

WTCの崩壊要因とリダンダンシーについて

On True Cause of Collapse and Redundancy of the World Trade Center Towers

磯部大吾郎¹⁾

Daigoro ISOBE

1)筑波大学 大学院システム情報工学研究科 構造エネルギー工学専攻, 准教授, 博士 (工学)

(茨城県つくば市天王台 1-1-1, isobe@kz.tsukuba.ac.jp)

Dept. of Engineering Mechanics and Energy, University of Tsukuba, Assoc. Prof., Dr. Eng.

1. はじめに

「リダンダンシー」という言葉は, 2001年9月の米国同時多発テロでニューヨーク世界貿易センタービル (以下, WTC と記す) が崩壊したことにより, 急にクローズアップされるようになったとも言えるだろう. 構造的な欠陥が生じてから崩壊に転じるまでに, 応力伝達経路がどの程度余裕度を持って確保されるか, すなわち構造物に応力再配分能力がどの程度あるか, というような話¹⁾になったときに「リダンダンシー」という言葉がよく使われるようである.

改めて記すまでもないが, 2001年9月11日, 2機の航空機が WTC のツインタワーに突入し, 大規模な火災の末にビルが完全崩壊するという悲劇が起きた. 事件の詳細な時系列およびビルの崩壊については, 米国政府調査局の Federal Emergency Management Agency²⁾ (以下, FEMA と記す) によって 2002 年に, National Institute of Standards and Technology³⁾ (以下, NIST と記す) によって 2005 年に報告書がまとめられた. 報告書では, WTC1, 2 号棟ともに飛行機の衝突によりコア柱や周辺の架構が切断されて応力再配分が起これ, その後発生した大規模な火災により残存する架構の耐力が失われ, 床中央部が陥没し, 最終的にいわゆる進行性崩壊を招いたとしている. 各界で科学的な検証も進み, 例えば Bazant⁴⁾は, 位置エネルギーの解放に伴って増大した運動エネルギーを吸収する塑性変形メカニズムについて考察することで, WTC の崩壊メカニズムを検証した. Quan⁵⁾は, WTC の正確なモデルを使用した訳ではなく, 崩壊要因を特定する目的ではなかったが, 航空機の衝突から全体崩壊までの解析を一貫して行い, 妥当な崩壊シナリオを示すことに成功した. 日本でもかなり早い段階で, 航空機衝突によるビルの被害状況および全体応答について, 福田⁶⁾が数値シミュレーションによる検証を行った. また, 日本建築学会 WTC 崩壊特別調査委員会によって世界貿易センタービル崩壊特別調査委員会報告書⁷⁾がまとめられ, 2003 年の日本建築学会大会ではパネルディスカッションが企画された. しかし, 前述の FEMA および NIST の報告書では, ツインタワーがコア構造までを含めて地上まで完全に崩壊してし

まった直接的な要因については詳細な検討や考察がなされておらず, また他の文献でも崩壊要因を特定付けるのに成功したものはなく, この件についてはまだ多くの疑問が残っているのが現状である.

筆者は, 中でも以下の点が未解決であり, 今後の高層建築物の設計にとって重要な案件が内在するものと感じている.

A. なぜ完全崩壊したのか.

航空機の衝突により耐火被覆が剥かれた衝突部付近の鋼材は, 大規模な火災により耐力を失っていたことが考えられる. しかし, 航空機が衝突しておらず, 大規模な火災も発生していなかった下層部では, 部材耐力は存在していたはずである. すると, 落下する上層部が地面に近づくにつれ下層部の構造強度は増したはずで, 途中階層で崩壊が止まることは可能だったのではないだろうか.

B. なぜ高い速度で崩壊したのか.

種々のビデオ映像を観察すると, WTC1, 2, 7 号棟ともに, 自由落下速度とも飽和速度とも取れるような高速度で崩壊している. 部材耐力が少しでも残っていれば, そこで運動エネルギーが消費され, 落下速度が減少するはずである. 爆破解体説やミサイル攻撃説が未だに根強く残っているのは, この疑問が少なからずとも残っているからである.

以上の疑問を踏まえ, 筆者の研究グループでは, WTC の崩壊要因を特定するべく, 独自開発した数値シミュレーション技術を用い以下の様々な観点から検証を行っている.

- i) 航空機の衝突と崩壊現象との因果関係を調べる.
- ii) 大規模火災と崩壊現象との因果関係を調べる.
- iii) 接合部強度と崩壊現象との因果関係を調べる.
- iv) 爆破解体された可能性を調べる.

i) はいわゆる動的な外的要因についての調査であり, WTC2 号棟の全体モデルを用いてこの影響について調べた⁸⁾. 現在も新しい破断判定式と接触アルゴリズムを用いて調査が進行中である. ii) は静的な外的要因についての調査であり, FEMA や NIST が主張する主要因に関する調査である. iii) は内的要因に関する調査であり, WTC が潜在的に持ち合わせていた脆弱性に焦点を当てている. iv) で

は、今でも根強く残る説が現実的なのかどうか、調査する予定である。

本稿では、現段階で出ている i)~iii)の結果について報告するとともに、後半の ii) iii)の部分では高層ビルが有していたリダンダンシーについて、火災パターンと接合部強度に関連付けて考察する。

2. 数値解析手法

始めに、一連の調査に用いた数値解析手法について述べる。本研究では、大規模骨組構造の構造解析において最小限のコストで計算が可能である、ASI-Gauss 法^{9,10,11)}を基に独自開発した有限要素解析コードを使用した。ASI-Gauss 法は、部材の性状に合わせて有限要素内の数値積分点を順応的にシフトすることで、高精度な塑性崩壊荷重解が得られることが可能な順応型 Shifted Integration 法 (ASI 法)¹²⁾をさらに改良した手法である。ASI-Gauss 法では、2つの線形チモシェンコはり要素をサブセット要素として考え、そのガウス積分点に相当する位置に応力評価点を配置するように数値積分点をシフトすることで、ASI 法に比べ弾性変位解の精度を向上させている。また、積分点のシフトと同時に断面力を解放することで破断を表現し、幾何学的な位置関係に基づいて要素間をギャップ要素で拘束し、接触を表現可能としている。解法の詳細については文献^{9,10,11)}などを参照されたい。

