演習問題1

濃縮度kのUO_2燃料で、^{235}Uのみが核分裂物質とする。σ_F=335バーン、ρ_F=10500kg/m^3とすると、中性子束ϕ_Fをn/cm^2s単位で表すとき、単位容積あたりの発熱量Q_Fが、$Q_F = 2.5\times10^{-10}\cdot k\phi_F$(MW/$m^3$)となることを示せ。

演習問題1 解答 (1/2)

単位容積あたりの発熱量Q_F[W/m³]は以下の式で与えられる。

$$Q_F = \gamma_F \rho_F x_F \frac{N_A}{A_F} \cdot \overline{\sigma}_F \overline{\phi}_F \qquad ①$$

ここで、記号の意味ならびに値をSI単位で表すと以下のようになる。

$\gamma_F = 198[\mathrm{MeV}] = 198 \times 1.602189 \times 10^{-19} \times 10^{6}[\mathrm{J}]$: ^{235}Uの核分裂1回あたりの発熱量

$\rho_F = 10500[\mathrm{kg/m^3}]$:燃料密度

$x_F = \dfrac{A(^{235}\mathrm{U})}{A(^{235}\mathrm{U}) + 2 \cdot A(^{16}\mathrm{O})} \cdot k = \dfrac{235}{267} \cdot k$: ^{235}U原子が燃料部に占める質量率

$N_A = 6.02 \times 10^{23}[1/\mathrm{mol}]$:アボガドロ数

$A_F = 235\mathrm{u} \times N_A[\mathrm{g}] = 235 \times 1.6605655 \times 10^{-24} \times N_A \times 10^{-3}[\mathrm{kg}]$: ^{235}Uの1[mol]当りの質量

$\overline{\sigma}_F = 335[\mathrm{barn}] = 335 \times 10^{-24} \times 10^{-4}[\mathrm{m^2}]$:ミクロ核分裂断面積

$\overline{\phi}_F[\mathrm{n/m^2 s}]$:中性子束

演習問題1 解答 (2/2)

これらを式①に代入すると、

$$Q_F = 198 \times 1.602189 \times 10^{-19} \times 10^{6}[\mathrm{J}] \times 10500[\mathrm{kg/m^3}] \times \frac{235}{267} \cdot k$$

$$\times \frac{N_A[1/\mathrm{mol}]}{235 \times 1.6605655 \times 10^{-24} \times N_A \times 10^{-3}[\mathrm{kg}]} \times 335 \times 10^{-24} \times 10^{-4}[\mathrm{m^2}] \times \bar{\phi}_F[\mathrm{n/m^2 s}]$$

$$= 2.5168 \times 10^{-14} \cdot k\bar{\phi}_F[\mathrm{MW/m^3}]$$

中性子束の単位を直すと

$$Q_F = 2.5168 \times 10^{-10} \cdot k\bar{\phi}_F[\mathrm{MW/m^3}]$$

となる。

演習問題2

熱出力3000MWの原子炉では、毎日何kgの^{235}Uを消耗するか。

ただし、1回の核分裂で200MeVのエネルギーが発生し、これが全部熱に変わるとする。

演習問題2 解答

熱出力3000MWの原子炉での1日あたりの熱出力は、

$$3000\,[\mathrm{MW}] = 3000\,[\mathrm{MJ}/\mathrm{s}] = 3000 \times 3600 \times 24\,[\mathrm{MJ}/\mathrm{day}]$$

である。これを核分裂1回で発生する熱量で割ると1日あたり必要な燃料が算出される

すなわち、

$$\frac{(\text{原子炉で1日あたり発生する熱出力})}{(1[\mathrm{mol}]\text{の}{}^{235}\mathrm{U}\text{の核分裂で発生する熱出力})} \times ({}^{235}\mathrm{U}\text{の}1[\mathrm{mol}]\text{当りの質量}) = (\text{1日あたり必要な燃料}) \quad ①$$

