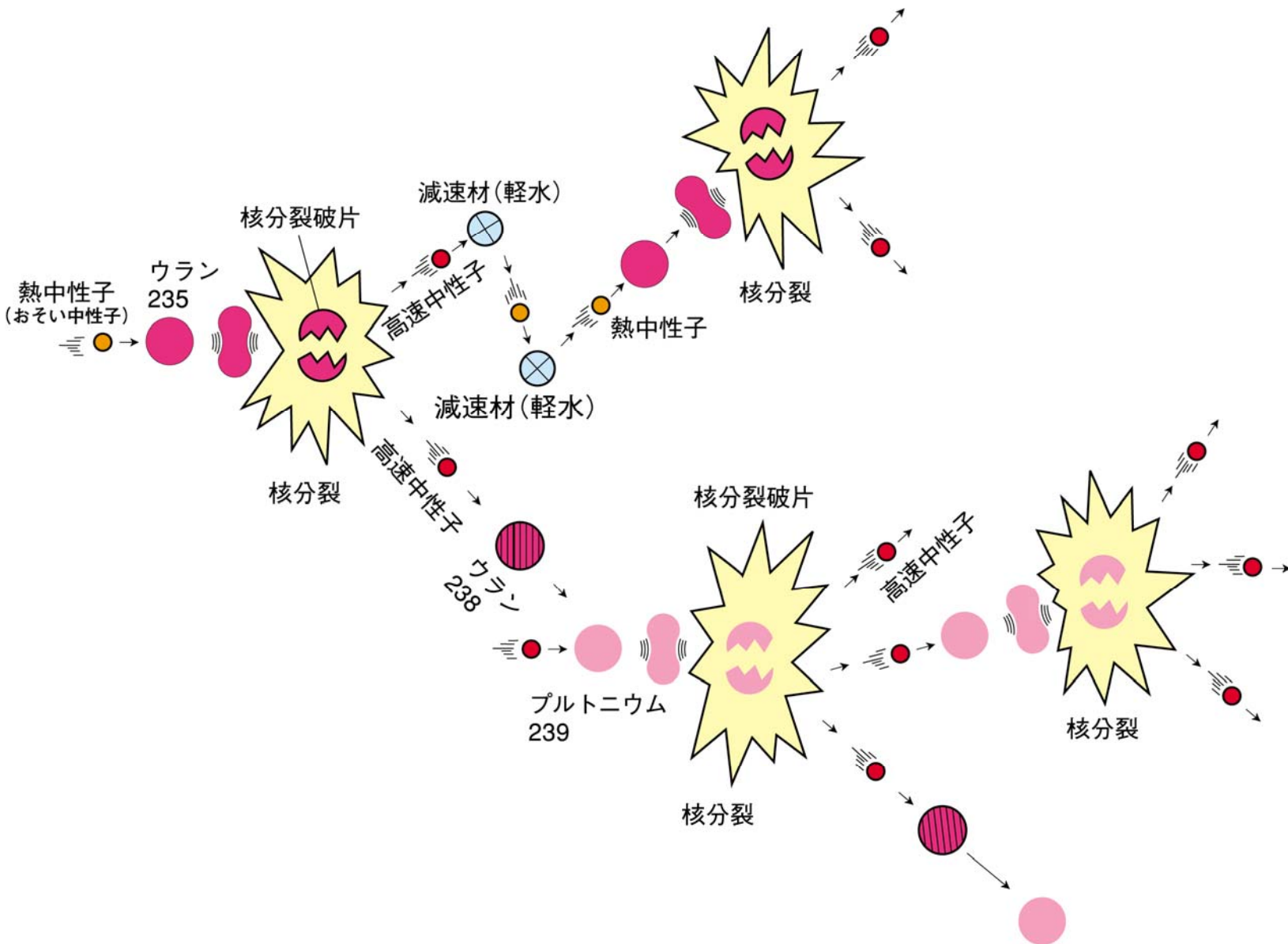




中性子と原子核の反応

ウランの核分裂とプルトニウムの生成・核分裂



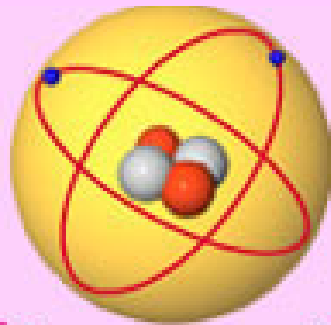


中性子と原子核の相互作用

- 中性子は原子核に束縛されているが、これを原子核の反応を利用して取り出して自由な中性子を作ることができる。
- 自由な中性子は不安定で約11.7分の半減期で β -壊変して陽子と電子とになる。
$${}^1_0n \rightarrow {}^1_1p + {}^0_{-1}e + \nu$$
- 中性子は電荷を持たないので原子核にいくらでも近づくことができ、原子核と 10^{-12} cm程度まで近づくと原子核と相互作用する。

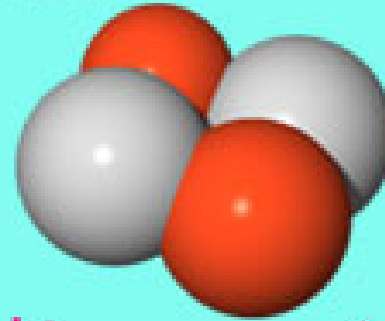
原子と原子核の大きさ

ヘリウム原子



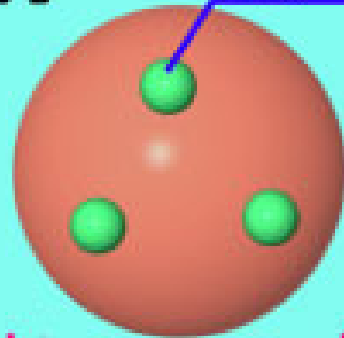
10^{-8} cm

原子核



10^{-13} cm

陽子



10^{-13} cm

クォーク

クォーク



10^{-16} cm以下



散乱(scattering)反応

反応後に再び中性子が放出されるが、その中性子は入射したときとは異なるエネルギー・方向に現れる。

■ 弾性散乱 (elastic scattering)

中性子と原子核の運動エネルギーと運動量の和が保存される

ポテンシャル散乱

中性子が原子核に取りこまれずに、原子核のポテンシャルで散乱

共鳴弾性散乱

中性子は一旦原子核に取りこまれ、複合核を形成した後にエネルギーを失わずに放出される

■ 非弾性散乱 (inelastic scattering)

ターゲット核に移ったエネルギーの一部がターゲット核の内部エネルギーを増やす(励起させる)のに使われる。



吸収反応 (absorption)

- 原子核に中性子が吸収されると、まずはじめに、入射中性子の運動エネルギーと中性子の結合エネルギーの和の分だけ励起された、質量数の一つ多い原子核が形成される。
- この状態の原子核を複合核と呼ぶ。
- 吸収反応は、この複合核が形成される過程を含む反応の総称(散乱反応は除く)で、複合核がその後どのような粒子を放出するかによって、多くの反応に分類される。



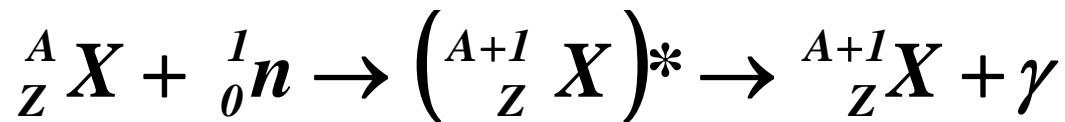
吸収反応の種類

- 複合核から γ 線が放出される反応：放射捕獲反応
- 荷電粒子が放出される反応：荷電粒子放出反応
- 2個以上の中性子が放出される反応（例えば $(n, 2n)$ 反応）もこの吸収反応に含まれる。



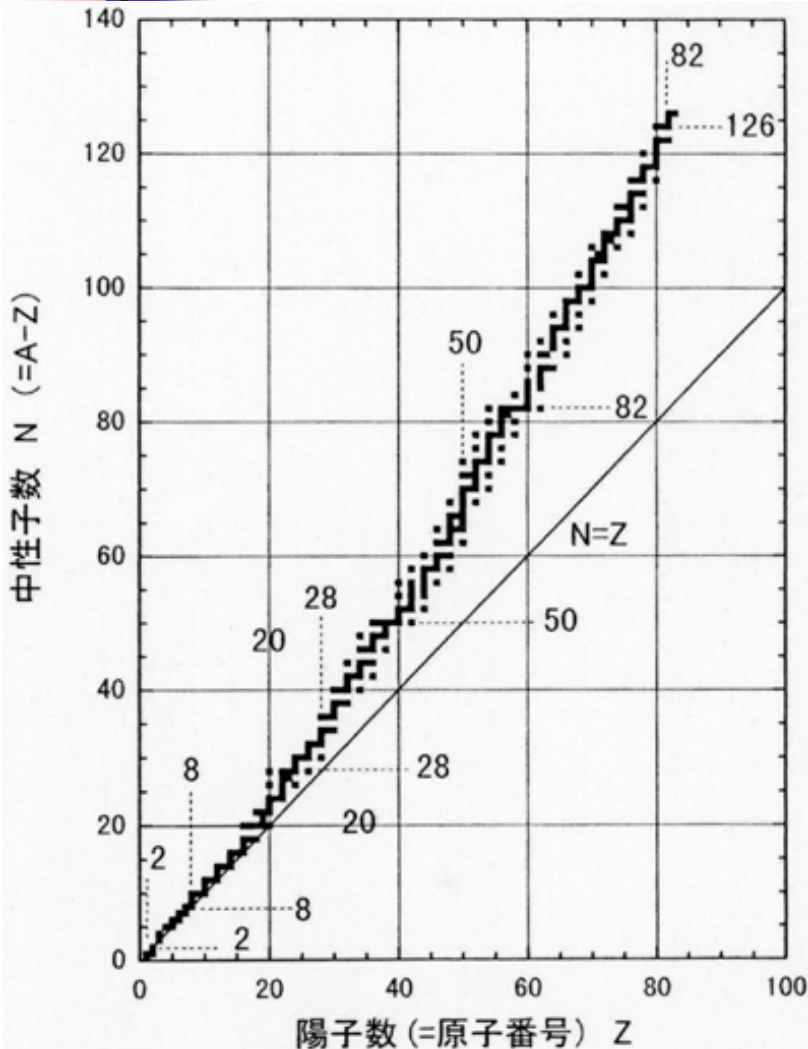
放射捕獲反応 (radiative capture)

