

# 汎用を目的とした逆動力学計算法の開発

筑波大学 ○磯部大吾郎 佐藤 俊介 八木 淳

## Development of Inverse Dynamics Solution Scheme for Purpose of General Use

Univ. of Tsukuba ○Daigoro ISOBE, Shunsuke SATO and Atsushi YAGI

**Abstract:** Generally, robotic tasks include motions that generate open and closed loops alternately, and the dynamic equations of the system (or the numerical algorithm) require instant switching during the motion in feed-forward control. The switching may lead to instability of the control, and the issue will become essential particularly for massive, quick motion robots. A new solution scheme of inverse dynamics is developed for the purpose of general use, in order to ensure the simplicity in dealing with such transforming systems or those with complex configurations, or the calculation of Jacobian matrices in force controls. In this paper, we describe some application cases on feed-forward control of multi-branch link systems, and on force control of two manipulators holding an object in a motion much affected by their dynamics.

**Key Words:** Feed-forward Control, Force Control, Inverse Dynamics, Link Systems, Parallel Solution Scheme

### 1. はじめに

近年、ロボットに対し、その動作高速化の需要がますます高まっている。一方、高度な要求が機構の複雑化につながり、例えばその動力学方程式を導出する過程が、初学の研究者（一般ユーザ）にとってはハードルの高い存在となっているのが現状である（図1参照）。同様に、このような複雑な機構に対し力制御をしたい局面では、ヤコビアンを導出に困窮する一般ユーザが多いのではないだろうか。確かに、上記のような個々の局面に対処するための要素技術は存在する。各々の場合でその技術を使い分け、問題を解決することは可能である。しかし今後、一般ユーザの裾野が広がり、ロボット（またはその動作）に対する要求がますます多様化した場合、要素技術がこのように多極化した状態で果たして真の意味でロボットは発達するであろうか。

筆者らは、ロボット工学や制御工学の知識をあまり持たない技術者に対し、簡易でかつ汎用的な方法を提供することが、今後のロボットの発達を促進させるものと考え。システムや要素技術のインテグレーションによる汎用化はもちろん可能であるが、本研究では、理論の統一による汎用化を目指す。その観点で、力の次元の運動方程式を並列的に解いて

トルクを求めるといふ、全く新しい発想に基づいた逆動力学計算法を開発した [1]。3次元に拡張された本解法はフィードフォワード制御系にも適用され、その有効性が立証された [2]。その特徴は、系全体を有限要素により離散モデル化後、直交座標系で表記された全体座標系での連立方程式を解き、モデル内の節点に作用する節点力を並列的に求め、これを各パラメータに分離されたマトリックス形式の換算式に代入し、トルクを出力するという点にある。モデルの形状と目標軌道の入力のみで様々なリンク系の動作に対応し、また動力学方程式に相当する部分の書き換えを一切必要としないため、ユーザに対する簡便性を維持することが可能である。他方、本解法は増分的に解を算出する近似解法であるため、実際に制御系に組み込んでも精度と計算時間の観点から問題は無いものの、厳密解を与える動力学方程式を用いた方法に比べ3倍程度の計算時間を要することが確認されている [2]。

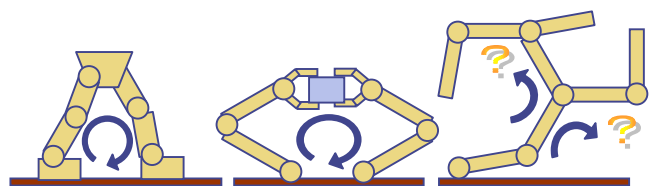


Fig.1 Cases difficult to handle for general users?

理論の詳細については他文献 [1] [2] に任せ、本稿では動力学方程式を用いた従来の手法との相違を中心に解説し、複雑系の一種である枝分かれリンク系の数値例およびフィードフォワード制御結果について述べる。さらに、2本のマニピュレータを使い、一定の力で物体を把持したままそれを振り回すという、動力学補償と発生トルクの同時算出を必要とした力制御実験結果について報告する。

## 2. 並列的逆動力学計算法

### 2.1 動力学方程式を用いた解法との比較

一般にリンク系の動力学方程式はニュートン・オイラー法やラグランジュ法を用いて導出され、次式のような形となる [3].

