逆方向の力 $-f_{Di}$ を小部材*i*の重心を中心とする影響範囲内の流体粒子*k*へ分配して、反作用力 f_k^{back} として加える。なお、反作用力 f_k^{back} は以下の式により定義する。

$$f_k^{back} = -f_{Di} \frac{V_k W_{ik}}{\sum_{j \in P_i} V_j W_{ij}} \quad (k \in P_i) \quad (24)$$

5. 提案手法の妥当性検証

(1) 解像型連成解析との比較

提案手法の妥当性を検証するため角柱部材付きダムブレイク問題を、提案手法である非解像型連成手法とPMSモデル[11]による解像型連成手法それぞれで解き、角柱に働く流体力を比較する。

対象とする系の概観を図2, 3に示す。流体の粒子径は 5×10^{-4} [m]で固定とした。この粒子径は一辺0.05[m]の角柱の断面形状を十分詳細に表現できるため、解像型連成手法により精度よく角柱に働く流体力が計算できる。角柱の材質は鋼材を想定し材料定数を設定した。流体解析条件、構造解析条件はそれぞれ表1, 2の通りである。水路の壁面と流体の間の摩擦は考慮しない自由滑り条件とした。また、ダムブレイク問題では流れの方向がX軸正の方向であるため、非解像型連成手法ではX軸負の方向を上流側の方向として物理量計算点を設置した。

解像型連成手法と提案した非解像型連成手法の結果を比較したグラフを図4にまとめた。図4をみると、提案手法での結果は解像型連成手法の結果によく一致しており、提案手法により妥当に流体力が得られることが確認できる。

(2) 空間解像度が異なるケースでの比較

部材の断面寸法に対する流体の空間解像度の比が異なるケースの比較を行う。検証対象の系は5.1節と同様のものとし、粒子径は固定のまま角柱幅を変える。角柱の一辺の長さは0.0005, 0.001, 0.0025, 0.005, 0.01, 0.025, 0.05[m]の7種類とする。得られた流体力を角柱幅*D*で除すことで正規化する。正規化したそれぞれの値を前項で妥当性が

確認できた幅0.05[m]のものと比較することで、角柱に対する粒子の解像度ごとの妥当性の検証を行う。なお、変形の影響を無視するため、角柱の断面定数は前項で使用した0.05[m]の角柱のものを用いる。

解析の結果を図5に示す。図5より、正規化した抗力が角柱幅0.05[m]の場合と近い値をとっていることが確認できる。流体力が発生するタイミングに遅れが生じている原因は、抗力計算に用いる物理量を計算する計算点 i^{upper} の位置の違いによるものである。すなわち、計算点 i^{upper} は小部材の重心位置から上流側に角柱幅分シフトさせた位置に設けているため、角柱幅が大きいケースほど早いタイミングで流体力が発生しているためである。また、0.2[s]付近の抗力のピーク値が部材幅0.05, 0.025[m]のケースでは部材が細くなるにつれ抗力が小さくなっている一方、部材幅0.01~0.0005[m]のケースでは部材幅が細くなるにつれて抗力が大きくなっている。前者の理由は計算点 i^{upper} の位置は小部材の重心位置から部材幅分シフトさせた位置に設けているため、水没部長さ*l*の値が部材幅が大きいほど大きくなったからである。一方後者の理由は、部材から流体への反作用力により部材付近の流速が低下していることが原因である。部材幅が粒子径に対して大きいほど大きな反作用力が流体粒子に作用し流速の低下も大きくなる。部材幅0.05, 0.025[m]のケースでは部材幅が十分大きいいため、部材付近の流速低下の影響を受けない位置に計算点 i^{upper} を設置できていたが、部材幅0.01~0.0005[m]のケースでは部材幅が小さく計算点 i^{upper} を部材付近の流速低下の影響を受けない程度上流側にシフトできていなかった。実際、小部材ごとの抗力計算に用いた流速の平均値の時刻歴 (図6) を見ると、部材幅0.01~0.0005[m]では部材幅が細くなるごとに平均流速が大きくなることが確認できる。この結果から、多少の差が存在するが、粒子径が角柱の形状に比べて粗い場合においても妥当に流体力計算が行えることが確認できた。