- 複合核は γ 線を出して基底状態に移る。



- この反応で生成された ${}^{A+1}_Z X$ は不安定な核であることが多い。この場合、その核は β -壊変して β -粒子と γ 線を放出する。
- たとえば、 ${}^{59}\text{Co}$ が中性子を吸収すると ${}^{60}\text{Co}$ ができ、 ${}^{60}\text{Co}$ は殆ど瞬間的に γ 線を放出する。このとき放出される γ 線を捕獲 γ 線という。また、 ${}^{60}\text{Co}$ は5.2年の半減期で β -壊変して ${}^{60}\text{Ni}$ となる。

原子核の安定性

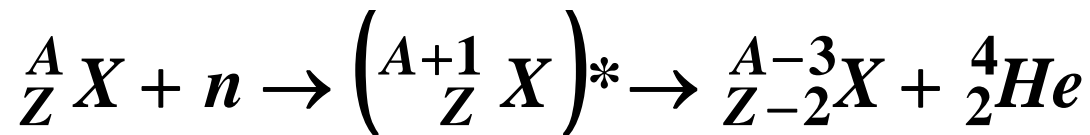


- 原子核内では、陽子と中性子が対である方が安定である性質があるため、質量数の小さい原子核では、基本的に N/Z の比が1に近いものが安定となる。
- 質量数が多くなるとクーロン斥力が強くなるため、それを弱めるために核力を強くする必要があり、中性子数が相対的に増える。
- 質量数が増すほど安定な原子核の N/Z の比が大きくなり、 $Z=84$ 以上においては安定な原子核は存在しなくなる。



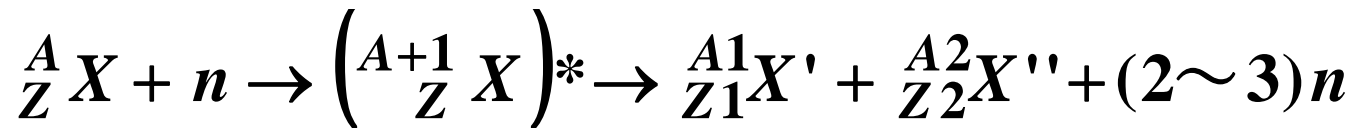
荷電粒子放出反応

- 軽い原子核中には中性子を吸収すると荷電粒子を放出するものがある。
- 特に、中性子の入射エネルギーが高くなると多くの核が陽子や α 粒子を放出するようになる。
- 放出される粒子が α 粒子であれば、この反応は



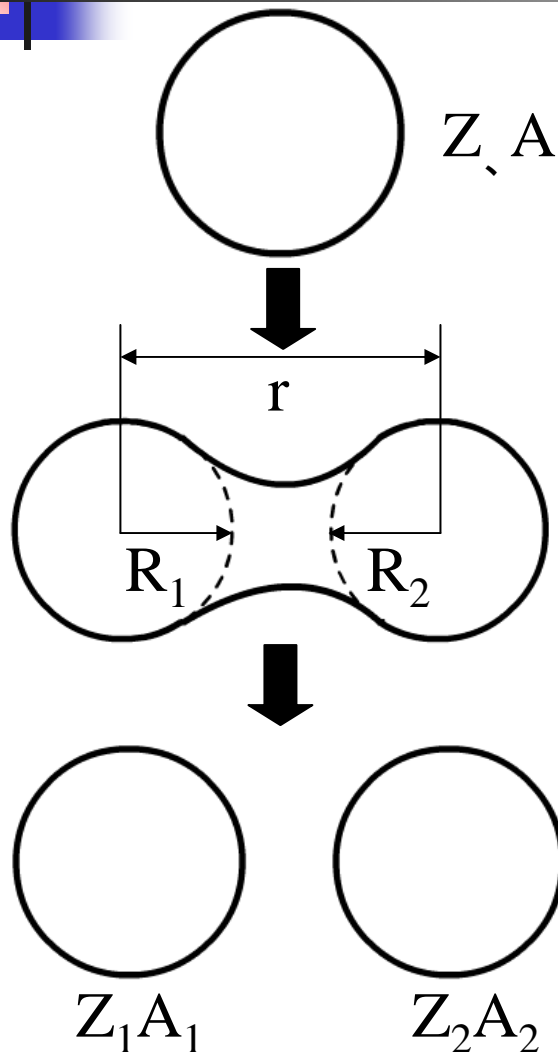
核分裂反応 (fission)

- ^{235}U 、 ^{239}Pu 、 ^{233}U などの重い原子核に中性子が吸収されると2つの核に分裂し、同時に2ないし3個の中性子が放出される。



- 天然ウランの約99.3%を占める ^{238}U も約1MeV以上のエネルギーの中性子が入射したときには、核分裂反応を起こす。これは、核分裂を起こすには原子核にある程度以上の変形を起すことが必要であるが、 ^{238}U の場合には核分裂を起こすだけ核を変形させるのに1MeV以上のエネルギーを持つ中性子の入射が必要なためである
- ^{235}U 等の場合には、入射中性子の結合エネルギーだけでその変形を起こすことができるので、低いエネルギーの中性子でも核分裂を起こすことができる

ポテンシャルエネルギーの評価



$$E_q = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_1 + R_2}$$

ここで、

$$R = \frac{r_e}{2} A^{1/3}$$

$$r_e = \frac{e^2}{m_e c^2}$$

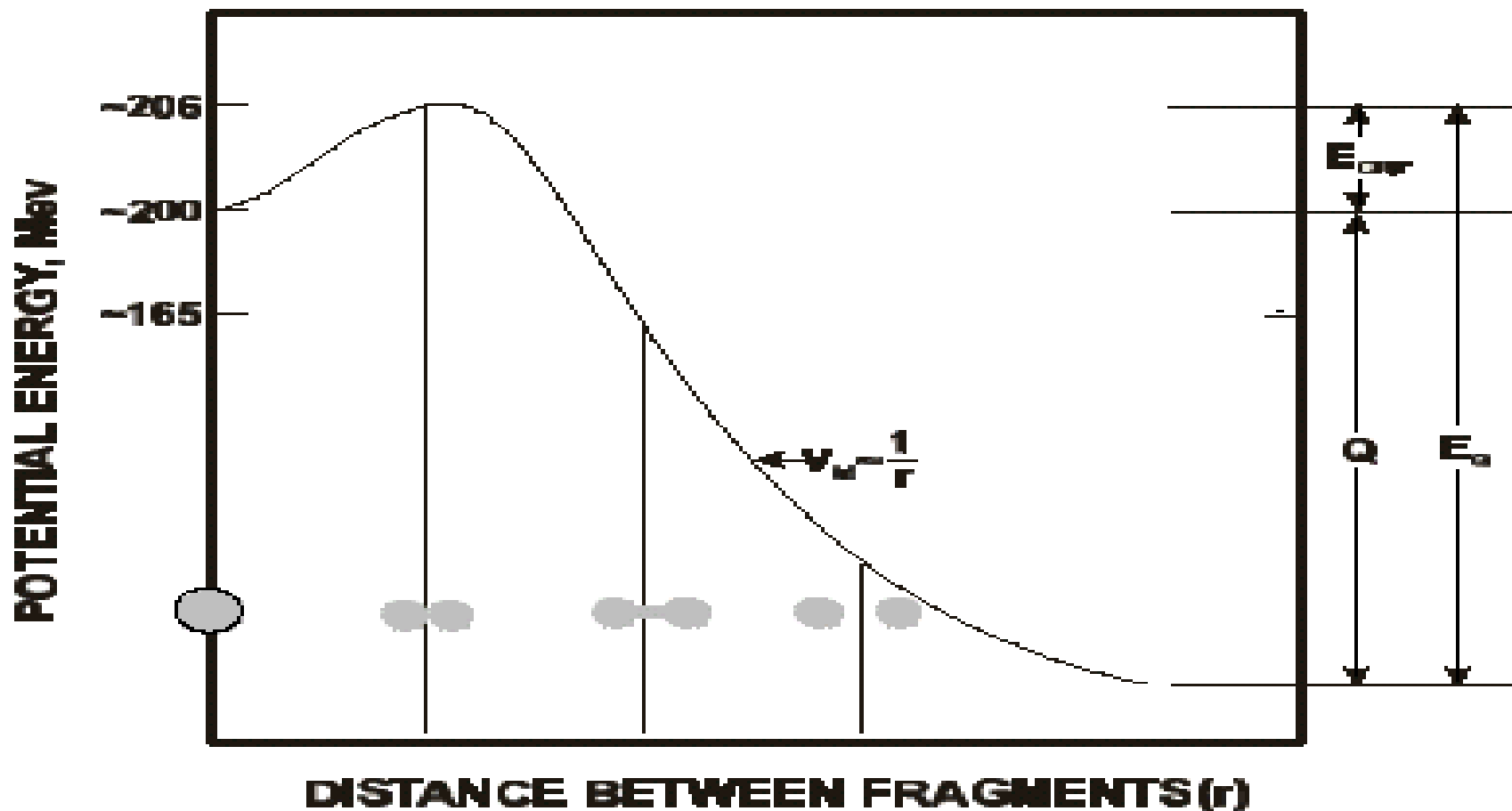
$2m_e c^2 \approx 1(\text{MeV})$ より

$$E_q = \frac{Z_1 Z_2}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}}$$

近似($A_1 = A_2 = \frac{A}{2}$ 、 $Z_1 = Z_2 = \frac{Z}{2}$)