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \quad (1)$$

ここで、右辺第一項は慣性力項、第二項は遠心力およびコリオリ力項、第三項は重力項である。また、 $\theta$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $\ddot{\theta}$  はそれぞれ、リンク間の相対回転角、相対回転角速度、相対回転角加速度である。すなわち、上式は相対回転座標系に基づいて定式化されるため各パラメータが相互に依存し合い、リンク系の構造が変化した場合には方程式の大部分の書き換えが必要となる。さらに、閉ループ系や枝分かれ系などの複雑なリンク系の場合には方程式の導出そのものが困難となり、特殊な工夫が必要となる [4] [5]. 中村らは、ポインタを使ってリンク系の構造を表現し、効率的な順動力学・逆動力学計算アルゴリズムを開発した [6]. しかし、上式のようなトルクベースの動力学方程式に基づいているため、閉ループ系の場合にはループの仮想的切断の操作とともに、ヤコビアンを常に必要とする。

一方、並列的逆動力学計算法では、以下の式によってトルクを算出する [1] [2].

$$\{\tau^n\} = [L^n][T^n]\{P^n\} \quad (2)$$

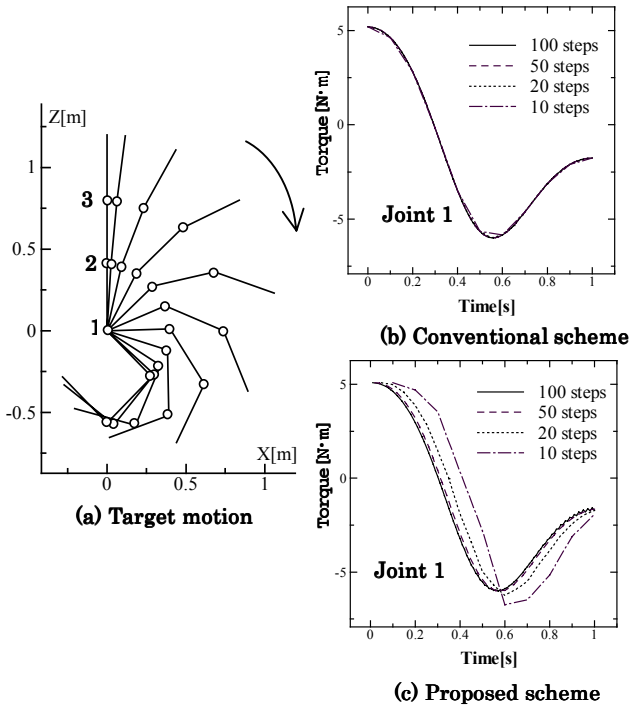
ここで、 $[L^n]$  は部材長マトリックス、 $[T^n]$  は座標変換マトリックス、 $\{P^n\}$  は節点力に関するベクトルである。右上添え字は総リンク数を示す。上式は、パラメータ毎に独立のマトリックスまたはベクトルに分離された形となっており、モデルの形状を表す入力データを操作するだけで構造変化に柔軟に対応可能である。計算の手順としては、時々刻々の節点力増分が $\{P^n\}$ に入力され、全体座標系から要素座標系へ変換の後、部材長成分が掛けられてトルクが求められる。

次に、節点力の算出過程について簡単に説明する。力の次元の運動方程式から節点力増分は以下のように導出される。

$$\begin{aligned} \{\Delta f\} &= \{R\}_t - \{F\}_{t+} \\ [M] &\left(\frac{1}{\beta\Delta t^2}\{\Delta u\} - \frac{1}{\beta\Delta t}\{\dot{u}\}_t - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\{\ddot{u}\}_t\right) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $[M]$ : 全体質量マトリックス、 $\{F\}$ : 外力ベクトル、 $\{R\}$ : 内力ベクトル、 $\{\Delta u\}$ : 変位増分ベクトル、 $\{\dot{u}\}$ : 速度ベクトル、 $\{\ddot{u}\}$ : 加速度ベクトル、 $\Delta t$ : 時間増分、 $\beta$ : Newmark の  $\beta$  法 [7] の積分パラメータ (本研究では 1/4 を採用) である。変位増分ベクトルとしては、目標軌道の各ステップ間の移動量が入力される。速度・加速度ベクトルは外部からの直接入力も可能だが、ここでは Newmark の  $\beta$  法により逐次的に算出したものを使用する。部材変形が生じないために、内力ベクトルの各成分は実際にはゼロとなる。また、外力ベクトルには自重や付加的な作用項が含まれる。上式にしたがって算出された節点力増分が逐次的に足し合わされ、(2)式の節点力に関するベクトル $\{P^n\}$ に組み込まれる。詳細については文献 [1] [2] を参照されたい。