3. WTC 2号棟全体モデルの航空機衝突解析⁸⁾

事件の時系列通りに調査を進めるため、航空機の衝突がタワーに対してどのような影響を与えたか、まず検証した⁸⁾。衝撃力がタワー全体に及ぼす影響を調べるためには、全体モデルを構築する必要がある。そこで、調査報告書^{2,3,7)}の情報をもとに、可能な限り忠実に構造部材の選定および配置を行い、タワー全体と航空機を線形チモシェンコはり要素でモデル化した。図1に、構築した WTC 2号棟

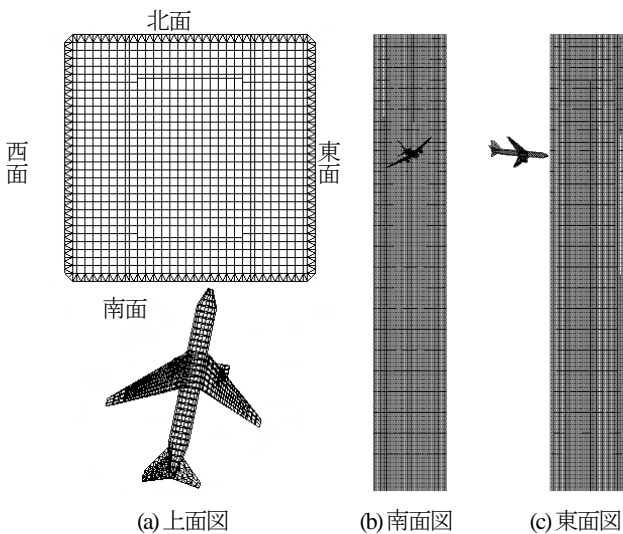


図1 航空機衝突解析の数値モデル

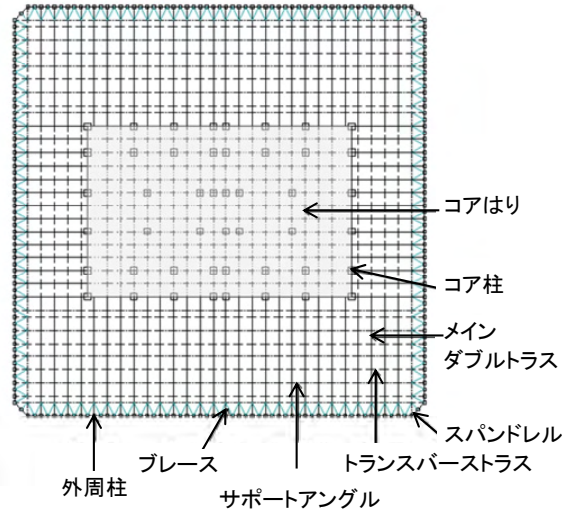


図2 WTCタワーの断面形状

および B767-200ER 型航空機のモデル概観を示す。WTC 2モデルは総要素数 604780、総節点数 435117、航空機モデルは総要素数 4322、総節点数 2970 である。WTC 2モデルについては、柱部材と外周はり部材の性状を層方向へ段階的に変化させ、H型鋼、BOX鋼、プレート鋼で構成した。図2に示すように、タワービルの断面形状は、外周部が風荷重を受け持ち、内側のコア構造と外周部を連結するダブルトラス材が床荷重を支え、これをコア構造に伝達する構造となっている。タワー全体に設計固定荷重 2890 MN と許容積載荷重 740 MN の約 40% を自重として作用させ、コア構造と外周構造におよそ 6 : 4 の割合²⁾で負荷がかかるように設定した。

航空機モデルに用いた部材断面形状は箱型で、材料には超々ジュラルミンを用いた。エンジンについては、その重量を考慮するため密度を増加させた。タワー突入時の姿勢や速度に関しては様々な情報があるが、ここでは報告書²⁾に基づいて総重量を 142.5 t (うち燃料は 30 t) とし、モデルの初期位置を機首が東に 11.5°、鉛直下方向へ 5°、機体軸が 35°傾倒した状態とし、速度 262 m/s で南面 81 階に衝突するものと仮定した。

ところで、WTC タワービルの柱の継手は主に板厚 34mm のエンドプレート方式で、接合部には 4~6 本のボルト接合が施されていた (図3参照)。この接合部は曲げ、せん断力に対して弱く、その耐力は、柱の曲げ塑性耐力の 20% から 30% 程度であった²⁾。ダブルトラスなどのはり接合部についても、同様に簡易な接合方式が採られていた。日本の建物では部材と同等の強度が接合部に求められており、その観点では、WTC はもともと強度的に脆弱であったと言える。この解析では以下の破断判定式を取り入れ、接合部の脆弱性を表現した。

$$\left| \frac{\kappa_x}{\kappa_{fx}} \right| - 1 \geq 0 \quad \text{or} \quad \left| \frac{\kappa_y}{\kappa_{fy}} \right| - 1 \geq 0 \quad \text{or} \quad \left(\frac{\epsilon_z}{\epsilon_{fz}} \right) - 1 \geq 0 \quad (1)$$

ここで、 κ_x , κ_y は x, y 軸回りの曲率、 ϵ_z は引張り軸ひずみ、

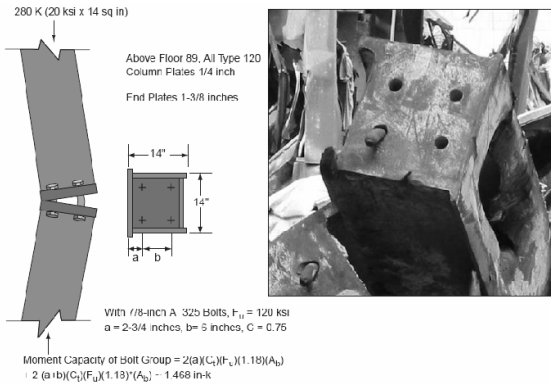


図3 WTCタワーの柱の継ぎ手部[2]