$$E_q = 0.16 \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

核分裂反応の臨界エネルギー



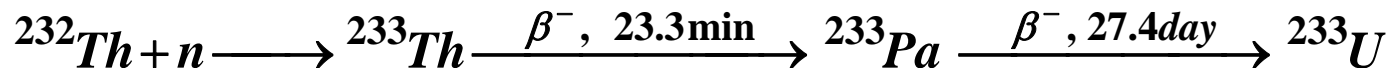


核分裂性物質の臨界エネルギー

核	臨界エネルギー	中性子の結合エネルギー
$\text{Th}^{232} \rightarrow \text{Th}^{233}$	6.5 MeV	5.1 MeV
$\text{U}^{233} \rightarrow \text{U}^{234}$	4.6 MeV	6.6 MeV
$\text{U}^{235} \rightarrow \text{U}^{236}$	5.3 MeV	6.4 MeV
$\text{U}^{238} \rightarrow \text{U}^{239}$	5.5 MeV	4.9 MeV
$\text{Pu}^{239} \rightarrow \text{Pu}^{240}$	4.0 MeV	6.4 MeV

核分裂性核種と親物質

- エネルギーが低い入射中性子に対して、天然に存在する原子核で核分裂を起こす核種（熱核分裂性核種 (fissile)）は ^{235}U のみである。
- しかし ^{238}U や ^{232}Th に中性子を吸収させると次のプロセスによって低い運動エネルギーでも核分裂する核種、 ^{239}Pu 、 ^{233}U が形成される。このため、これらの核を親物質 (fertile) という。

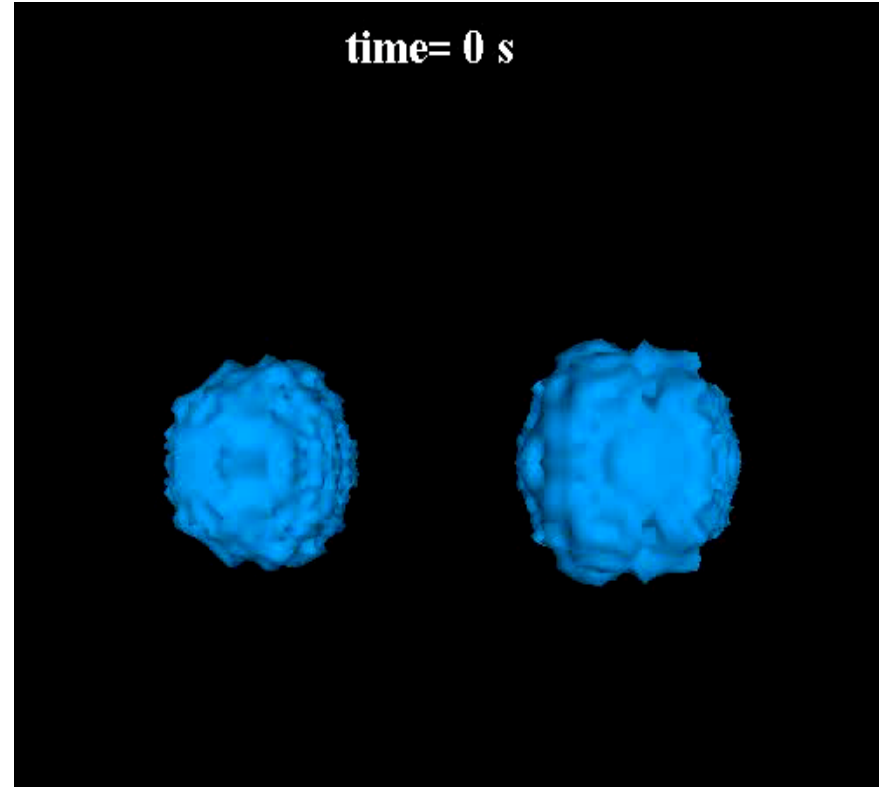
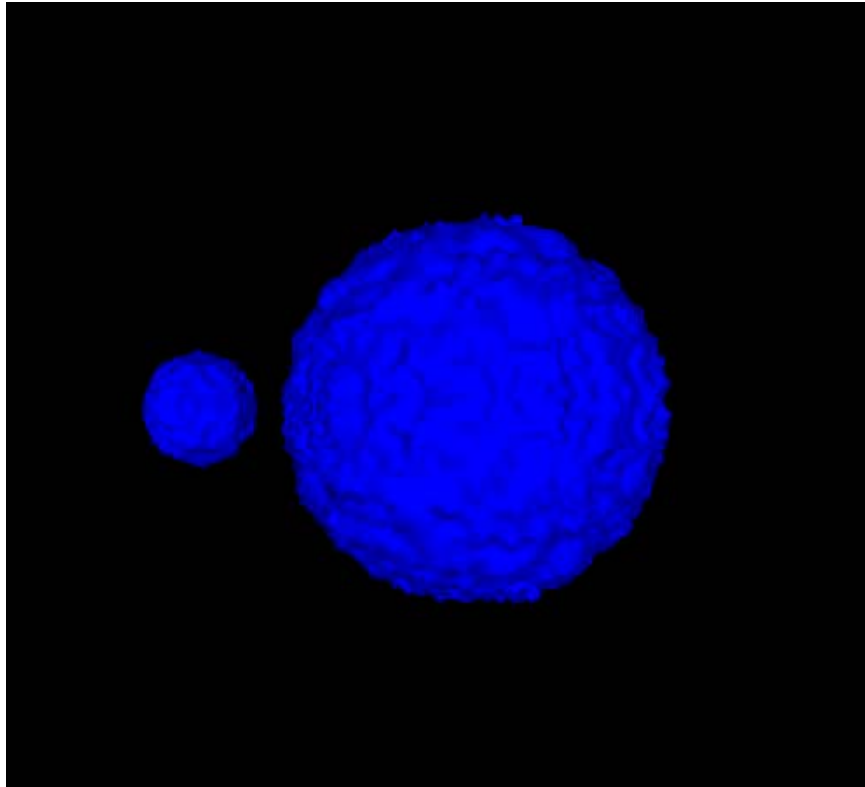