図2に両解法で3リンク機構に対して行った逆動力学計算結果を示す。厳密解を与える動力学方程式による解法は計算ステップ数に依存しないのに対し、近似解法である並列的解法はこれに依存することが分かる。そこで、実際の制御においては、十分



**Fig. 2 Accuracy of torque curves against number of steps**

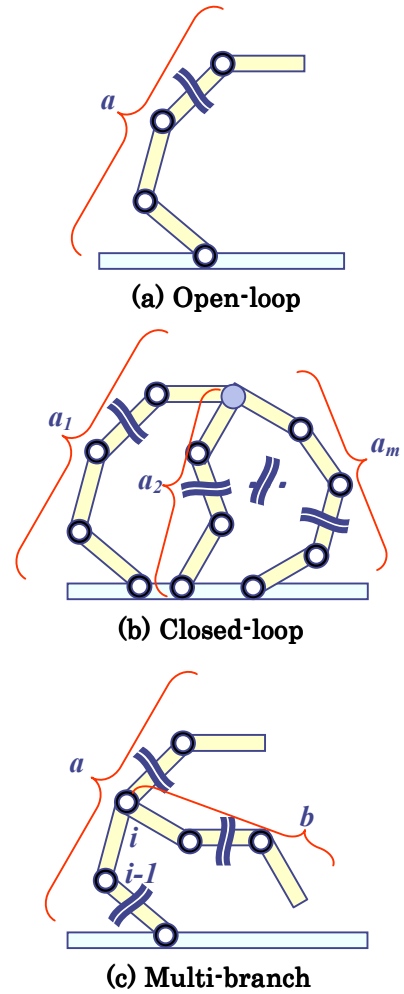
なステップ数が確保されるようにサンプリングタイムを設定する必要がある[2].

## 2.2 部材長マトリックスによる機構構造の表現

部材長マトリックスは、長さの次元の成分によって構成され、力をトルクの次元に変換する役割を担う。また、成分の並び方によってリンク系の結合状態をも表現し、トルクの重ね合わせを行う。図3(a)に示すように  $a$  本のリンクで構成される開リンク系の場合には、次式のような上三角行列となる。

$$\left[ L^a \right] = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 & \cdots & L_{a-1} & L_a \\ & L_2 & \cdots & L_{a-1} & L_a \\ & & \ddots & \vdots & \vdots \\ & & & L_{a-1} & L_a \\ & 0 & & & L_a \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで、個々の成分  $L_i$  ( $i=1, \dots, a$ )の右下添え字は  $i$  番目のリンクに関するマトリックスであることを示し、このマトリックスには重心までの距離やリンク長などの成分が入る[1][2]. 次に、 $a_1$ 本、 $a_2$ 本、 $\dots$ 、 $a_m$ 本( $a_1 + a_2 + \dots + a_m = n$ )のリンクが連結された閉り



**Fig.3 Several types of system configurations**

ンク系 (図3(b)参照) に対しては、部材長マトリックスは次式のようなになる。

$$\left[ L^n \right] = \begin{bmatrix} L^{a_1} & & & & \\ & L^{a_2} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & L^{a_{m-1}} & \\ & & & & L^{a_m} \end{bmatrix} \quad (5)$$

ここで  $L^{a_1}, L^{a_2}, \dots, L^{a_m}$  などのマトリックスは、各々が(4)式で与えられるような上三角行列となる。すなわち、トルク値が重合されるべき直列構造は(4)式のような上三角行列で表され、トルク値が重合されない並列構造は、(5)式のように各々の上三角行列が対角に並ぶ行列で表されるのである。以上のことを踏まえると様々な構造に対する表現が可能となり、例

例えば、図 3(c)に示す枝分かれリンク系に対する部材長マトリックスは以下ようになる。

$$\left[ L^n \right] = \begin{bmatrix} L_1^a & \cdots & L_i^a & \cdots & L_a^a & L_1^b & \cdots & L_b^b \\ & \ddots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ & & L_i^a & \cdots & L_a^a & L_1^b & \cdots & L_b^b \\ & & & \ddots & \vdots & & & 0 \\ & & & & L_a^a & & & \\ & & & & & L_1^b & \cdots & L_b^b \\ & 0 & & & & & \ddots & \vdots \\ & & & & & & & L_b^b \end{bmatrix} \quad (6)$$