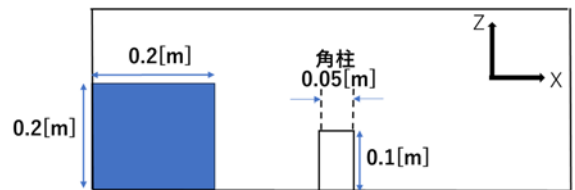


図2 ダムブレイク問題における系の概観(正面図)

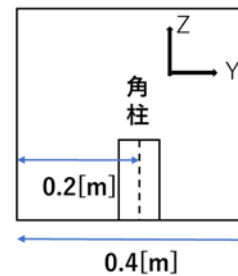


図3 ダムブレイク問題における系の概観(側面図)

表 1 ダムブレイク問題における流体解析条件

時間増分#	5.0×10^{-4} [s]#
総ステップ数#	1000#
粒子径#	5.0×10^{-3} [m]#
総流体粒子数#	128000#
影響半径#	粒子径 \times 2.4#
緩和係数#	5.0×10^{-3} #
滑り率#	1.0#
密度#	1.0×10^3 [kg/m ³]#
動粘性係数#	1.0×10^{-6} [m ² /s]#
重力加速度#	9.8 [m/s ²]#

表 2 ダムブレイク問題における構造解析条件

時間増分#	5.0×10^{-4} [s]#
総ステップ数#	1000#
ヤング率#	7.93×10^7 [N/m ²]#
ポアソン比#	0.4#
降伏応力#	5.98×10^6 [N/m ²]#
密度#	4.91×10^2 [kg/m ³]#
重力加速度#	9.8 [m/s ²]#