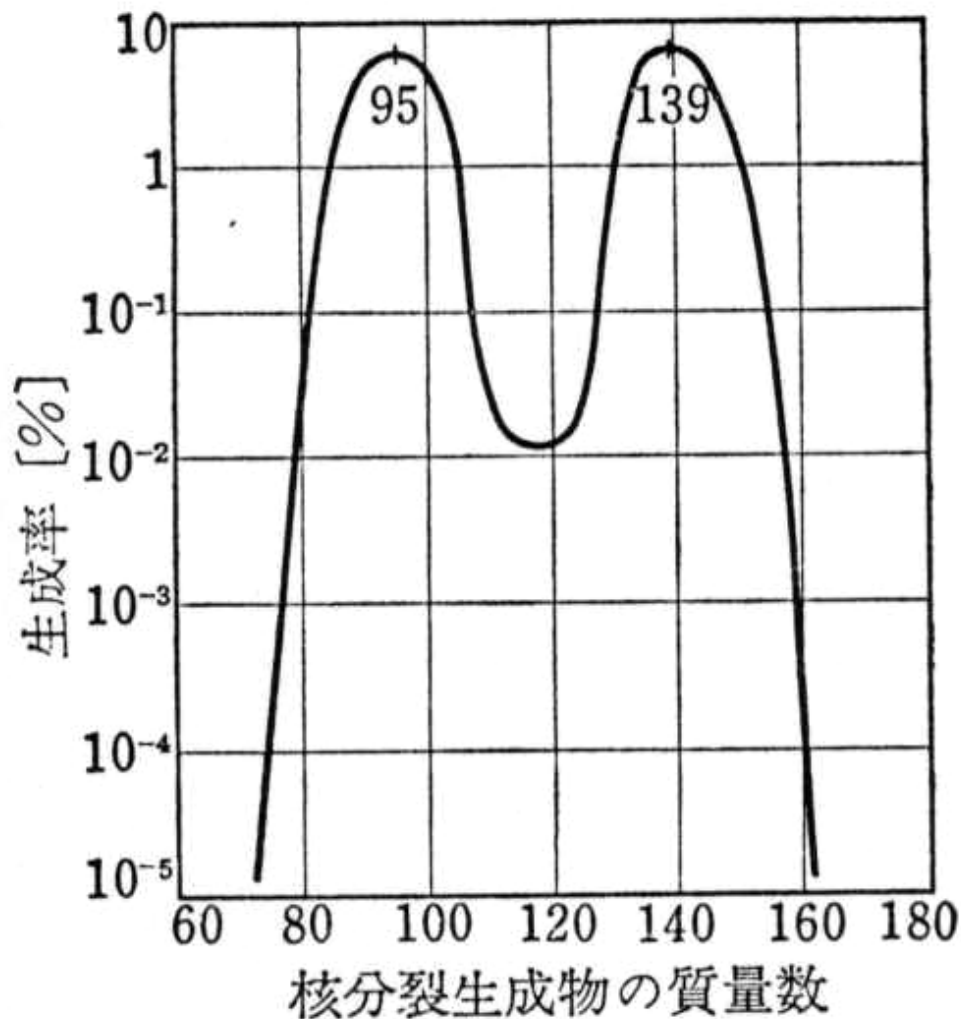
核分裂反応の詳細

- ^{235}U に中性子が吸収されると複合核 ^{236}U が形成される。
- 遅い中性子が吸収された場合を考えると、複合核 ^{236}U のうち、17%が ^{236}U のまま残り、残りの83%が核分裂する。
- 遅い中性子とは、環境の温度(数百K程度)と熱平衡にある中性子のことを意味し、熱中性子(thermal neutron)と呼ぶ。
- 293K(約20°C)に対応する熱中性子のエネルギーは0.025eVであり、その速さは 2.2×10^5 (cm /s)である。
- 核分裂反応での2つの核への分れ方は様々だが、たとえば
$$^{235}\text{U} + n \longrightarrow ^{236}\text{U} \longrightarrow ^{139}\text{Ba} + ^{94}\text{Kr} + 3n + \text{エネルギー}$$

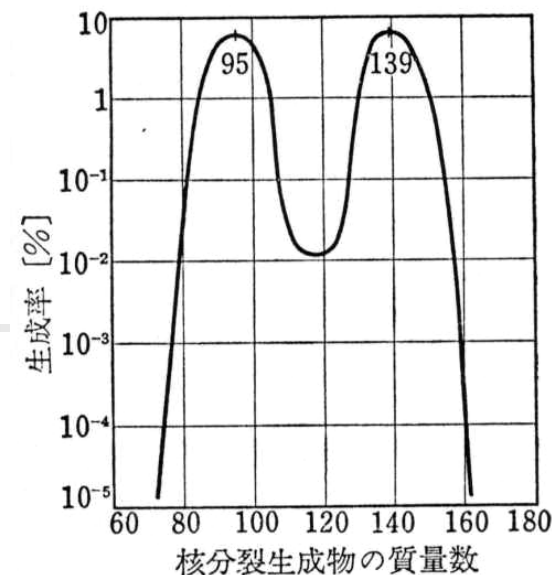
(参考) 液滴衝突の数値計算結果例



核分裂生成物の割合



核分裂生成物の質量分布 の非対称性



■ [実験的事実]

1. U-235の熱中性子吸収による核分裂によって発生する2個の核分裂生成物片の質量分布は非対称となる。
2. 入射中性子のエネルギーが増加するに従って、対称性は増す。

■ [理論的検討]

1. 結合エネルギーの質量数に対する変化は上に凸であるから、質量の等しい2つの核分裂片に割れるのが最も安定である。
2. 実際の核分裂によって生じる核分裂片の殆どが質量について非対称であるという事実は驚くべきことである。(ラマーシュP132より)



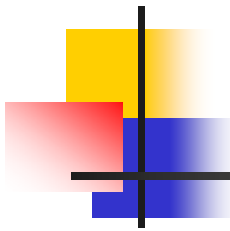
核分裂生成物の質量分布の非対称性の理由

- マイトナーの液滴理論によれば、遅い中性子を吸収したU-235は、鉄アレイのような真中にくびれのある二つのふくらみを持つ液滴として、振動する。
- この振動は、核力による引力と電気的な斥力とのつりあいによって発生する。
- すなわち、核力による引力は液滴表面に対する表面張力的に働き、電気的な斥力はこの表面張力に逆らって、二つの液滴を分断するように働く。
- 細いくびれを間にして振動する二つの液滴の質量(大きさ)は、無制限に変化するのではなく、核子の数と電荷の数によって規定される表面張力と斥力とのバランスによって決定される最大値と最小値の間で振動する。
- もし、細いくびれをはさんで最大値と最小値の間で振動する二つの液滴が何らかの確率で破断する場合、その質量は同一ではなく、ある最大値と最小値の近辺に非対称に分布することが自然である。
- 高いエネルギーの中性子が核分裂を引き起こす場合には、分裂は中性子の吸収によって発生する振動の破綻によって発生するのではなく、瞬間的な分断として発生することになるため、核分裂片の質量分布は対称となる可能性が高い。これは、実験事実と一致している。



核分裂片 : fission fragment

- 分かれた二つの原子核(核分裂片 : fission fragment) はともに、高い電荷を帯び、かつ高エネルギーを持つ原子核であり、クーロン力により互いに反発して反対方向に運動する。
- 運動中の核分裂片は近くにある原子と衝突し、その過程で原子にエネルギーを与え、また電荷を失って減速され、やがて静止する。
- この核分裂片の運動エネルギーとして、核分裂で発生するエネルギーの約80%が放出され、このエネルギーは減速の過程で熱エネルギーに変換される。



核分裂生成物 (fission product) と 崩壊熱 (decay heat)

- 静止した状態の核分裂片を核分裂生成物 (fission product) という。
- これらは殆どの場合、中性子過剰のため不安定で、 β -壊変して安定な核へと移行する
- その際 β 線として約3.5%、それに伴う γ 線として約3.5%のエネルギーを放出する。
- このエネルギーは様々な核の半減期に相当する時間遅れを持って放出されるので、原子炉は停止後も長期間発熱するため、冷却を確保することが必要となる。
- このエネルギーは、通常、崩壊熱 (decay heat) と呼ばれる。



崩壊熱の見積もり

- 崩壊熱の見積もりのためには、しばしば次のWay-Wignerの公式が用いられる。

$$\left(\begin{array}{l} \text{1核分裂してから } t \text{ 秒後に } \beta \text{ 線、 } \gamma \text{ 線として} \\ \text{放出されるエネルギーの割合} \end{array} \right) = 2.66 t^{-1.2} \quad (\text{MeV/s})$$

- この式は核分裂後10秒から 10^6 秒の範囲で妥当である。



自発核分裂 (spontaneous fission)

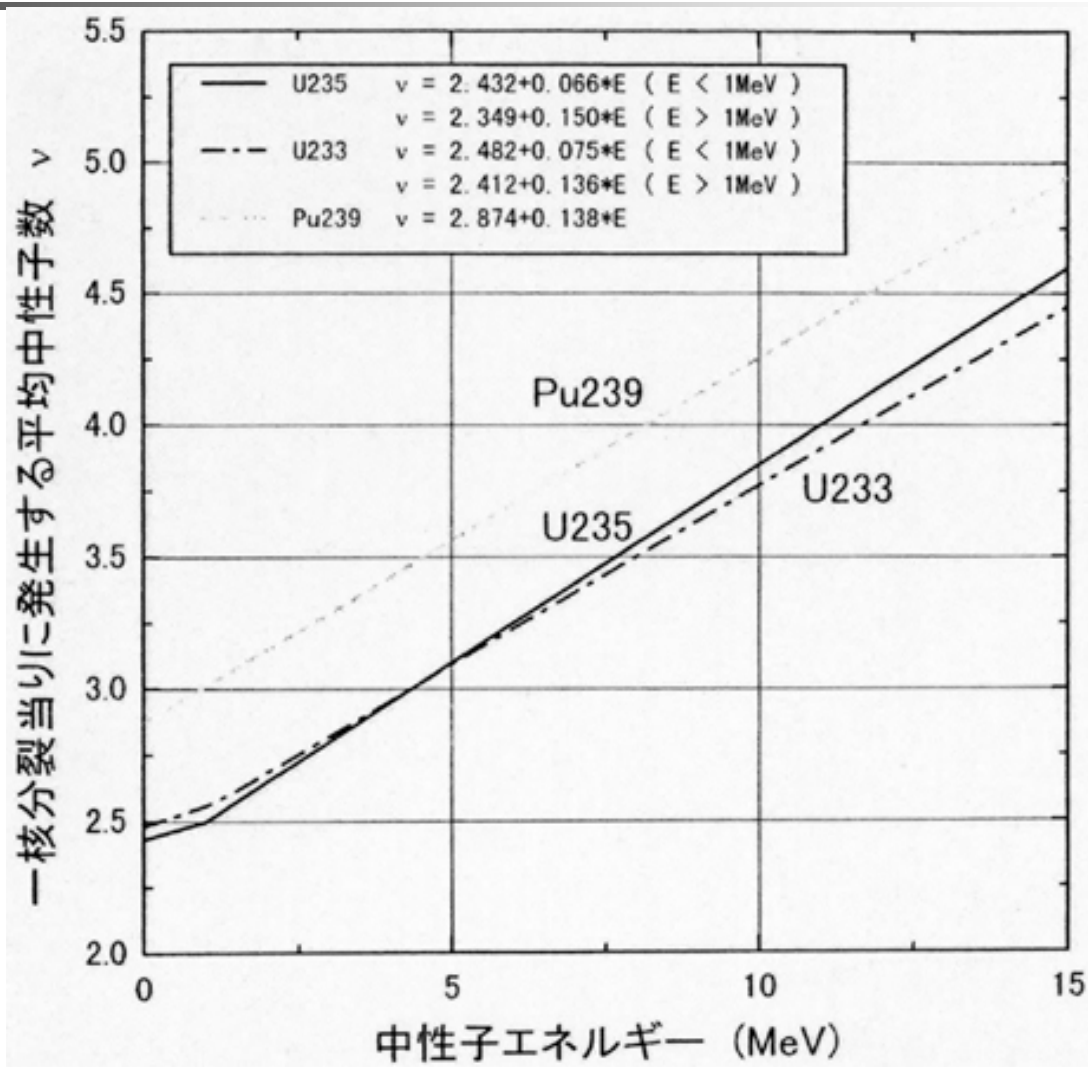
- ウランよりさらに重い原子核になると、中性子を吸収させなくとも量子力学的なトンネル効果で自発的に核分裂を起こすことがある。
- ^{252}Cf の場合、1g当り毎秒約 6.2×10^{11} 個の核分裂を起し、 2.3×10^{12} 個の中性子を発生する。
- ^{238}U では1g当り毎秒0.01個程度
- ^{252}Cf は中性子源として重要