上式は、 $a$  リンク系の  $i$  番目の関節から  $b$  リンク系 ( $a+b=n$ )が枝分かれしている状態を表す。基本的には 2 本の独立した開リンク系の形 (2 つの上三角行列) を成すが、枝分かれをする部分 ( $i$  行目) より根元側に  $b$  リンク系の 1 行目が付加され、トルク値が重合される。このように、部材長マトリックスはリンク系の結合状態を陽に表現でき、自動的に成分を構成するのに適している。

### 2.3 力制御への適用

動力学補償と発生力とを同時に必要とする制御の場合、従来方法では、動力学方程式から求めたトルク値と発生力ベクトルにヤコビアンを掛けて求めたトルク値とを足し合わせる。この際、リンク系の動作に合わせてヤコビアンを時々刻々計算する必要がある。

一方、並列的解法は力の次元の運動方程式を解くため、発生力をそのままトルク計算に入力することが可能となり、力制御の際に改めてヤコビアンを導出するなどの操作を必要としない。具体的には、(2) 式の  $\{P^n\}$  ベクトルの該当する箇所に発生力成分を入力すれば良い。

### 3. 枝分かれリンク系のフィードフォワード制御

図 4 に簡単な枝分かれリンク系に対する逆動力学計算結果を示す。図 4(a)は動力学方程式による解、図 4(b)は並列的解法による解である。両者は良好に一致することが分かる。動力学方程式の導出が容易

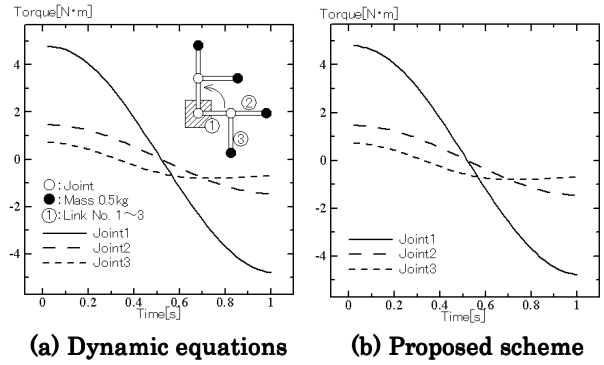


Fig.4 Estimation of torque curves

な例をあえて選んで比較したが、これ以上複雑なリンク系になった場合、一般ユーザにとってその導出過程が難解となることは容易に想像できる。一方、並列的解法では、モデルの形状と目標軌道を入力するのみでトルクの計算が実行される。前述の部材長マトリックスはアルゴリズム内で自動的に構成されるため、煩雑さを伴わない。