K_{fx} , K_{fy} , ϵ_{cz} はそれぞれの破断臨界値である。この段階では、衝突部の被害状況およびエンジンの動きを観測情報と比較することで、適切と思われる破断臨界値を設定した。なお、接合部の力学特性を建物の崩壊解析に取り入れることは大変重要であり、実験および理論解析を含め、今後のこの分

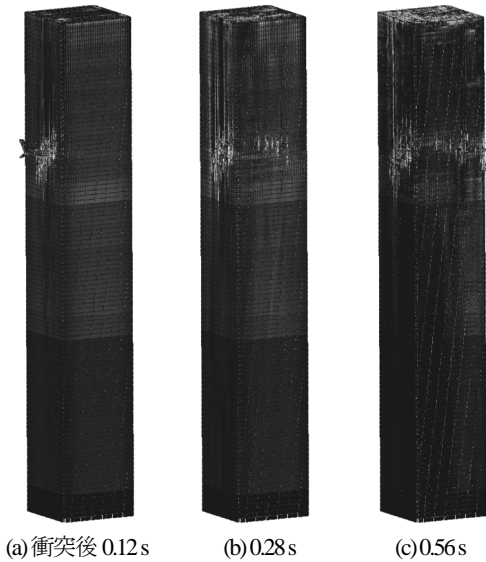


図4 解析結果 (全体図)

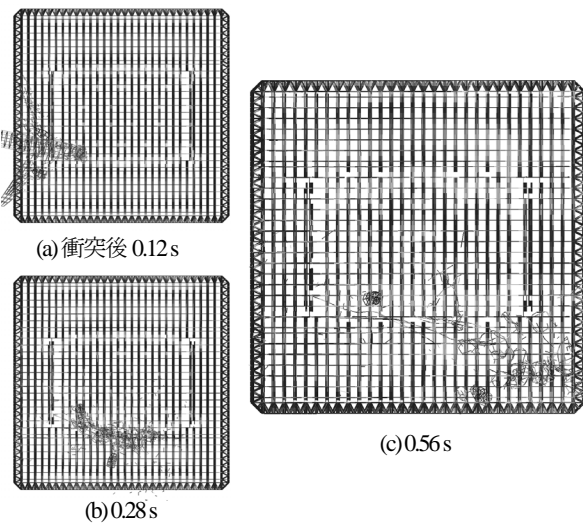


図5 機体とエンジンの動き (上面図)

表1 機体の衝突タイムライン

時間 [s]	機体の部位		
	左エンジン	右エンジン	機首
0	機首が外周壁に接触		
① 0.048			コア構造に接触
0.072	外周壁に接触		
② 0.076		外周壁に接触	
③ 0.128	コア構造に接触		
④ 0.168	柱902に接触		
⑤ 0.504	柱903に接触		
⑥ 0.512		進行方向右の外周壁に接触	

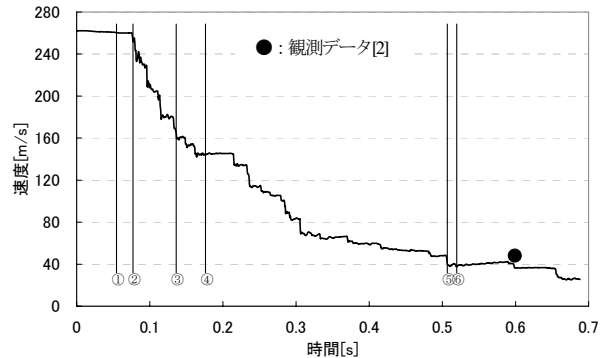


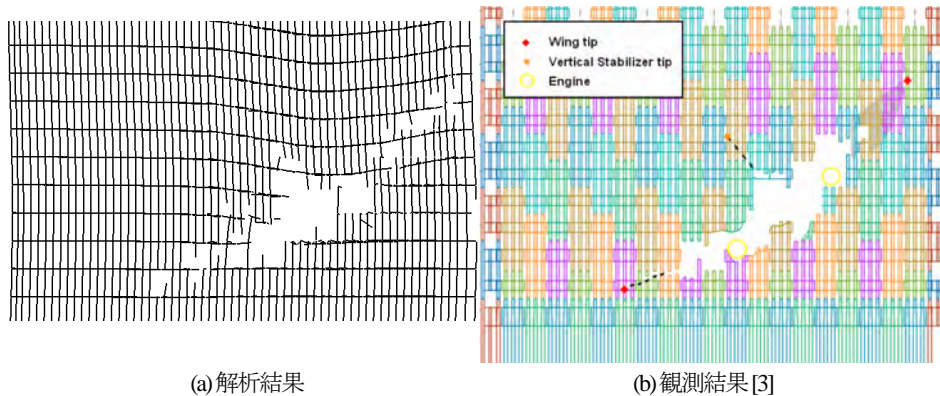
図6 右エンジンの速度曲線

野の発展が望まれる。

この他、降伏応力に対するひずみ速度の影響を Cowper-Symonds の式¹³⁾で考慮し、解析のソルバーには共役傾斜法 (CG 法)、非線形増分理論に Updated Lagrangian Formulation (ULF)、時間積分には Newmark の β 法 (数値減衰を目的に $\delta=5/6$, $\beta=4/9$ に設定) を用い、時間増分を 0.2 ms とした。HPC (1.4GHz Itanium \times 2, 8GB RAM) による計算時間は約2ヶ月であった。

シミュレーション結果を図4および図5に示す。動画をウェブサイト¹⁴⁾で公開しているので、こちらをご覧ください。左エンジンは内側のコア構造を直撃するため急激に減速するが、右エンジンはコア構造をかすめて北東の角へ貫通した。機体およびエンジンの衝突タイムラインを表1に、右エンジンの速度曲線を図6に、衝突面被害状況を図7に示す。建物を飛び出す瞬間の右エンジンの速度、被害状況ともに観測結果²³⁾と良好に一致した。