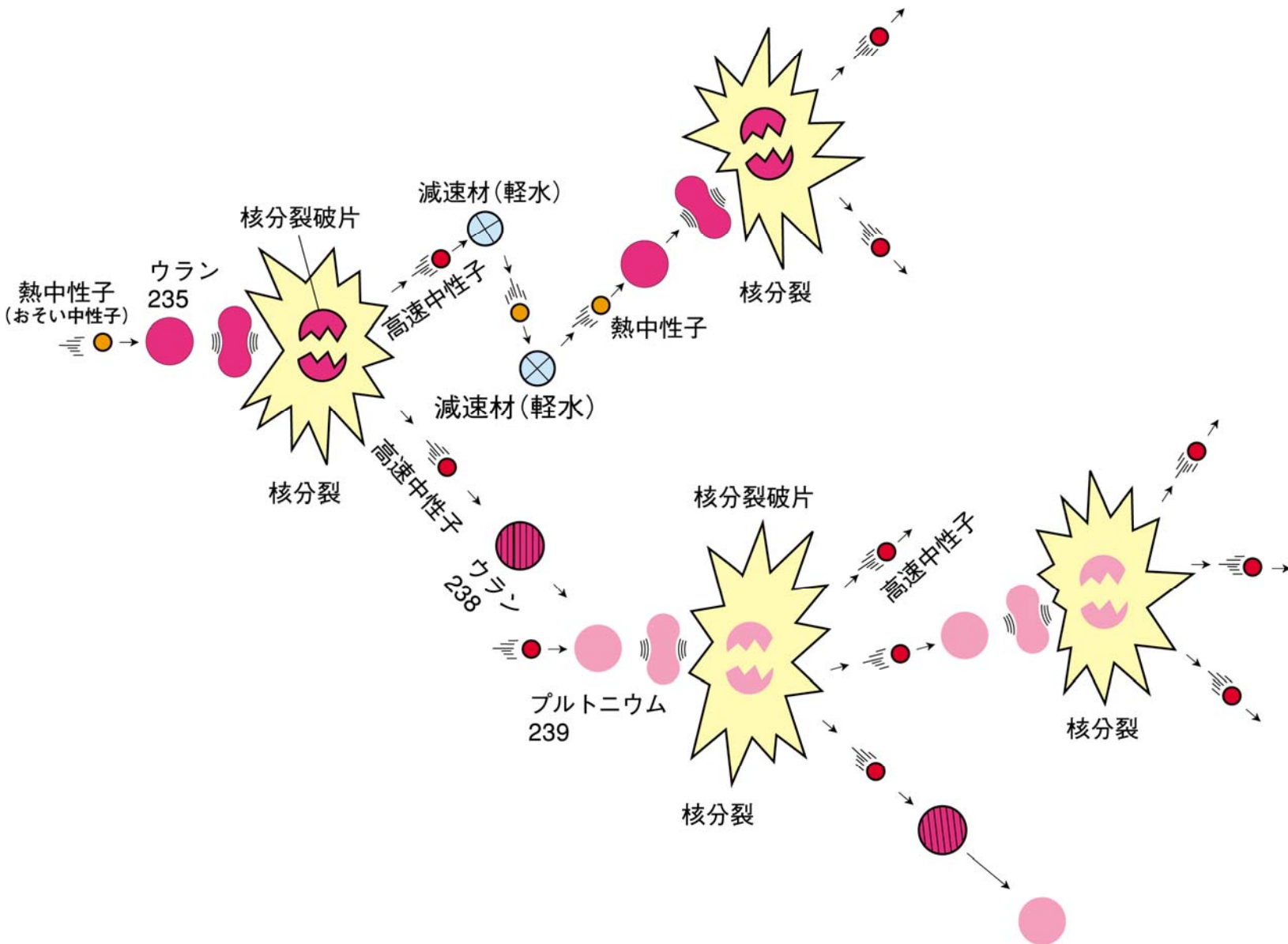
核分裂で生ずる中性子数の平均数

- 熱中性子に対して ^{235}U は、核分裂反応で平均約2.4個の中性子を放出する。
- 核分裂で生ずる中性子数の平均数(1核分裂当りに発生する平均の核分裂中性子数)の値を、 ν で表す。
- この ν は、原子核の種類と入射中性子エネルギーの両方に依存し、入射中性子のエネルギーと共に増加する。

核分裂で生ずる中性子数の平均数



ウランの核分裂とプルトニウムの生成・核分裂



発生する中性子のエネルギー

- 発生する中性子のエネルギーは、熱中性子に比べて極めて高い。核分裂中性子は、次のようなエネルギー分布を持って現れ、その平均エネルギーは約2MeVである。 ^{235}U に対しては、次式が良く用いられている。

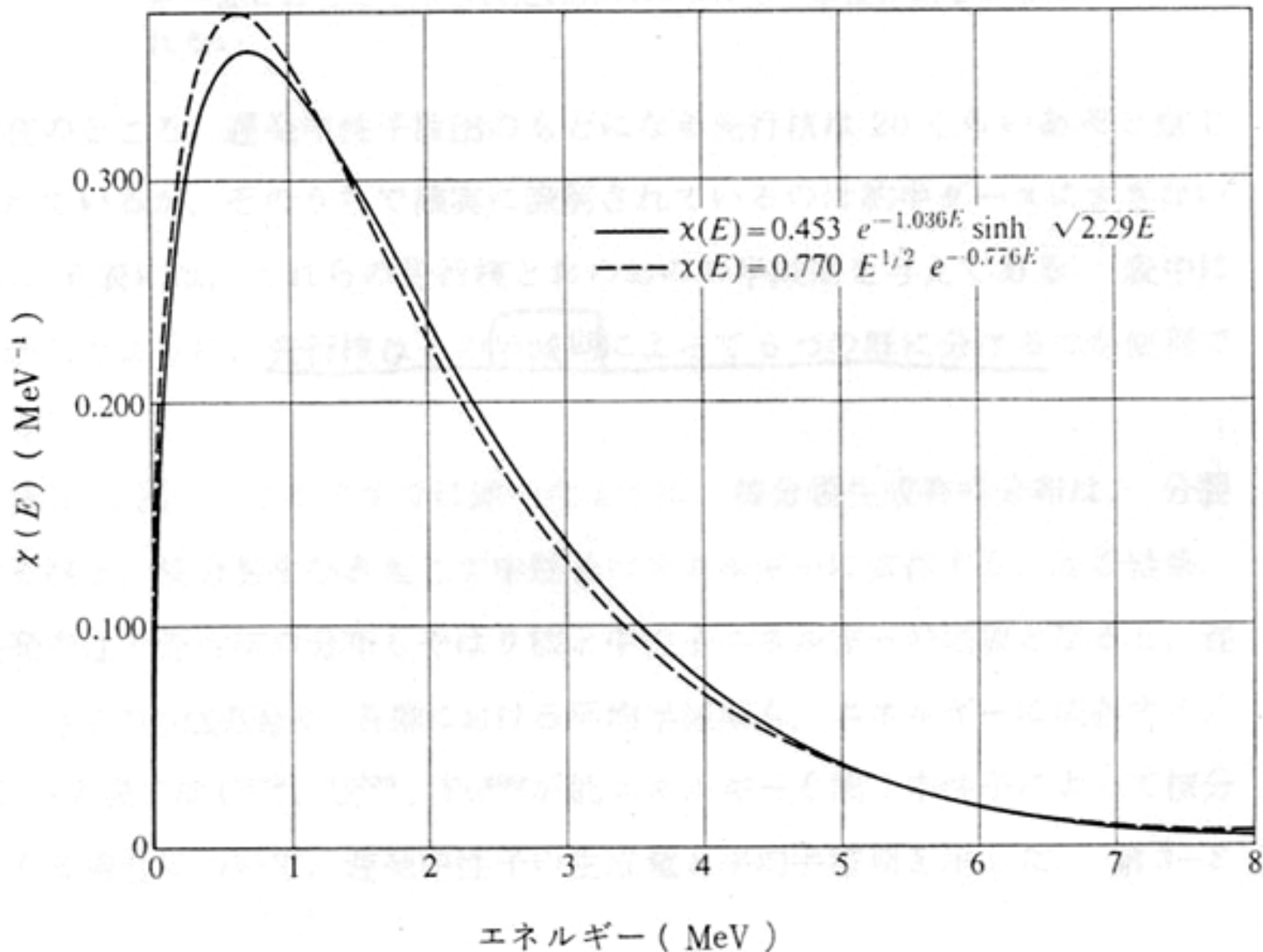
$$F(E) dE = 0.453 \cdot e^{-1.036 \cdot E} \cdot \sinh(\sqrt{2.29E}) dE$$