次に、図 5 に示すような枝分かれ閉リンク系に対

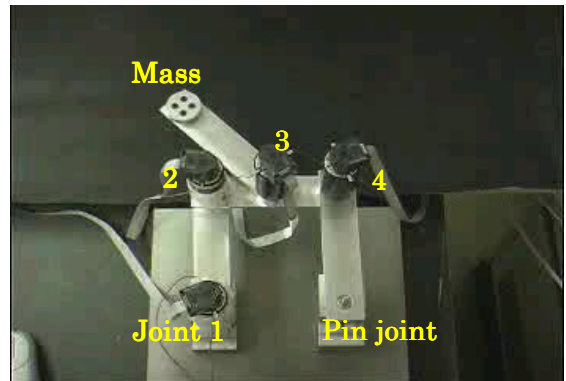


Fig.5 Multi-branch link system

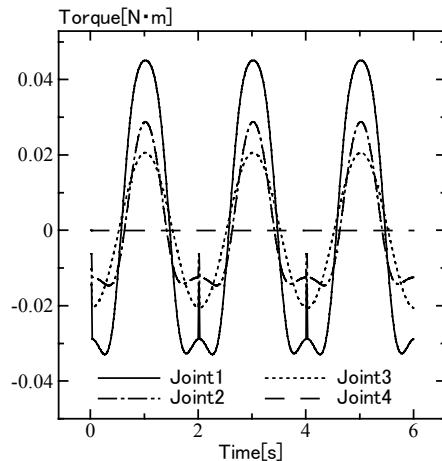


Fig.6 Torque curves for multi-branch link system

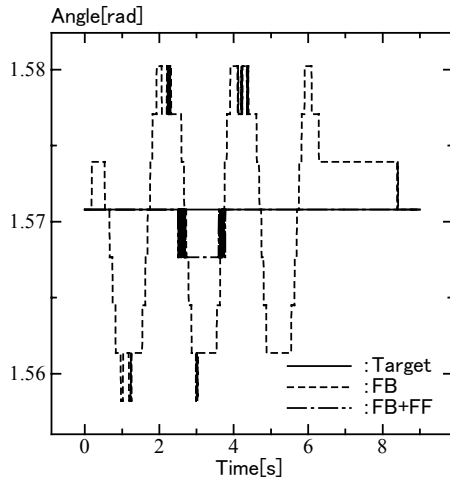


Fig.7 Control result (Joint 1)

し、並列的解法を導入した制御系で制御実験を行った。4つのモータにはギアを介さず、動力学の影響を相対的に大きくした。枝リンクの先端に質点を配して左右に振り、その間、閉リンク部を保持させるように制御した。図6に制御中に算出されたトルク曲線、図7にJoint 1における角度曲線を示す。

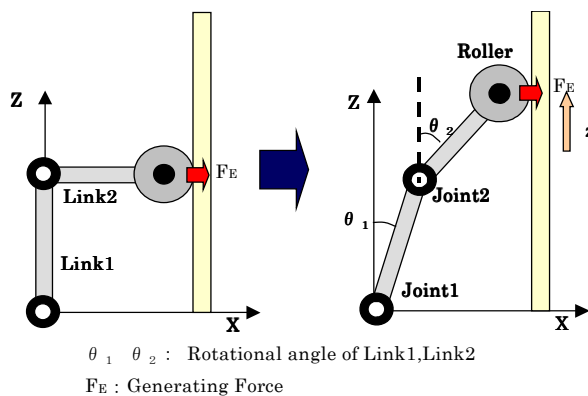


Fig.8 Simulation model

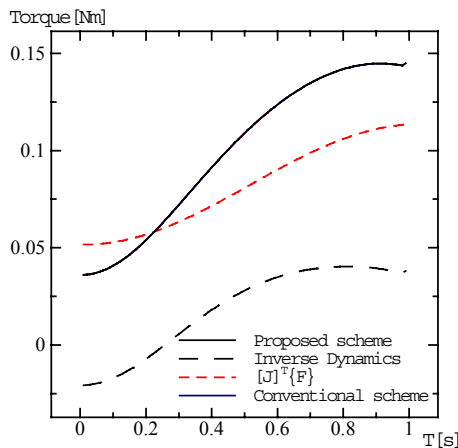


Fig.9 Torque curves for simulation model

Feedback のみの場合と Feedback+Feedforward の場合とを比較すると、後者の方が目標 (つまり静止軌道) に対する追従性が向上していることが確認できる。

#### 4. リンク系のフィードフォワード力制御

図8に示すようなモデルに対し、一定の力で押しながら壁をなぞらせる際のトルク曲線を図9に示す。動力学方程式によって求めたトルクを破線、ヤコビアンを発生力に掛けて求めたトルクを点線に示すが、両者を足し合わせたものが従来の手法による解となる。図は、この解と並列的解法による解が一致することを示している。

次に、図10に示すような位置フィードバック (FB<sub>p</sub>)、カフィードバック (FB<sub>f</sub>) とフィードフォワード (FF) を組み合わせた力制御系を設計し、これに並列的解法を導入した。本制御系では、PC上で直交座標系に基づく目標軌道が入力された後、並列的解法により逆動力学計算が行われ、逐次的に全関節のトルク値  $\tau_{I,D}$  が算出される。その際には、サンプリング周期ごとにその時間分の計算が増分的に行われ、計算終了後に各関節のトルク値が出力される。例えばサンプリング周期を 10 [ms] とした場合、この間のトルク値は約 0.7 [ms] (Celeron 1.1GHz) で算出されることが確認されている。次に、モータに発生する摩擦力の影響やフィードバック値などを加え、最終的な制御トルク  $\tau$  とする。位置フィードバック (FB<sub>p</sub>) 値とカフィードバック (FB<sub>f</sub>) 値は、それぞれ次式により求めた。