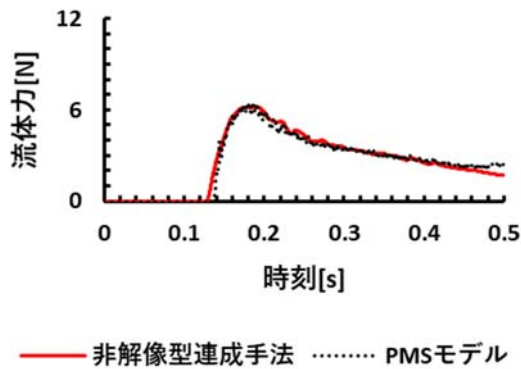


図 4 PMS モデルと提案手法の X 軸方向流体力の比較

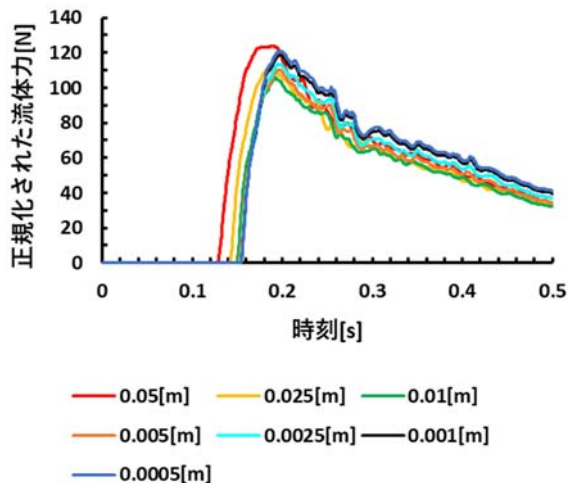


図 5 正規化した X 軸方向流体力の比較

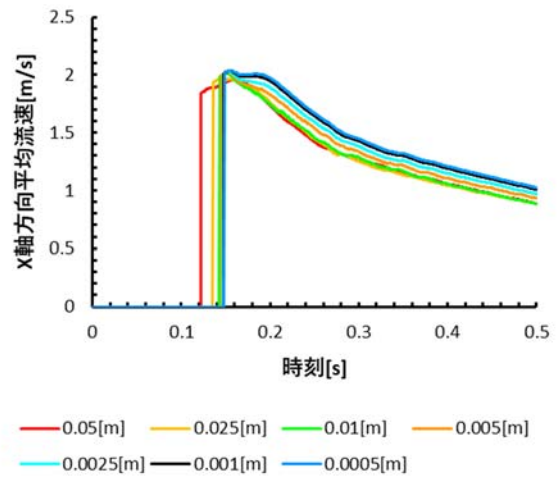


図 6 抗力計算に用いた X 軸方向流速の平均値の角柱幅ごとの比較



(a) 時刻 0.175[s] で角柱が破断する様子



(b) 時刻 0.300[s] で角柱が移流する様子

図 7 角柱流失シミュレーションの様子

6. 角柱の流失シミュレーション

提案手法により角柱の流失シミュレーションを行う。対象とする系は5.1節で用いたものと同様とする。また、角柱の破断が生じるように構造部材の降伏応力の値を仮想的に小さくする。さらに、角柱が破断後に流れに沿って移流する過程を表現するために、部材軸方向の抗力も計算する。簡単のため、軸方向の抗力計算に用いる抗力係数は軸直交方向の抗力係数と同じものを使用した。シミュレーションの可視化結果を図7に示す。図7を見ると、角柱が流体により破断し、流されていく様子が再現されている。

7. 結論

本研究では、粒子径が部材の寸法に対し大きい場合においても発生する流体力を妥当に計算できる非解像型の流体-構造連成解析手法の開発を行った。妥当性および有効性を検証するために、開発した非解像型の連成手法と、PMSを利用した解像型の連成手法をダムブレイク問題により比較したところ、以下の結果が得られた。

- 解像型連成では計算が不可能なほど部材断面寸法に対して粒子径が粗い場合においても、提案した非解像型連成では妥当に流体力を計算できることが確認された。
- 提案した非解像型連成解析手法によって、構造部材が流体力を受け、破断、流出していく挙動を再現できることが確認された。

参考文献

- [1] C. Antoci, M. Gallati and S. Sibilla, Numerical simulation of fluid-structure interaction by SPH, *Computers & Structures*, Vol. 85, pp. 879-890, 2007.
- [2] G. Fourey, G. Oger, D. Le Touzé and B. Alessandrini, Violent fluid-structure interaction simulations using a coupled SPH/FEM method, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, Vol. 10, p. 012041, 2010.
- [3] 江口 史門, 浅井 光輝, 大谷 英之, 一色 正晴, 建物群を含む地表面詳細モデルを用いた粒子法による三次元津波遡上解析, 土木学会論文集A1 (構造・地震工学), Vol. 72, No. 4 (地震工学論文集第35巻), I_367-I_377, 2016.
- [4] K. Murotani, S. Koshizuka, T. Tamai, K. Shibata, N. Mitsume, S. Yoshimura, S. Tanaka, K. Hasegawa, E. Nagai, and T. Fujisawa, Development of hierarchical domain decomposition explicit MPS method and application to large-scale tsunami analysis with floating objects, *Journal of Advanced Simulation in Science and Engineering*, Vol. 1, No.1, pp. 16-35, 2014.
- [5] M. Ellero, M. Serrano, and P. Español, Incompressible smoothed particle hydrodynamics, *Journal of Computational Physics*, Vol. 226, No. 2, pp. 1731-1752, 2007.
- [6] K. M. Lynn and D. Isobe, Finite Element Code for Impact Collapse Problems of Framed Structures, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 69, No. 12, pp. 2538-2563, 2007.
- [7] S. Marrone, A. Colagrossi, D. Le Touzé, and G. Graziani, Fast free-surface detection and level-set function definition in SPH solvers, *Journal of Computational Physics*, Vol. 229, No. 10, pp. 3652-3663, 2010.
- [8] 大村 浩之, 三目 直登, 浅井 光輝, 磯部大吾郎, 粒子法とASI-Gauss法のカップリングに基づく波浪-骨組構造連成解析, 計算工学講演会論文集, Vol. 28, 2023.
- [9] 山邊 茂之, 熊本 博光, 西原 修, 釣り仕掛けアニメーションのための抗力係数の同定と過渡的糸挙動の再現, 精密工学会論文集, 71巻, 11号, pp. 1448-1453, 2005.
- [10] M. Sevhan, M. Sarioglu, Y. E. Akansu, Effect of Attack Angle on Flow around A Square Prism with A Splitter Plate, *Uludağ University Journal of the Faculty of Engineering*, Vol. 23, No. 2, 2018.
- [11] S. Koshizuka, A. Nobe, and Y. Oka, Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 26, No. 7, pp. 751-769, 1998.