または

$$F(E) = 0.770 \cdot \sqrt{E} \cdot \exp(-0.766 \cdot E)$$

- ここで、 $F(E)dE$ は核分裂中性子がEからE+dEの間のエネルギーを持って放出される割合であり、に規格化されている $\int F(E) dE = 1$

即発中性子スペクトル





遅発中性子 (delayed neutron)

- 核分裂中性子の殆どは核分裂反応が生ずると同時 (10^{-14} 秒以内) に放出される。
- これとは別に、ごく僅か (1%以内) の中性子が、かなりの時間遅れ (数10秒以内) を持って現れる。
- これを遅発中性子 (delayed neutron) と呼ぶ。遅発中性子は、その生成量がわずかであるにもかかわらず、原子炉の制御にとって極めて重要な役目を果たす

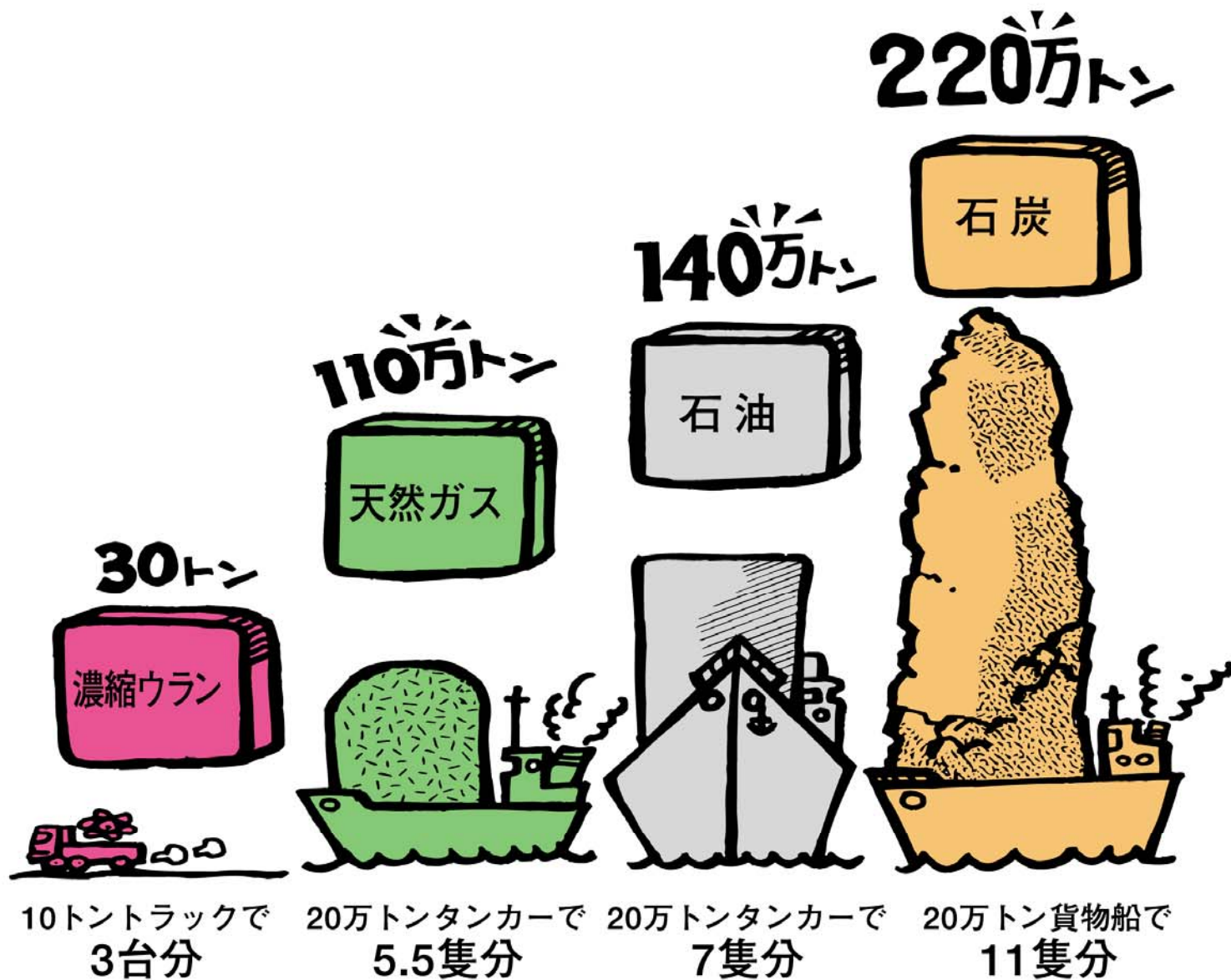
^{235}U が核分裂した際に放出される粒子 とそれによって解放されるエネルギー

	発生エネルギー (MeV)
核分裂片	168
即発 γ 線	7
即発中性子	5
核分裂生成物からの β 線	7
核分裂中性子からの γ 線	6
中性微子	10
合計	約 200

核分裂によって発生するエネルギー

- 1核分裂毎に約200MeVのエネルギーが原子炉内で熱として放出される。このエネルギーは、
- $200(\text{MeV}) \times 1.602 \times 10^{-13}(\text{J/MeV}) = 32.0(\text{pJ})$ のエネルギーに相当する。
- 1Jのエネルギーを得るために必要な核分裂数は、 $1/32.0(\text{pJ}) = 3.12 \times 10^{10}$ である。
- 1gの ^{235}U ($=2.56 \times 10^{21}$ 個)がすべて核分裂を起こすと、 $2.56 \times 10^{21} \times 32.0(\text{pJ}) = 8.21 \times 10^{10}(\text{J})$
 $\doteq 2.28 \times 10^7(\text{Wh}) \doteq 1(\text{MWd})$ のエネルギーが放出される

100万kWの発電所を1年間運転するために必要な燃料



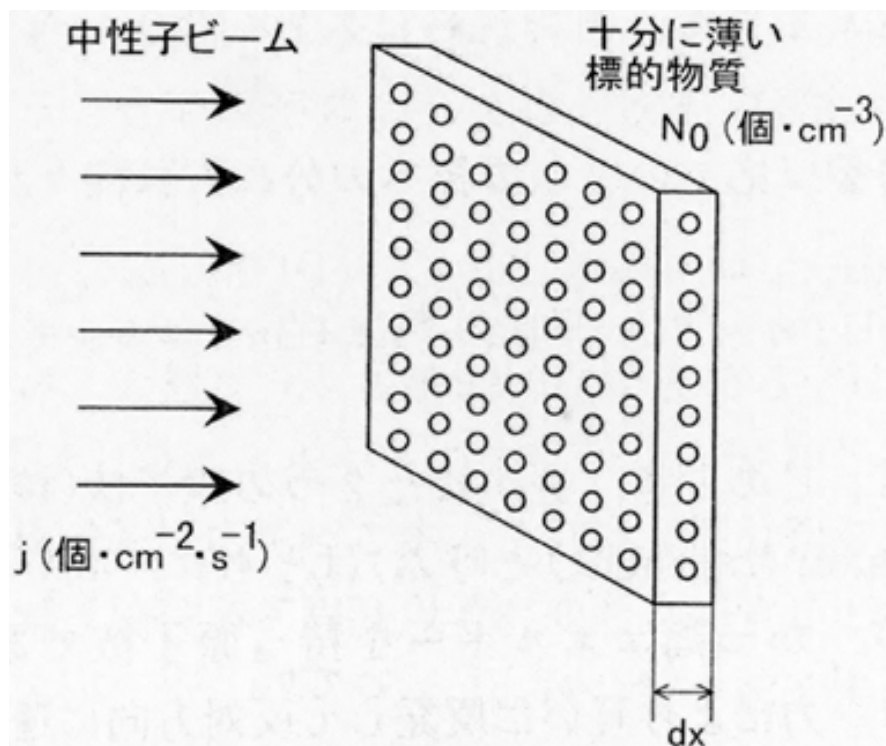


ミクロ断面積とマクロ断面積

- 原子炉内で生じている現象を定量的に扱わなくてはならない。そのために必要となる中性子と原子核が反応する確率に相当する概念が、「断面積」である。

マイクロ断面積

- 単位表面積当り毎秒 j 個の中性子(個/cm²/s)の流れが単位体積当り N_0 (個/cm³)の原子核を含む極めて薄い標的(厚さ dx (cm)、断面積 A (cm²))に垂直に入射しているとするとする。
- 厚さが薄いということは、入射する中性子が標的の後の方にある原子核に達する前に減少してしまわないことを保証するための仮定である。