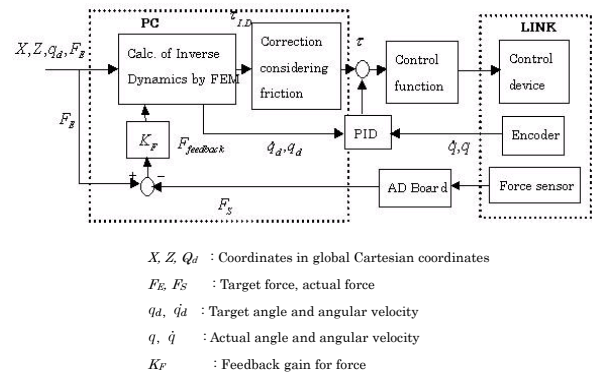


Fig.10 Outline of force control system

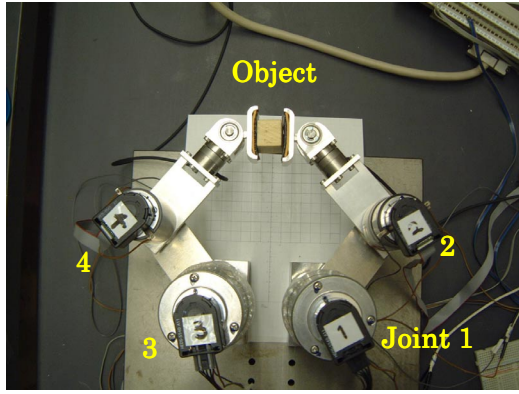


Fig.11 Two manipulators holding an object

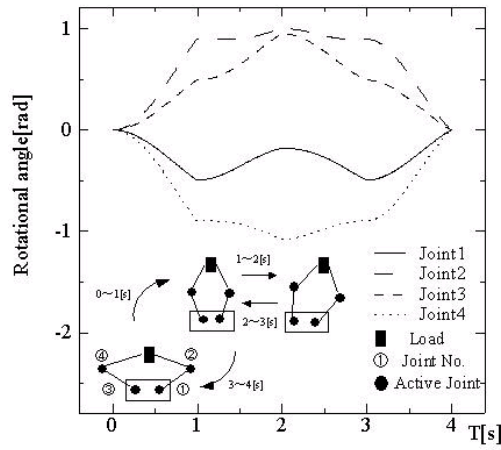


Fig.12 Target motion for two manipulators in force control

$$\tau_{feedback} = K_u(q_d - q) + K_i \int (q_d - q) + K_v(\dot{q}_d - \dot{q}) \quad (7)$$

$$F_{feedback} = K_F(F_E - F_S) \quad (8)$$

ここで、 $q_d$ ,  $\dot{q}_d$ はモータの目標角度および目標角速度、 $q$ ,  $\dot{q}$ はエンコーダより取得した実際の角度および角速度、 $F_E$ は目標発生力、 $F_S$ は力覚センサより取得した力の値、 $K_u$ ,  $K_i$ ,  $K_v$ ,  $K_F$ はそれぞれ角度、角度の積分値、角速度、力に対するフィードバックゲインである。

並列的解法を導入した力制御系を用い、図 11 に示す 2 本のマニピュレータで物体 (木片) を把持し、把持力を一定 (0.5 [N]) に保ったまま物体を振り回す制御実験を行った。本実験でも 4 つのモータにはギアを介さず、動力学の影響を相対的に大きくした。図 12 に物体を把持した 2 本のマニピュレータの目