となる。をアボガドロ数としてこの式に当てはめると、

$$\frac{3000 \times 3600 \times 24[\mathrm{MJ}/\mathrm{day}]}{200 \times 1.602189 \times 10^{-19} \times N_A[\mathrm{MJ}/\mathrm{mol}]} \times 235 \times 1.6605655 \times 10^{-24} \times N_A[\mathrm{g}/\mathrm{mol}]$$

$$= 3156.56[\mathrm{g}]$$

$$= 3.16[\mathrm{kg}]$$

となる。

演習問題3

　JCO臨界事故では、17時間にわたり核分裂が生じ、合計1mgのウランの核分裂が生じた。

　即発臨界と遅発臨界過程をあわせて平均すると、この間の熱出力は平均何Wであるか。

演習問題3 解答

1[mg]中に含まれる^{235}Uの原子数は、$N_A[1/mol]$をアボガドロ数として、

$$\frac{1\times10^{-3}[g]}{235u\times N_A[g/mol]}\times N_A[1/mol]$$

$$=\frac{1\times10^{-3}}{235\times1.6605655\times10^{-24}}=2.56257\times10^{18}[個]$$

である。1つの^{235}Uが核分裂を起こすと200[MeV]のエネルギーを放出することとなる。よってこの17時間の間に発生した総熱量は、

$$2.56257\times10^{18}[個]\times200\times1.602189\times10^{-19}[MJ]$$

となる。これを反応時間で割ると平均熱出力が算出できる。よって、

$$\frac{2.56257\times10^{18}[個]\times200\times1.602189\times10^{-19}[MJ]}{17[hr]\times3600[sec]}$$

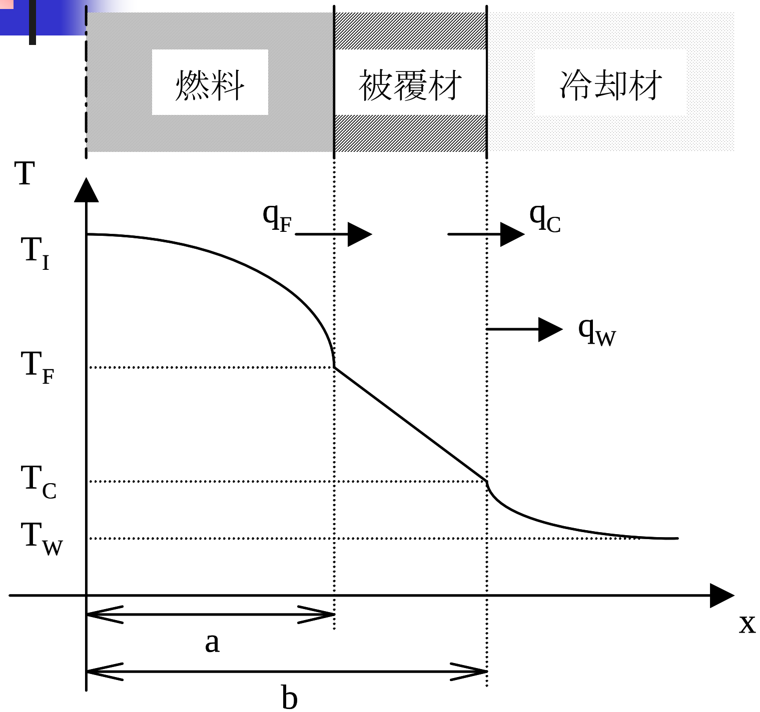
$$=1.34174\times10^{3}[W]=1.34174[kW]$$

となる。

演習問題4

燃料厚さ2mm、被覆の厚さ0.5mmの板状燃料で、内部発熱率Q_F=183MW/m^3、燃料の熱伝導率λ_F=180W/mK、被覆板の熱伝導率λ_C=210W/mK、冷却水との熱伝導率h=3500W/m^2Kとして、燃料中心温度と冷却材の温度の差を求めよ。

演習問題4 解答 (1/4)



おのおのの変数を左図のように与えるとき、燃料内における熱伝導方程式ならびに境界条件は、

$$\lambda_F \frac{d^2T(x)}{dx^2} + Q_F = 0 \quad ①$$

$$\left.\frac{dT(x)}{dx}\right|_{x=0} = 0 \quad ②$$

$$T(x=a) = T_F \quad ③$$

で与えられる。

また、被覆材内における熱伝導方程式ならびに境界条件は、

$$\lambda_C \frac{d^2T(x)}{dx^2} = 0 \; ④ \qquad T(x=a) = T_F \; ⑤ \qquad T(x=b) = T_C \; ⑥$$