単位時間単位体積当りの反応率R(個/cm³/s)

$$R = R_0 / dxA$$

- 反応の総数 R_0 は、入射中性子流の強さ j (個/cm²/s)と存在する原子核の数 $N_A (=N_0 dxA)$ (個)に比例するから、比例定数を σ と書くことにすると、

$$R_0 = \sigma j N_A \iff R \cdot dxA = \sigma j N_0 dxA$$

- のように表現できる。これを

$$\sigma = \frac{(R / dxA) / N_A}{j} \left(= \frac{\text{標的核1個当り単位時間単位体積当りの反応率}}{\text{単位時間当り単位表面積当りの入射中性子数}} \right)$$

- と書き直すと、 σ は、単位時間単位表面積当り1個の中性子が入射するとき、標的核1個当りにどれだけの数の反応が起こるのかを示す量となっている



マイクロ断面積 (microscopic cross section)

- σ が面積 (cm^2) の単位を持つことから、 σ をマイクロ断面積 (microscopic cross section) と呼ぶ。
- 単位として $10^{-24} (\text{cm}^2)$ を用い、これを1バーン (b) と呼んでいる。
- この単位は、原子核の大きさが $10^{-12} (\text{cm})$ 程度であることに由来している。

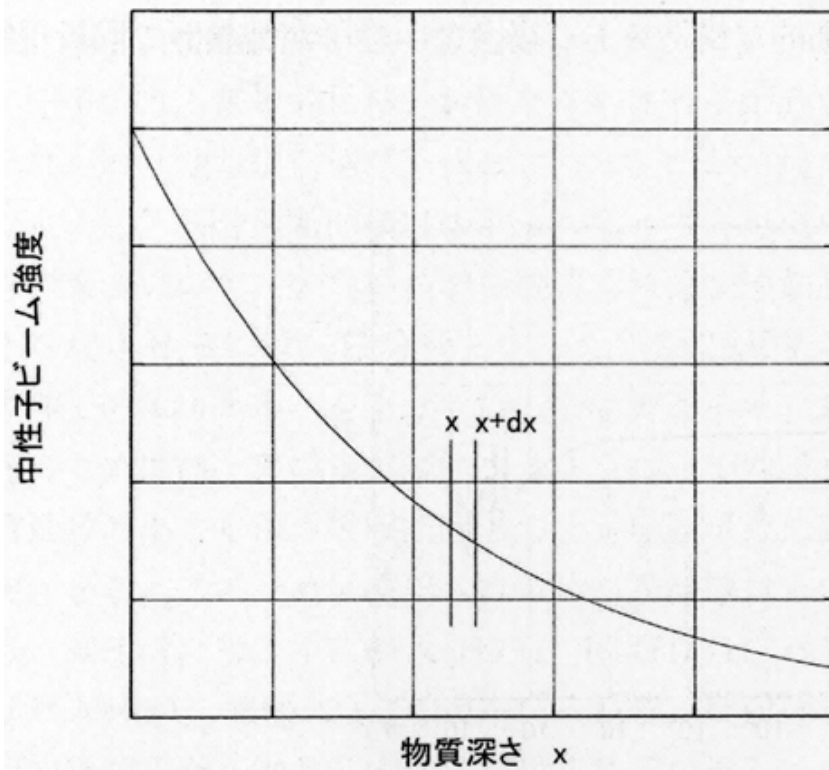
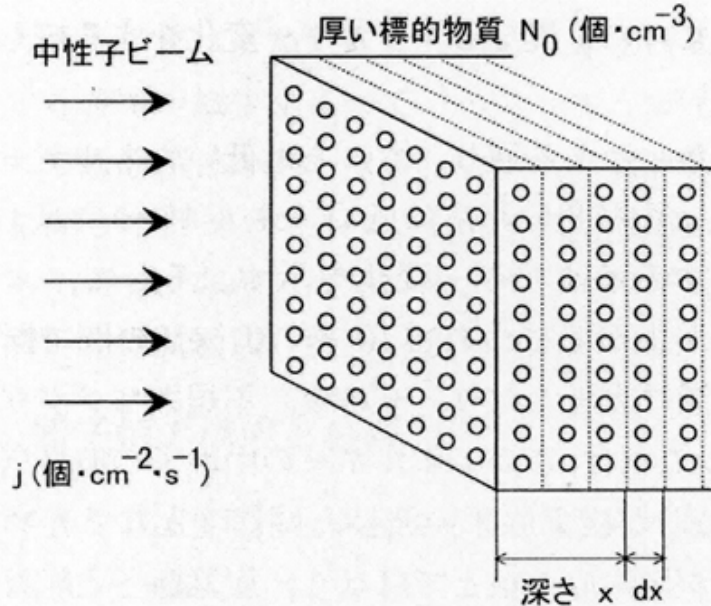


反応ごとのマイクロ断面積

- 反応ごとにマイクロ断面積を定義する
- σ に各反応を表す添字を付け、それらを区別する。
- 散乱断面積: σ_s 、
- 吸収断面積: σ_a 、
- 核分裂断面積: σ_f 、
- 捕獲断面積: σ_c (または σ_γ)
- 全断面積: σ_t (total cross section) = $\sigma_s + \sigma_a$
- 吸収断面積: $\sigma_a = \sigma_f + \sigma_c$ となる

マクロ断面積

- 厚い板を考える。
- そこに強さ j_0 (個/cm²/s) の単一のエネルギーの中性子が垂直に入射している場合を考える。
- このとき、板の表面から x の距離にある厚さ dx の部分を考え、ここでの中性子の流れを $j(x)$ と表す。



マクロ断面積

- 厚さ x から $x+dx$ までの中性子の流れの減少は、 σ を全断面積とすると、

$$-dj = \sigma j(x) N_0 dx$$

$$dj / j = -\sigma N_0 dx$$

$$j(x) = j_0 \exp(-\sigma \cdot N_0 x)$$

- σ と N_0 の積のことを Σ と書いてマクロ断面積 (macroscopic cross section) という。すなわち、

$$\Sigma = \sigma N_0$$

- よって、反応率 R は、

$$R = -\frac{dj}{dx} = \sigma N_0 j = \Sigma j$$



マクロ断面積

- 他の反応のミクロ断面積についても、上式と同じ形で各反応のマクロ断面積が定義できる。
- Σ は断面積という名はついているが、単位は cm^{-1} であって面積の単位 (cm^2) ではない
- また、次式より、 Σ は、単位長さ当りに中性子の流れが減少する割合である。

$$\Sigma = \frac{\left(-\frac{dj}{j} \right)}{dx}$$



平均自由行路

- 粒子の動く距離の平均値

$$j(x) = j_0 \exp(-\Sigma x)$$

- 位置 x から $x+dx$ までで、最初に核反応を起こす確率：
 $\exp(-\Sigma x) \Sigma dx$

- 平均自由行路は

$$\lambda = \frac{\int_0^{\infty} \exp(-\Sigma x) \cdot x \cdot d(\Sigma x)}{\int_0^{\infty} \exp(-\Sigma x) \cdot d(\Sigma x)}$$