次に、航空機突入の瞬間における建物内の断面力変化を調べた。コア柱2本について、1階から110階まで10階おきの箇所作用する軸力の推移を図8に示す。航空機の機首がコア柱に到達する (図の①) までは自重の作用で一定の圧縮軸力が発生しているが、それ以降は、柱の破断に起因する“うねり”が水平および鉛直方向へと伝播する。特に、衝突によって破断した柱 (柱番号 1001) の衝突階より上の箇所では軸力の作用が瞬時になくなり、ゼロ付近で小さく振動する。衝突階より下の箇所では、左エンジンがコア構造に接触 (図の③) した後に軸力が急速に引張り側に転じ、大振幅で振動を始める。自重による圧縮軸力の大きさを見ても分かるように、この引張り力は非常に大きい。し



(a)解析結果

(b)観測結果[3]

図7 航空機突入面の被害状況

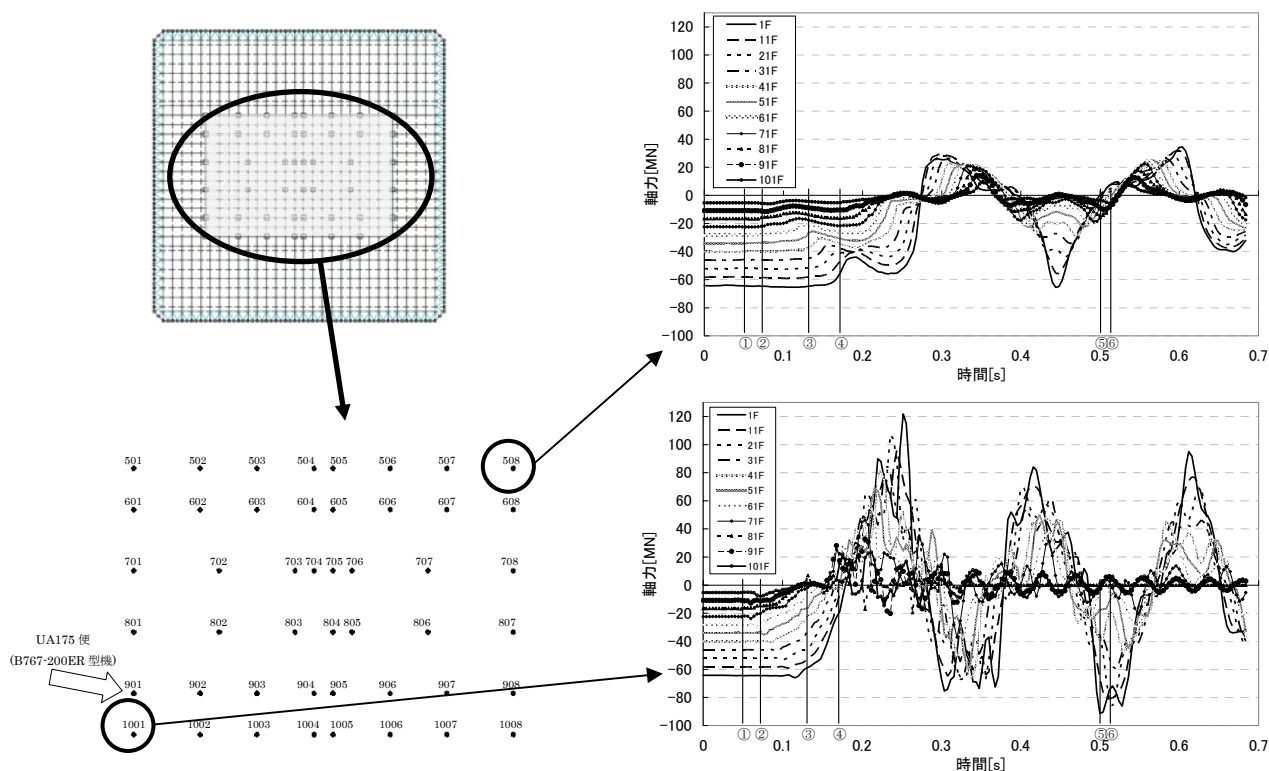


図8 コア柱の軸力の推移

かも注目すべき点は、下層階になるほどその絶対値が大きいことである。上層階が切り離されたのみでは、ここまで大規模な除荷は起こらないはずである。またその結果、例えば1001番のコア柱には、60階付近で0.2sの間に約25cmもの上下動が生じていた(図9参照)。

大きな引張り力と変位が柱に生じた原因を探るため、ダブルトラス接合部の破断箇所が時間を追ってどう推移するか、調査した。結果を図10に示す。時間を追うごとに、81階付近から破断箇所が上階、下階へと伝播している様子が分かる。この伝播速度は、縦波が柱内を伝播する速度とほぼ一致した。衝撃波がタワー内を伝播し、時には屋上階やロビー階で別の柱に反射し、次々とダブルトラス接合部を破壊している状況が伺える。つまり、コア柱にはダブルトラスを介して床荷重がかかっていたが、航空機の衝突