演習問題4 解答 (2/4)

式①を式②、③の条件で解くと、

$$T(x) = T_F + \frac{a^2 - x^2}{2} \cdot \frac{Q_F}{\lambda_F} \qquad ⑦$$

となる。同様に式④を式⑤、⑥の条件で解くと、

$$T(x) = \frac{T_C - T_F}{b - a} x + \frac{T_F b - T_C a}{b - a} \qquad ⑧$$

となる。これらより、燃料外縁における熱流束q_F、被覆管外縁における熱流束q_C、対流熱伝達による熱流束q_Wを求める。

$$q_F = -\lambda_F \left.\frac{dT(x)}{dx}\right|_{x=a} = Q_F a \qquad ⑨ \qquad q_C = -\lambda_C \left.\frac{dT(x)}{dx}\right|_{x=b} = \lambda_C \frac{T_F - T_C}{b - a} \qquad ⑩$$

また、⑦より燃料の中心温度T_Iは

$$q_W = h \cdot (T_C - T_W) \qquad ⑪$$

$$T_I = T(x = 0) = T_F + \frac{a^2}{2} \cdot \frac{Q_F}{\lambda_F} \qquad ⑫$$

演習問題4 解答 (3/4)

式⑩、⑪、⑫を変形して、

$$T_F - T_C = \frac{q_C(b-a)}{\lambda_C} \qquad ⑬$$

$$T_C - T_W = \frac{q_W}{h} \qquad ⑭$$

$$T_I - T_F = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{Q_F}{\lambda_F} \qquad ⑮$$

これらを足し合わせると、

$$T_I - T_C = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{Q_F}{\lambda_F} + \frac{q_W}{h} + \frac{q_C(b-a)}{\lambda_C} \qquad ⑯$$

定常状態では、燃料外縁より放出された熱流束は、同じ大きさで被覆管外縁より放出され、さらに同じ大きさで対流熱伝達によって熱が運ばれるので、$q_F=q_C=q_W$となる。よって式⑯は、

$$T_I - T_W = Q_F a\left(\frac{a}{2\lambda_F} + \frac{1}{h} + \frac{b-a}{\lambda_C}\right) \qquad ⑰$$

となる。

演習問題4 解答 (4/4)

ここで条件より、

燃料外縁までの距離 $a = 1[\mathrm{mm}] = 1\times10^{-3}[\mathrm{m}]$

被覆管外縁までの距離 $b = 1.5[\mathrm{mm}] = 1.5\times10^{-3}[\mathrm{m}]$

内部発熱率 $Q_F = 183[\mathrm{MW/m^3}]$

燃料の熱伝導率 $\lambda_F = 180[\mathrm{W/mK}]$

被覆板の熱伝導率 $\lambda_C = 210[\mathrm{W/mK}]$

冷却水との熱伝導率 $h = 3500[\mathrm{W/m^2K}]$

である。これらを式⑰に代入して燃料の中心温度と冷却材の温度差を求めると、

$$T_I - T_W = 183[\mathrm{MW/m^3}]\times1\times10^{-3}[\mathrm{m}] \times\left(\frac{1\times10^{-3}[\mathrm{m}]}{2\times180[\mathrm{W/mK}]}+\frac{1}{3500[\mathrm{W/m^2K}]}+\frac{(1.5-1)\times10^{-3}[\mathrm{m}]}{180[\mathrm{W/mK}]}\right)$$

$$= 53.23[\mathrm{K}]$$

となる。

演習問題5

燃料棒の発熱（熱流束）が軸方向にコサイン分布をしている加圧水炉を考える。

燃料棒と水の間の熱伝達率を一定として、燃料棒の表面温度が最大になる位置を求め、炉心入口から出口までの水の温度分布と燃料棒の表面温度の変化を図示せよ。

演習問題5 解答 (1/3)

冷却材温度分布は次式で与えられる

$$\Theta(x) = \Theta_1 + \frac{Dq_c L'}{CG}\left[\sin\left(\frac{\pi x}{L'}\right) + \sin\left(\frac{\pi L}{2L'}\right)\right] \qquad ①$$

ここで、

$\Theta(x)$: 冷却材温度

Θ_1: 冷却材入口温度

D : 燃料棒外径

Q_F: 最大発熱量

L' :(燃料棒の長さ)+(外挿領域)

q_c : 最大熱流束 ($q_c = \frac{Q_F D}{4}$)