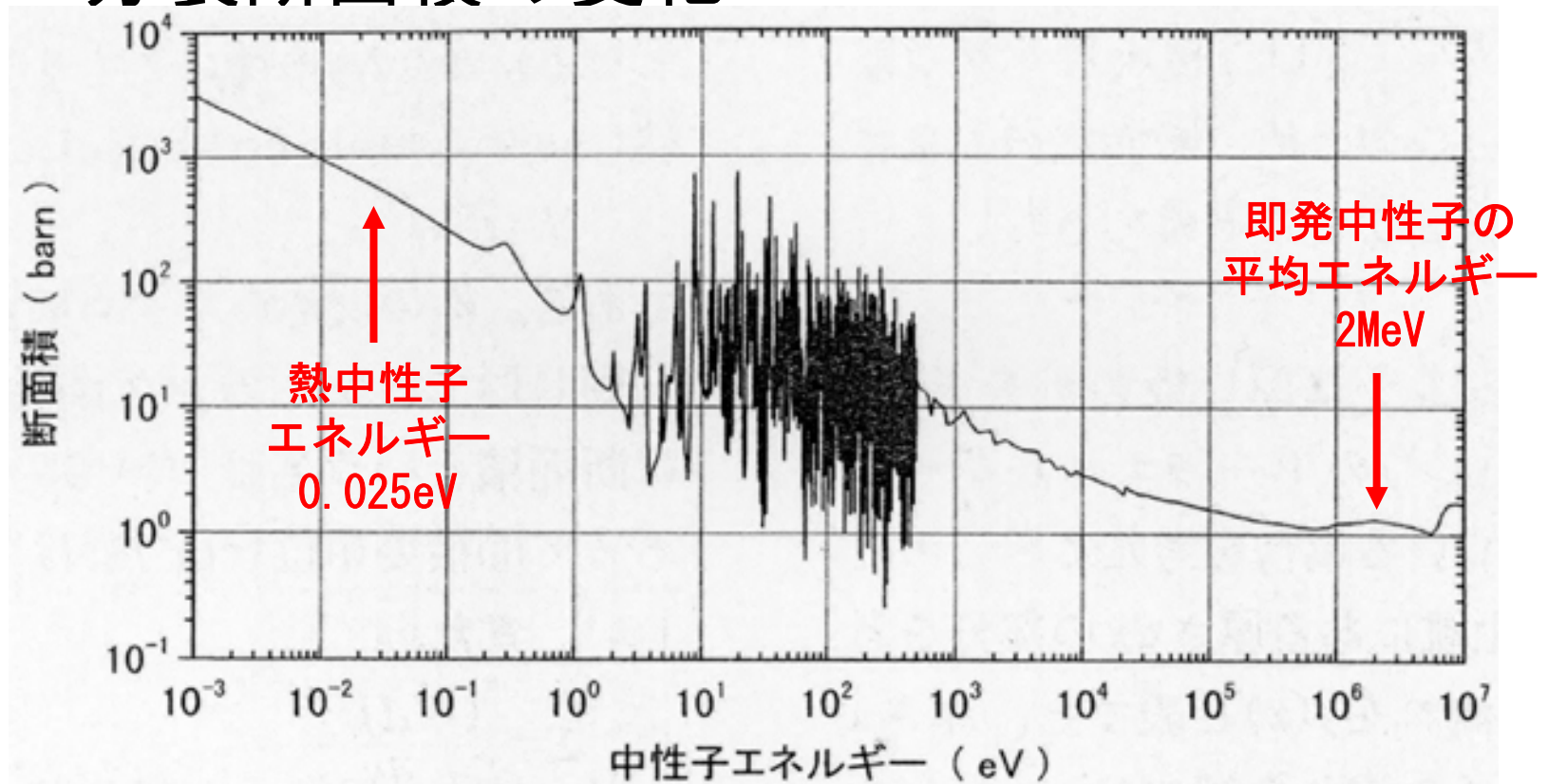
断面積のエネルギー変化

- 断面積は、核によって大きく変わると同時に、入射中性子エネルギーによっても大きく変わる。
- ここでは、質量数の大きな核（重核）と小さな核（軽核）についてマイクロ断面積のエネルギー変化を、最も代表的な2つの核、 ^{235}U と ^{12}C を例にして説明する。
- 質量数が中くらいの核（中重核）は、おおむね両者の中間の変化となる。

断面積のエネルギー変化

— 質量の大きな核 —

- 入射中性子エネルギーに対する ^{235}U の核分裂断面積の変化



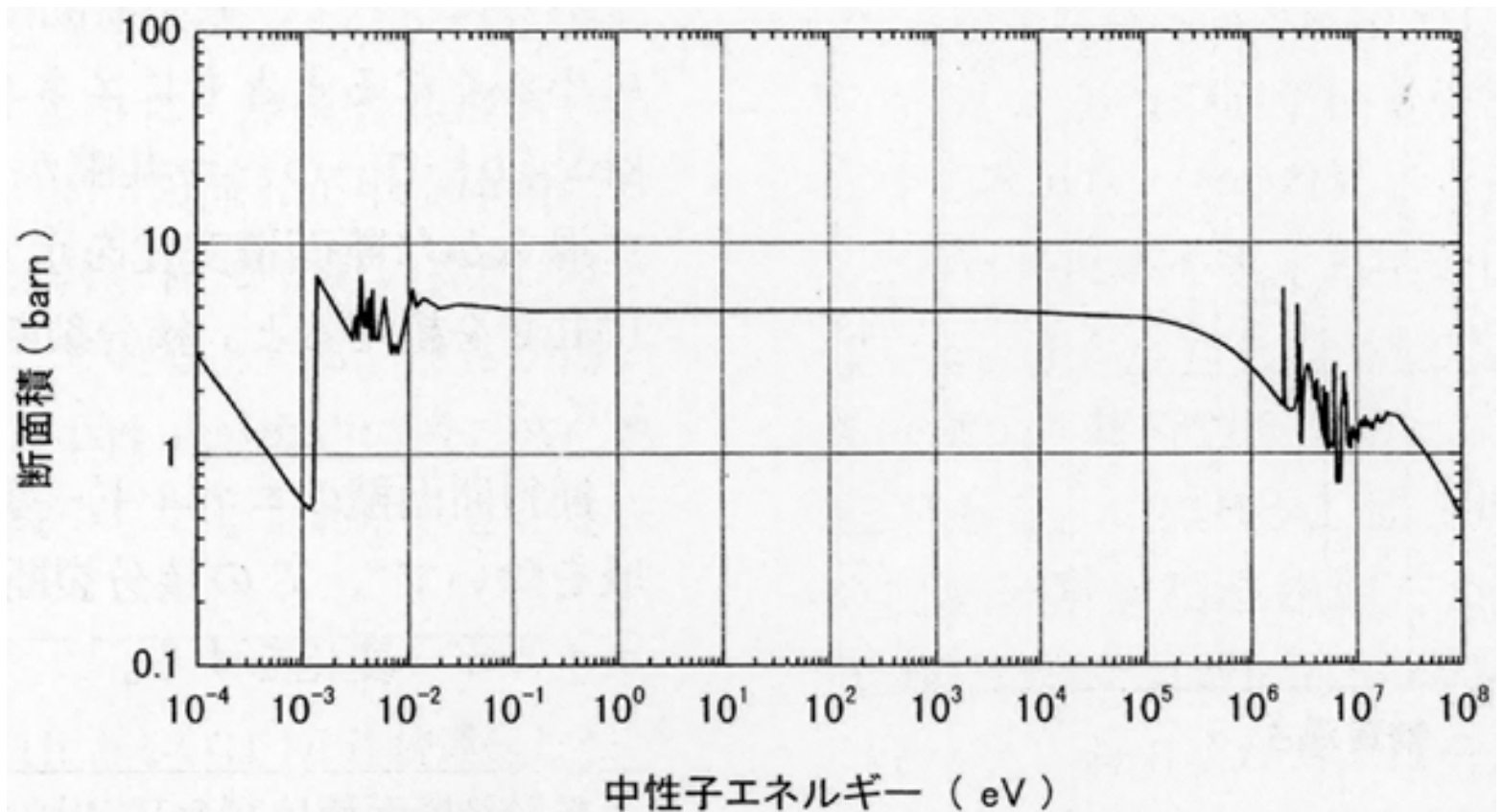
断面積のエネルギー変化

— 質量の大きな核 —

- 1eV以下のエネルギーの低い領域では、断面積は $1/v(\)$ に比例して減少する。
- 1eV付近から上では大きな増減を繰り返す。これを共鳴といい、中性子のエネルギーが複合核の励起準位と一致したところで核反応が起こりやすくなることに起因している。
- 中性子エネルギーが上がるにつれて、共鳴断面積のピークの高さは次第に小さくなるとともにエネルギー幅も広くなり、1keV以上で一つ一つ共鳴が重なりあって、結果的に滑らかな断面積変化を示すようになる。
- そして、1MeVを超えると、核分裂断面積は階段状に増していく。

断面積のエネルギー変化 — 質量の小さな核 —

^{12}C の全断面積のエネルギー変化



断面積のエネルギー変化

— 質量の小さな核 —

- もっとも低いエネルギー領域 (10^{-4} eV程度の非常に低いエネルギー) では $1/v$ に比例するエネルギー変化を示す。
- エネルギーが上がるにつれて 10^{-3} eV から 10^{-2} eV の間で断面積が急激に大きくなり、その後、不規則なジグザクを示す。これは、このエネルギーの中性子の波長が炭素原子の波長と同程度となるため、中性子が炭素原子核とではなく、炭素原子と相互作用をするようになり、黒鉛の結晶のように原子が規則的な構造をもつ場合に中性子が結晶面で回折現象を起こすことによる (中性子の波長が結晶の格子面間距離の整数倍のところでは回折が起こる)。

断面積のエネルギー変化

— 質量の小さな核 —

- この領域よりさらにエネルギーが大きくなると回折は起こらなくなり、核そのものの大きさで決まる断面積で反応が起こりようになる。この領域をポテンシャル散乱領域と呼び、広いエネルギー範囲にわたって、一定の断面積 (=ポテンシャル散乱断面積と呼ぶ) を取る。ここで、 R は原子核の半径である。

$$\sigma_p = 4\pi R^2$$

断面積のエネルギー変化

— 質量の小さな核 —

- ポテンシャル散乱領域より上のエネルギー領域では (^{12}C では1MeV以上で)、 ^{235}U に現れたのと同様の共鳴現象が起こる。ただし、ポテンシャル散乱と共鳴弾性散乱が共存する場合には、共鳴散乱とポテンシャル散乱の間に干渉が起こり、共鳴の低エネルギー側では断面積が小さくなり、逆に上側では大きくなる特徴がある。
- この領域を越え中性子エネルギーが非常に高くなると、中性子の波長は原子核の大きさに比べて短くなるために、原子核と相互作用する確率が減少するので、エネルギーが上がるに伴って断面積は小さくなる。しかし、核分裂連鎖反応に伴う中性子エネルギーが最大でも10MeV程度であるので、非常に高いエネルギーの挙動は原子炉解析では普通取り扱う必要は無い。