

弾性たわみを考慮した劣駆動リンク系の逆動力学計算

○北村悠人(筑波大院) 磯部大吾郎(筑波大)

Inverse Dynamics Calculation of Underactuated Link Systems Considering Elastic Deformations

*Yuto KITAMURA(Graduate School, Univ. of Tsukuba), Daigoro ISOBE (Univ. of Tsukuba)

Abstract —In this paper, the parallel solution scheme is applied to the calculation of inverse dynamics for underactuated link systems where elastic deformation and vibration normally occur in constituting link members. The calculation process of the scheme is based upon the Finite Element Method (FEM). Some results of inverse dynamics calculation are shown for a 2-link underactuated system considering elastic deformations.

Key Words: Inverse dynamics, Underactuated link systems, Parallel solution scheme, Elastic deformation

1. はじめに

本研究で扱う劣駆動リンク系とは、システム自由度に対してアクチュエータの数が少ないシステムである。たとえば、2リンクの回転リンク系にモータが1つであるようなリンク系を扱う。劣駆動リンク系の利点として、系の軽量化・省電力化・アクチュエータが少なく済むことによるシステムの簡素化・耐故障性の向上およびコストダウンなどが挙げられる。しかしながらこのシステムは、アクチュエータにより直接制御できない関節が存在するために制御は困難となる[1][2]。

一方、有限要素法 (FEM) に基づいて開発された並列的逆動力学計算法[3] (以下、並列的解法と記す) を用いると、劣駆動リンク系の逆動力学計算を行い妥当なトルクを算出できることが確認された[4]。さらに本解法では、柔軟リンク系に対してもその部材剛性に起因する曲げ振動やたわみを考慮した逆動力学計算が可能である[5]。そこで本研究では、リンクの部材剛性を考慮した劣駆動リンク系について逆動力学計算を行った。さらに、算出されたトルク曲線とリンク系の固有振動との関係について検証した。

2. 軌道計算アルゴリズム

並列的解法は、動的な効果を含めた節点力を求めれば全関節のトルクが算出されるため、その計算過程は部材剛性に依らず同一のものとなる。したがって、部材剛性や減衰を考慮した正確な軌道を作成し、それを並列的解法の入力とすれば良い。以下に FEM を用いた軌道計算アルゴリズムについて記す。系の移動によって生じる体積力を考慮すると、仮想仕事の原理より、時刻 $t+\Delta t$ における増分型運動方程式は次式のように定式化される。

$$[M]\{\ddot{u}_m\}_{t+\Delta t} + [M]\{\ddot{u}_d\}_{t+\Delta t} + [C]\{\dot{u}_d\}_{t+\Delta t} + [K]\{\Delta u_d\} = \{F\}_{t+\Delta t} - \{R\}_t \quad (1)$$

ここで $[M]$ は全体質量マトリクス、 $[C]$ は全体減衰マトリクス、 $[K]$ は全体剛性マトリクス、 $\{F\}$ は外力ベ

クトル、 $\{R\}$ は内力ベクトル、 $\{u_m\}$ は系の移動量ベクトル、 $\{u_d\}$ は系の変形量ベクトルである。(1)式に時刻毎の $\{u_m\}$ を入力することで逐次的に $\{u_d\}$ が算出され、この2つの変位量の和として剛性や減衰を考慮した軌道が得られる。時間積分法としては、Newmarkの β 法 ($\delta=1/2, \beta=1/4$) を使用した。

さらに本研究では、劣駆動関節を表現するために、(1)式の全体剛性マトリクス $[K]$ の軸方向以外の成分を0にすることとした。他方、劣駆動関節が系の中に存在すると、初期の入力軌道 (剛体リンク系のもの) と出力軌道 (劣駆動リンク系のもの) との間に大きな差異が生じてしまうため、正確な軌道が算出できない。その解決法として、入力軌道である剛体リンク系の軌道をステップ間で逐次更新する、軌道更新アルゴリズム[4]を使用した。

3. 並列的解法

並列的解法では、入力データとして与えられる軌道より陽に算出される節点力を、力学的な関係に基づいてトルクに換算する。節点力-トルク換算式をマトリクス形式で表したものが次式である[3]。

$$\{\tau^n\} = [L^n][T^n]\{P^n\} \quad (2)$$

ここで、 $\{\tau^n\}$ は求めるべき関節トルクベクトル、 $\{P^n\}$ は節点力に関するベクトル、 $[T^n]$ は全体座標系からリンクの要素座標系に変換する座標変換マトリクス、 $[L^n]$ は系の形態を表す部材長マトリクスである。このように各変数をマトリクス形式に分離することにより、系の構造が変化した場合にも入力値の変更のみで柔軟に対応可能となる。

4. 逆動力学計算例

数値例として、Table 1 に示す部材を用いて Fig.1 に示す劣駆動リンク系の逆動力学計算を行った。使用する部材はアクリルとした。(1)式に入力する初期の剛体リンク系の軌道としては、水平面内において関節 J1 を 2 [s] で π [rad] 回転させ、2-30 [s] は 1 リンク目を停止させる軌道とした。

Table 1 Parameter of link member (Acrylic plastic)

Parameter	Value	
	Link 1	Link 2
Sectional area: A [m ²]	0.4×10 ⁻⁴	
Density: ρ [kg/m ³]	1.19×10 ³	
Young's modulus: E [GPa]	3.2	
Moment of inertia: I [m ⁴]	1.3333×10 ⁻¹¹	
Length: L [m]	0.120	0.180
Head mass: m [kg]	0.100	0.450