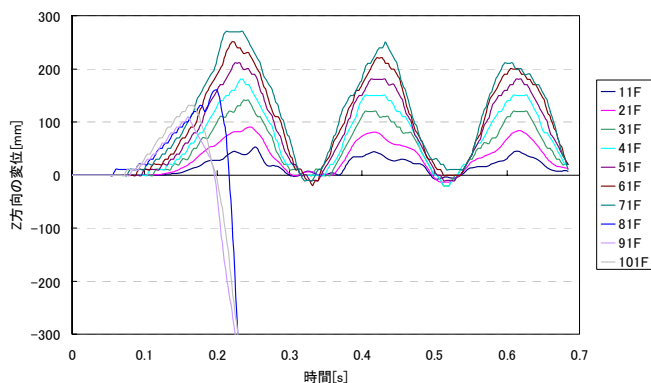


図9 コア柱No.1001の軸方向変位

で一部のダブルトラスが破壊されたために、応力が再配分され、コア柱に中規模の除荷が生じた。その除荷による変

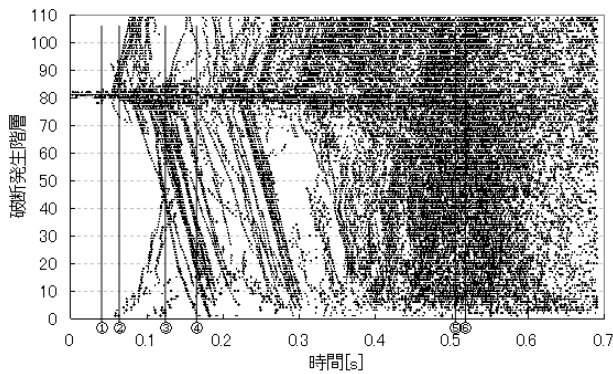


図10 ダブルトラス接合部破断箇所の推移

形で他のダブルトラス接合部が破断し、コア柱がさらに除荷された。このようにダブルトラス接合部の破断とコア柱の除荷が連鎖反応的に起こり、数多くのコア柱に、圧縮されていたバネが解放されて跳ね上がるような、いわゆるスプリングバック現象が起きたことが予想される。仮にこのような現象が起きていたとすると、設計段階で大きな引張り力が作用することを想定していないコア柱の接合部は、一溜りもなかったであろう。恐らく、エンドプレートで接合されていた柱の継手が強大な力で次々と引き裂かれたのではないだろうか。特に下層階になるほどその力は大きく、被害が大きかったに違いない。つまり WTC 2 は、航空機が衝突した瞬間、すでにきっかけがあれば簡単に倒壊してしまうような“積み木”状態に達していた可能性がある、と考えられるのである。

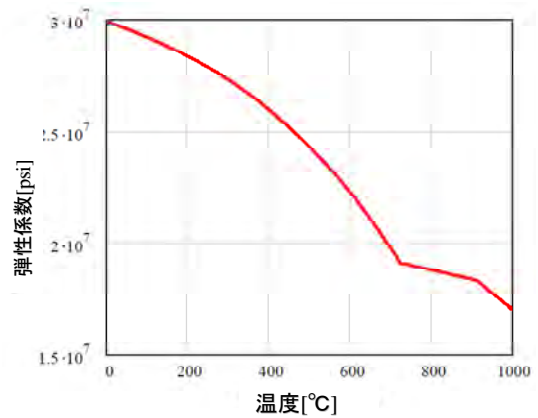
4. WTC 2号棟を模擬した高層モデルの火災崩落解析¹⁵⁾

次に、大規模火災と接合部強度の影響を調べるために、WTC2を模擬した高層モデルに対し火災崩落解析を実施した¹⁵⁾。解析には、やはり ASI-Gauss 法を基に独自開発した有限要素解析コードを使用した。構築した 25 層 3 スパン構造物の解析モデルは、総要素数 2000、総節点数 1416 である。構造強度による相違を比較するため、2 種類のモデルを作成した。1 つ目は 1 層部分の柱を BOX 鋼 $\square 600*600*18*18$ 、2 つ目は $\square 430*430*13*13$ とし、その太さを上層方向へ 5 層ごとに段階的に細くした。梁は H 型鋼とし、床荷重は 4.0 kN/m^2 と想定した。

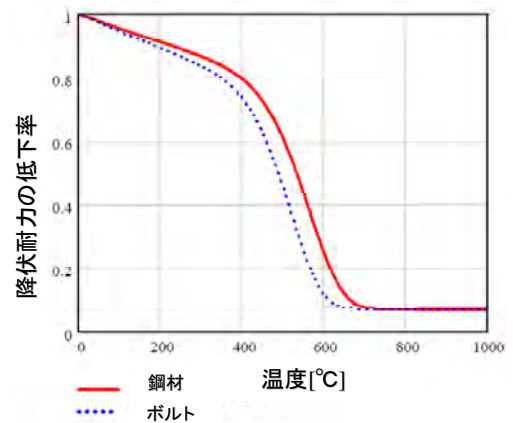
この解析では接合部強度係数 C_M を入れた以下の降伏関数を用い、接合部の脆弱性を直接的に表現した。

$$f = \left(\frac{M_x}{C_M M_{x0}} \right)^2 + \left(\frac{M_y}{C_M M_{y0}} \right)^2 + \left(\frac{N}{N_0} \right)^2 + \left(\frac{M_z}{M_{z0}} \right)^2 - 1 = 0 \quad (2)$$

ここで、 M_x, M_y は x, y 軸回りの曲げモーメント、 N は軸力、 M_z はねじりモーメントである。下添え字“0”は、各断面力成分が単独で部材断面に作用した場合の全断面塑性値であることを示す。 C_M は $0.0 \sim 1.0$ の値をとり、柱の曲げ塑性耐力に対する強度比を陽に表す。ここでは、日本の建築物と WTC の接合部強度²⁾の相違を比較するため、 $C_M = 1.0$ と C_M



(a) 弾性係数



(b) 降伏耐力

図11 鋼材の耐力低下曲線³⁾

$= 0.2$ の 2 つの場合について解析した。また、破断判定式としては以下の式を用いた。

$$\left| \frac{\kappa_x}{\kappa_{fx}} \right| - 1 \geq 0 \quad \text{or} \quad \left| \frac{\kappa_y}{\kappa_{fy}} \right| - 1 \geq 0 \quad \text{or} \quad \left(\frac{\epsilon_z}{\epsilon_{fz}} \right) - 1 \geq 0$$

$$\text{or} \quad \left| \frac{\gamma_{xz}}{\gamma_{fzx}} \right| - 1 \geq 0 \quad \text{or} \quad \left| \frac{\gamma_{yz}}{\gamma_{fyz}} \right| - 1 \geq 0 \quad (3)$$