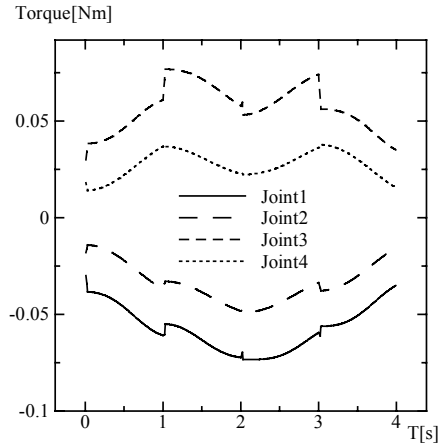


Fig.13 Torque curves for two manipulators in force control

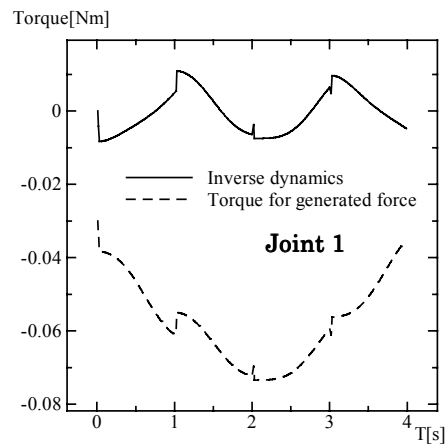


Fig.14 Comparison of dynamics in torque curves

標軌道 (動作時間: 4 秒), 図 13 に実験中に算出されたトルク曲線, 図 14 に Joint 1 での逆動力学と力を発生させるためのトルク値との比較を示す。この場合、逆動力学は決して無視できる大きさではなく、その正確な計算が重要であることが分かる。FB<sub>f</sub> 値を優先させているため位置制御に多少の誤差があるが、図 15 の制御結果を見ると、全体的に良好な目標追従が得られることが確認された。

## 5. 最後に

本研究では、汎用を目的として開発された並列的逆動力学計算法を、枝分かれリンク系のフィードフォワード制御と複数マニピュレータのフィードフォワード力制御に適用し、その有効性を実証した。本解法の汎用性は、力の次元の運動方程式を並列的に求解することで実現される。また、動力学方程式やヤコビアンなどの導出という、煩雑な操作を一切

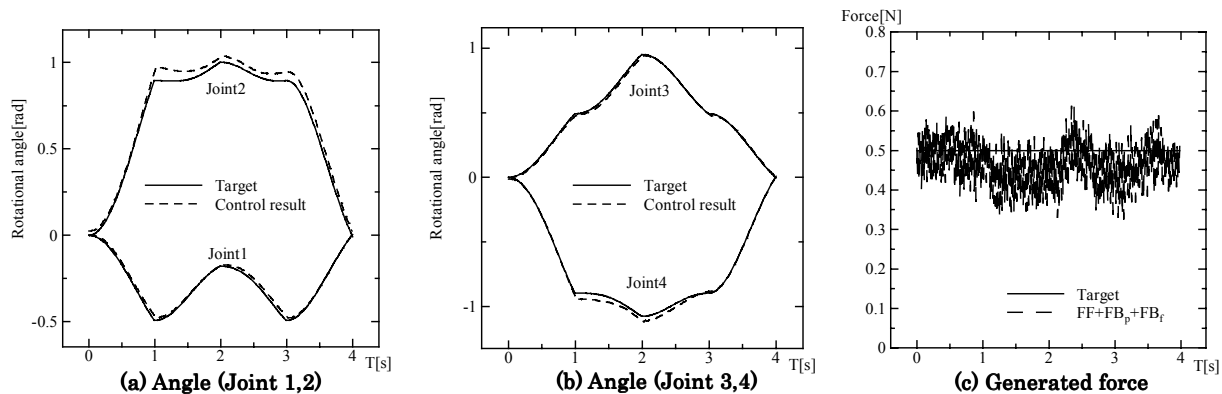


Fig.15 Control results in a 4-second motion

必要としない。そのため、一般ユーザにとっても受け入れやすい解法であるものと思われる。

#### 参考文献

- [1] 磯部大吾郎: “有限要素法を用いたリンク機構の逆動力学計算”, 日本ロボット学会誌, vol.20, no.6, pp.647-653, 2002.
- [2] Isobe, D., Chikugo, Y., Imaizumi, D., Sato, S. and Yagi, A.: “Feed-Forward Control of Link Mechanisms under Various Boundary Conditions by Using a Parallel Solution Scheme”, Proc. 2003 IEEE/RSJ Int. Conf. Intelligent Robots and Systems IROS'03, (2003), pp.2773-2778, Las Vegas U.S.A.
- [3] Craig, J. J., 三浦宏文・下山 勲 訳: ロボティクス 機構・力学・制御-, pp.155-188, 共立出版, 1991.
- [4] 中村 仁彦: “ パラレルメカニズムの動力学” , 日本ロボット学会誌, vol.10, no.6, pp.709-714.
- [5] 杉本 浩一: “ 閉ループ機構の運動方程式の導出” , 日本ロボット学会誌, vol.15, no.3, pp.460-467, 1997.
- [6] 中村 仁彦, 山根 克, 永嶋 史朗: “ 構造変化を伴うリンク系の動力学計算法とヒューマンフィギュアの運動計算” , 日本ロボット学会誌, vol.16, no.8, pp.1152-1159, 1998.
- [7] Newmark, N. M.: “ A Method of Computation for Structural Dynamics ” , A.S.C.E. J. Engineering Mechanics, vol.85, pp.67-94, 1959.