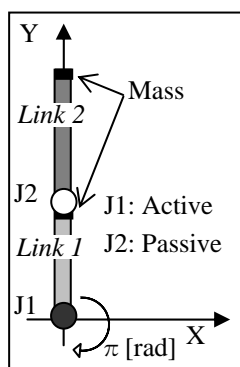


Fig.1 Model of 2-link underactuated system

上記の軌道を軌道更新アルゴリズム[4]に入力することにより得られる軌道をFig.2に示す。1リンク目の停止後も、2リンク目が先端に残る加速度により移動していることがわかる。この軌道を並列的解法に入力し、得られるトルク曲線をFig.3(a), Fig.3(b)に示す。Fig.3(a)では、1リンク目を停止させるまでの2秒間を拡大して示し、さらに1リンク目の弾性たわみを無視し剛体と仮定した

場合のトルク曲線も併せて示す。Fig.3(b)では解析全体にわたってトルク曲線を示す。なお、解析は時間増分 $\Delta t=0.01$ [s]で計算した。

Fig.3(a),(b)より、関節J2のトルクが0を維持していることが分かる。これは、算出された軌道(Fig.2)がJ2にトルクを発生しない、劣駆動関節を正確に表現できていることを示している。また、J1のトルク曲線に現れる振動はこのリンク系の固有振動であり、部材の弾性たわみを考慮したために発生した弾性振動に起因するものである。またFig.3(a)に示すように、この振動は剛体リンク系のトルク曲線に沿って振動している。これは柔軟リンク系の特徴であり、算出された解の妥当性を示している。

次に、トルク曲線に現れる振動の周期について検証する。Fig.3(b)から、振動周期が短い部分と長い部分があることが分かる。これはFig.2と照らし合わせるとリンクの姿勢と関係していることが分かる。つまり、1リンク目と2リンク目が直交する関係にあるときは周期が長く、直線の関係にあるときに最も短い周期が算出されている。トルク曲線より、8[s]周辺(直交時)の固有周期が約0.29[s]、16[s]周辺(直線時)の固有周期が約0.16[s]となる。同じ部材での同姿勢の梁の振動周期を計算すると直交時が約0.29[s]、直線時が約0.13[s]となることから、トルク曲線に現れる振動はリンク系の固有振動が正確に再現された結果であるといえる。

5. 結論

本研究では、並列的解法を用いて弾性たわみを考慮した劣駆動リンク系の逆動力学計算を行った。そ

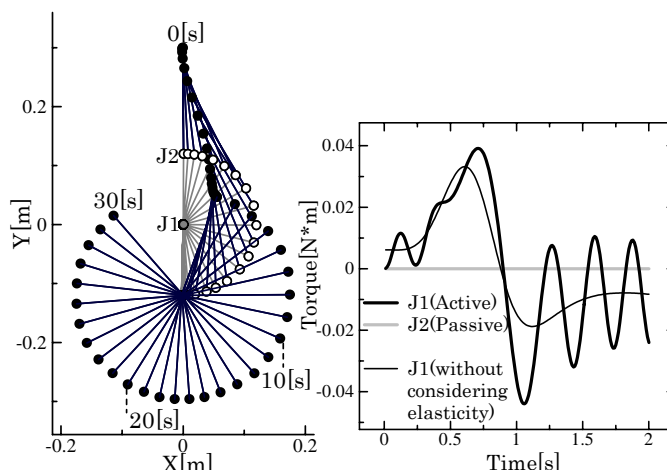


Fig.2 Calculated trajectory for a 2-link underactuated system

Fig.3 (a) Calculated torque (0-2[s])

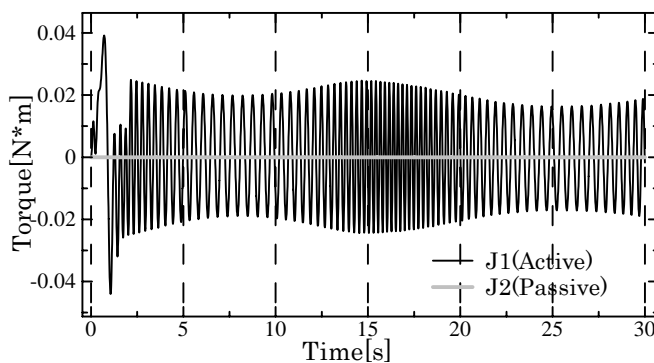


Fig.3 (b) Calculated torque (0-30[s])

の結果、リンク系の固有振動も考慮したトルクを算出可能であることを確認した。従来の動力学方程式ではこのような計算を行うのは困難であり、これが実行できるのはFEMに基づいた並列的解法の特徴である。今後は、実機の制御への適用を考えている。

謝辞

本研究を遂行するに当たり、(独)日本学術振興会科学研究費補助金基盤研究C(課題番号: 19560250)の援助を受けた。ここに謝意を表す。

参考文献

- [1] 鈴木高宏, 三好渉, 中村仁彦: "非ホロノミック自由関節マニピュレータの制御", 日本ロボット学会誌, 19(4), pp.499-509, 2001.
- [2] 荒井裕彦: "非駆動関節を有する3自由度マニピュレータの非ホロノミック拘束下における可制御性", 日本ロボット学会誌, 14(5), pp.751-758, 1996.
- [3] D. Isobe: "A Unified Solution Scheme for Inverse Dynamics", Advanced Robotics, 18(9), pp.859-880, 2004.
- [4] 北村悠人, 山中浩司, 磯部大吾郎: "並列的解法による劣駆動リンク系の逆動力学計算", ロボティクス・メカトロニクス講演会'08 講演論文集.
- [5] 磯部大吾郎, 加藤 昭博: "フレキシブル・リンク系のモデルベースド・フィードフォワード制御", 日本ロボット学会誌, 25(4), pp.625-631, 2007.