ここで、 κ_x, κ_y は x, y 軸回りの曲率、 ϵ_z は引張り軸ひずみ、 γ_{xz}, γ_{yz} は x, y 軸方向のせん断ひずみ、 $\kappa_{fx}, \kappa_{fy}, \epsilon_{fz}, \gamma_{fzx}, \gamma_{fyz}$ はそれぞれの破断臨界値である。破断臨界値には継ぎ手の静的加力試験データ^{16),17)}を用いており、前節の解析で使用した値より信頼性が高いものと思われる。温度上昇に伴う鋼材の耐力低下曲線としては、図 11 に示す NIST³⁾ のものを使用した。これは、鋼材に耐火被覆を施さない場合のものであるが、火災の一般的な温度である 700°C 付近において、弾性係数 (図 11(a)) は常温時の約 60%、降伏耐力 (図 11(b)) は約 10% まで低下することを示している。解析では、耐火被覆が剥離した状態で、区画の柱・はりが図 12 に示すように約 7 分間で線形的に 700°C の温度まで上昇し、その後その温度を維持するように想定した。火災パターンには 17~19 階の 3 層 3 区画 (対称) 火災、3 層 4 区画 (非対称) 火災、3 層 9 区画 (全焼) 火災の 3 種類を採用した。

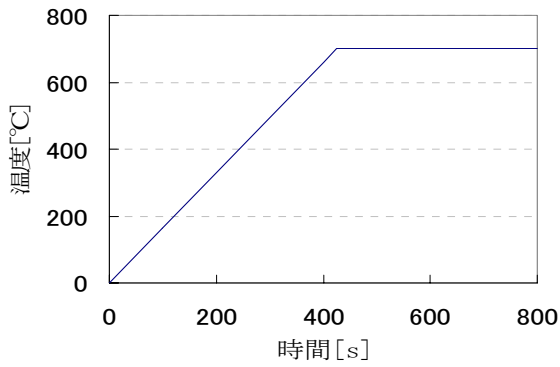


図12 温度上昇時刻歴曲線

解析のソルバーには共役傾斜法 (CG 法), 非線形増分理論

に Updated Lagrangian Formulation (ULF), 時間積分には Newmark の β 法 (数値減衰を目的に $\delta=5/6$, $\beta=4/9$ に設定) を用いた. さらに, 各ステップにおける変位増分を監視し, それに合わせて時間増分を制御するアルゴリズムを導入し, 初期増分を 1.0 s, 崩壊時などの動的領域では 1.0 ms となるように設定した. 崩壊の有無で計算時間は変化し, PC (1.86GHz Intel Core2, 3.92GB RAM) による計算時間は約 3~24 時間であった.

図13に細柱, 3層3区画 (対称) 火災の場合の解析結果を示す. 17~19 階の中央3区画部分が同時に火災を起こした状態を想定している. 図13(a)は接合部強度が大きい場合 ($C_M=1.0$), 図13(b)は小さい場合 ($C_M=0.2$) の結果である. 破断要素は図より削除している. 接合部強度が大きい

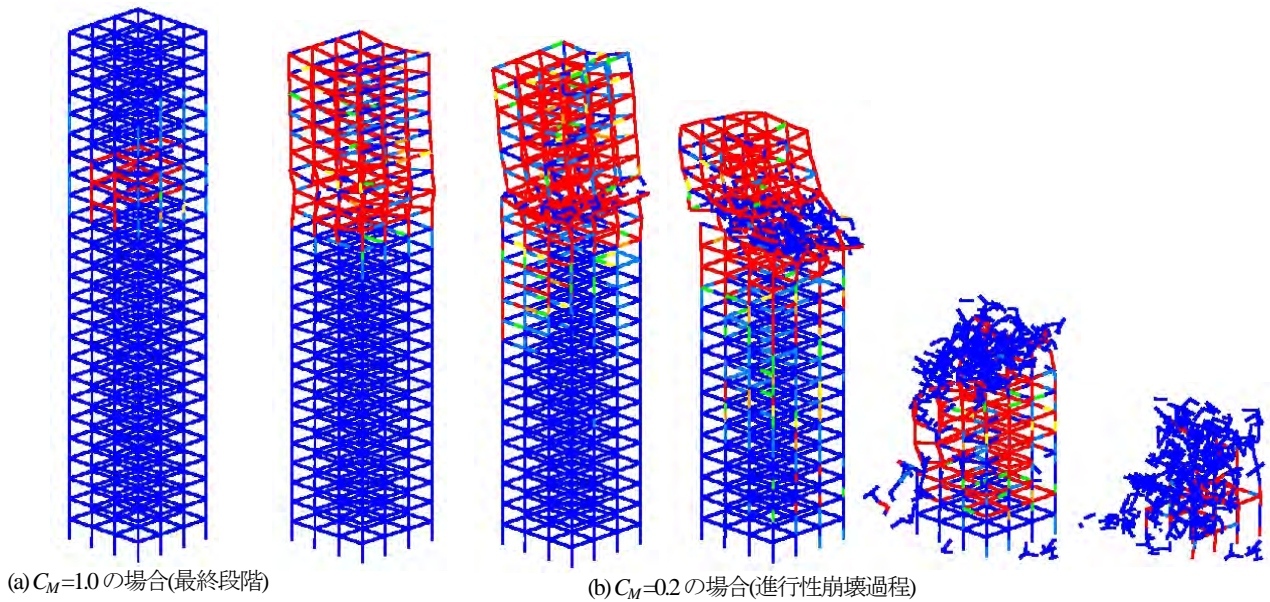


図13 火災崩落解析結果 (細柱モデル, 3層3区画 (対称) 火災)

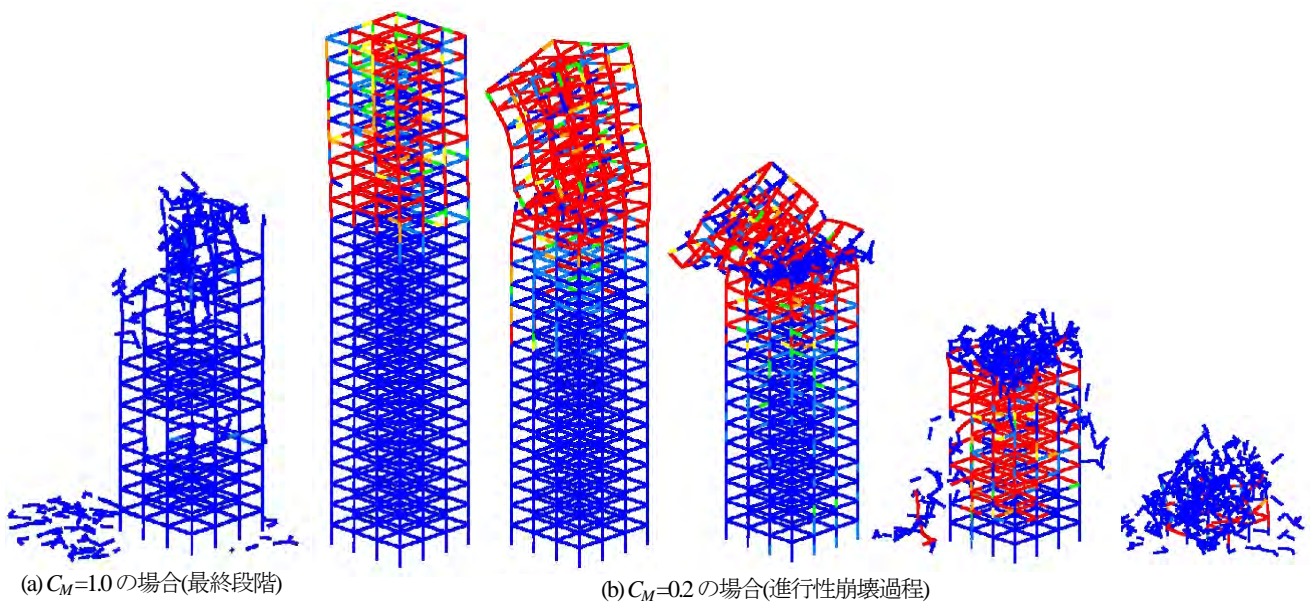


図14 火災崩落解析結果 (細柱モデル, 3層4区画 (非対称) 火災)

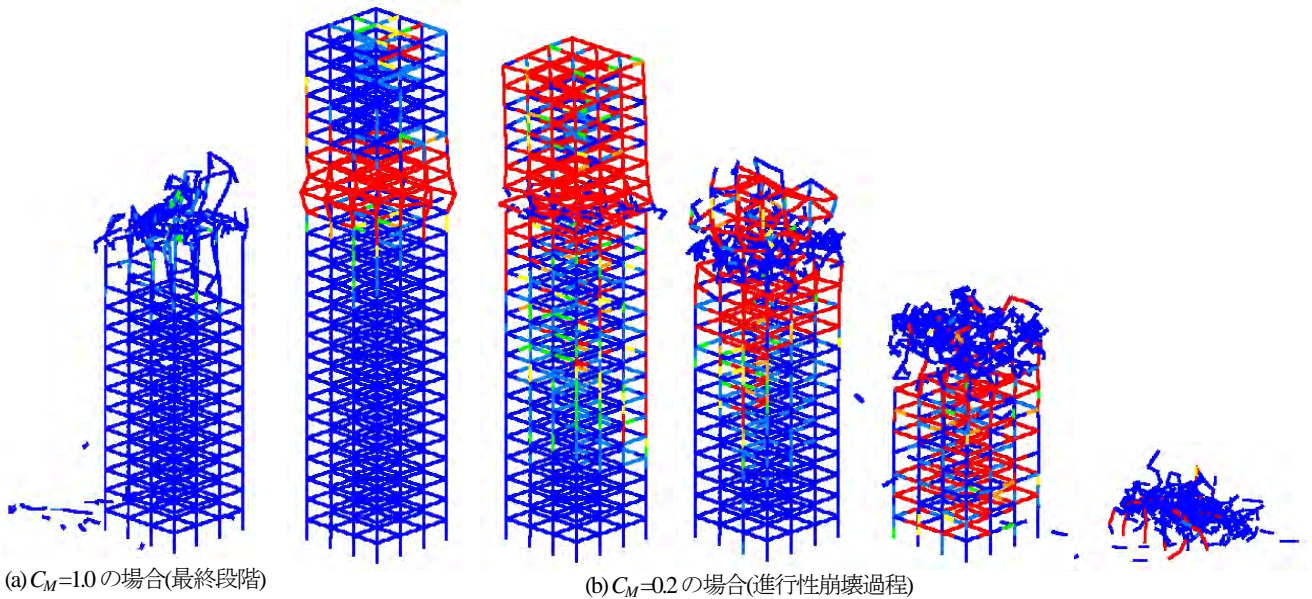


図 15 火災崩落解析結果（細柱モデル，3層9区画（全焼）火災）

場合には全く崩壊しなかったが、接合部強度が小さい場合には上層部が初期崩壊した際にその衝撃力により下層部が連鎖反動的に破壊され、最終的には完全崩壊に至った。衝撃力が上層部の落下よりも速く下方へ伝播し、柱やはり（またはその接合部）を破壊している様子が観察された。図 14には細柱，3層4区画（非対称）火災の場合の解析結果を示す。17~19階の図に向かって左隅4区画が同時に火災を起こした状態を想定している。接合部強度が大きい場合には上層部が初期崩壊を起こしたが、下層部がその衝撃力に耐えて進行性崩壊を免れた。接合部強度が小さい場合には、図 13の場合と同様の傾向で進行性崩壊が生じ、最終的には完全崩壊に至った。図 15には細柱，3層9区画（全焼）火災の場合の解析結果を示す。全体的に図 14の結果と同様の傾向であったが、上層部が傾かず落下したことで下層部全体が運動エネルギーを吸収したと考えられ、上層部が傾いて落下し始めた3層4区画の場合よりも崩壊速度が若干遅かった。

一連の解析結果を表 2にまとめた。この表から、以下のことが分かる。すなわち、全体的に接合部強度が低い場合には、柱の太さに依らず完全崩壊する可能性が高い。また、柱が太く、接合部強度が高い場合にも、火災パターンによっては部分崩壊する危険性がある。3層3区画（対称）火災では左右への応力伝達経路が確保され、崩壊しないか、あるいは崩壊したとしても他の非対称火災、全焼火災の場合に対して崩壊開始時刻が遅くなった。これは、構造物のリダンダンシーが他の火災パターンの場合よりも高くなった、ということが言えるだろう。逆に非対称火災や全焼火災の場合はリダンダンシーを確保することはあまり期待できず、崩壊開始時刻も早めであった。

5. 最後に

一連の解析から確認できたことは、耐火性能が維持でき

表 2 火災崩落解析のまとめ

柱の断面形状	接合部強度 C_M	3層3区画火災	3層4区画火災	3層9区画火災
\square -600×600×18×18 → \square -400×400×12×12	1.0	崩壊せず	完全崩壊 (496s)	部分崩壊 (421s)
\square -430×430×13×13 → \square -230×230×7×7	0.2	完全崩壊 (886s)	完全崩壊 (463s)	完全崩壊 (423s)
\square -430×430×13×13 → \square -230×230×7×7	1.0	崩壊せず	部分崩壊 (433s)	部分崩壊 (417s)
\square -230×230×7×7	0.2	完全崩壊 (516s)	完全崩壊 (420s)	完全崩壊 (412s)

() : 崩壊開始時刻

ない場合には、高層建築物が火災だけで崩壊する可能性は十分にあるということである。特に接合部強度が弱い場合には全体崩壊につながる危険性が高く、十分に注意する必要がある。しかしその一方で、接合部強度が弱い場合にも崩壊時に運動エネルギーの吸収が認められ、崩壊速度が自由落下速度や飽和速度に近づく可能性は低い、ということが分かった。これは、WTCの事例では、火災と接合部強度以外の何らかの要因が複合的に作用し、崩壊速度を高めた可能性を示唆している。解析結果によると、航空機の衝突により、WTCタワーを支えていたコア構造の柱-ダブルトラス接合部、特に引張力が大きく作用した下層部の接合部では、致命的なダメージが生じてしまっていた可能性が高い。接合部が破壊された柱は下の柱上にただ乗っている状態となり、きっかけがあればいつでも倒壊してしまう状態となった。そこへ、衝突部付近では火災により柱が座屈し、支えきれなくなって上層部が落下した。主な柱の接合部が破壊されている下層部は抵抗することもできず、崩壊速度を抑えることができなかつたものと考えられる。つま

り、崩壊時には WTC の応力再配分能力、リダンダンシーはもはや存在していなかったのである。

謝辞

本研究を遂行するにあたり、研究室卒業生のチョウ ミョウリン氏、清水 和典氏、今西 健介氏、江口 正史氏、佐々木 嗣音氏、小室 友暢氏、現大学院生の片平 直樹氏、横田 仁氏に多大なる貢献を受けた。ここに謝意を表したい。

参考文献

- 1) 例えば 鈴木淳一，阿部修太郎，鈴木弘之，大宮善文，若松孝旺：火災時における鋼架構の崩壊温度とリダンダンシー ～耐震設計が耐火性能に与える効果～，日本建築学会構造系論文集，第 608 号，pp.157-164,2006.
- 2) ASCE/FEMA: World Trade Center Building Performance Study: Data Collection, Preliminary Observation and Recommendations, 2002.
- 3) NIST NCSTAR 1: Federal Building and Fire Safety Investigation of the World Trade Center Disaster: Final Report on the Collapse of the World Trade Center Towers, National Institute of Standards and Technology (NIST), 2005.
- 4) Z.P. Bazant and Y. Zhou: Why Did the World Trade Center Collapse? –Simple Analysis, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 128, No. 1, pp.2-6, 2002.
- 5) X. Quan and N. Birnbaum: Computer Simulation of Impact and Collapse of New York World Trade Center North Tower on September 2001, 20th International Symposium on Ballistics, Orland, USA, pp. 23-27, 2002.
- 6) 福田隆介，福澤栄治，小鹿紀英，森川博司：ニューヨーク世界貿易センタービルの航空機衝突時の全体応答と局部損傷の評価，日本建築学会構造系論文集，第 570 号，pp.77-84, 2003.
- 7) 日本建築学会 WTC 崩壊特別調査委員会：世界貿易センタービル崩壊特別調査委員会報告書，2003.
- 8) 磯部大吾郎：WTC の崩壊要因究明を目指した航空機衝突シミュレーション，計算工学，日本計算工学会，Vol. 12, No.2, pp.1551-1554, 2007.
- 9) 磯部 大吾郎，チョウ ミョウリン：飛行機の衝突に伴う骨組鋼構造の崩壊解析，日本建築学会構造系論文集，第 579 号，pp.39-46, 2004.
- 10) 磯部大吾郎，チョウ ミョウリン：ASI-Gauss 法による世界貿易センタービルの飛行機衝突解析，日本建築学会構造系論文集，第 600 号，pp.83-88, 2006.
- 11) K.M. Lynn and D. Isobe: Finite Element Code for Impact Collapse Problems of Framed Structures, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 69, No. 12, pp.2538-2563, 2007.
- 12) Y. Toi and D. Isobe: Adaptively Shifted Integration Technique for Finite Element Collapse Analysis of Framed Structures. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 36, pp.2323-2339, 1993.
- 13) N. Jones, Structural impact, Cambridge University Press, 1989.
- 14) <http://www.kz.tsukuba.ac.jp/~isobe/wtc.html>
- 15) 磯部大吾郎，小室 友暢：ASI-Gauss 法を用いた骨組構造の火災崩落解析，計算工学講演会論文集，第 13 巻，第 1 号，pp.129-130, 2008.
- 16) 藤本健太郎，濱田直之，瀬川紘史，平島岳夫，上杉英樹，安部武雄：高力ボルト継手の耐火性に関する実験的研究（その 1～その 3），日本建築学会大会講演梗概集，A-2, pp.105-110, 2006.
- 17) 平島岳夫，濱田直之，尾崎文宣，安部武雄，上杉英樹：高温時における高力ボルトの剪断変形性状に関する実験的研究，日本建築学会構造系論文集，第 621 号，pp.175-180, 2007.