C : 比熱

G : 冷却材流量

X : 燃料棒軸方向位置

L : 燃料棒長さ

演習問題5 解答 (2/3)

また、燃料棒の表面温度は

$$T_S = \Theta_1 + \frac{Dq_c L'}{CG}\left[\sin\left(\frac{\pi x}{L'}\right) + \sin\left(\frac{\pi L}{2L'}\right)\right] + \frac{q}{\alpha}\cos\left(\frac{\pi x}{L'}\right) \qquad ②$$

ここで、q:熱伝達による熱移動、α :熱伝達率である。

燃料表面温度が最高となる位置は、$\frac{dT_S}{dx} = 0$ とすることで求められる。

$$\frac{dT_S}{dx} = \frac{Dq_c L'}{CG}\frac{\pi}{L'}\cos\left(\frac{\pi x}{L'}\right) - \frac{q}{\alpha}\frac{\pi}{L'}\cos\left(\frac{\pi x}{L'}\right) = 0 \qquad ③$$

演習問題5 解答 (3/3)

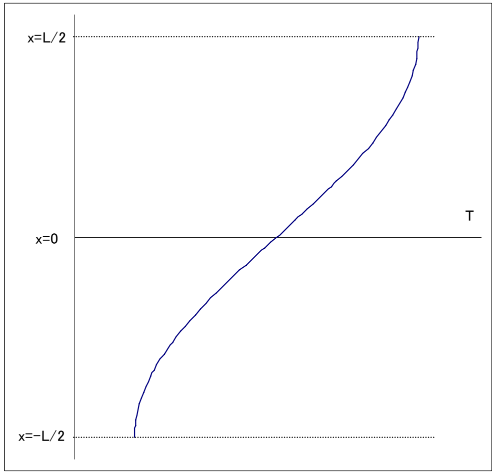
これよりx=x_{max}とおいて

$$\frac{Dq_c L'}{CG}\frac{\pi}{L'}\cos\left(\frac{\pi x_{max}}{L'}\right)-\frac{q}{\alpha}\frac{\pi}{L'}\cos\left(\frac{\pi x_{max}}{L'}\right)=0 \qquad ④$$

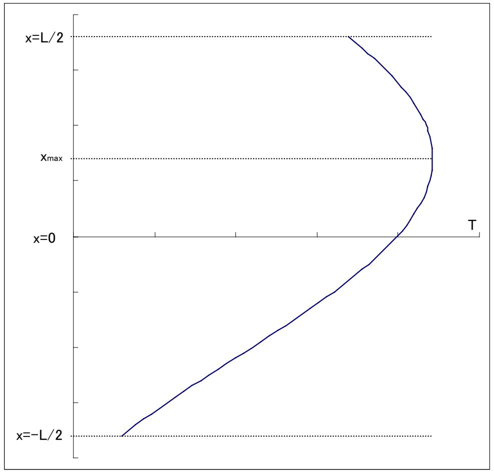
よって、

$$x_{max}=\frac{L'}{\pi}\tan^{-1}\left(\frac{Dq_c L'}{CG}\cdot\frac{\alpha}{q}\right) \qquad ⑤$$

これらを図示すると以下のようになる。



軸方向冷却材温度分布



軸方向燃料表面温度分布

演習問題6

電気出力113万kWの加圧水型軽水炉では、炉心では3420MWの熱を発生している。この燃料棒が5万本で、燃料棒の発熱長さ3.6m、燃料棒外径9.5mmとする。一次冷却水の炉心入口温度289℃、出口温度325℃の時、以下を求めよ。(水の比熱を4kJ/kgKとせよ)

①この原子炉のプラントの熱効率

②冷却水の流量(ton/hまたはkg/s)

③冷却水の平均熱流束(発熱は全部燃料棒の内部発熱と考える)

④燃料棒軸方向発熱分布をコサイン分布として最大熱流束

演習問題6 解答 (1/3)

熱効率は、

$$\eta = \frac{(\text{電気出力})}{(\text{発生した熱出力})} = \frac{1130\times10^{6}[\mathrm{W}]}{3420\times10^{6}[\mathrm{W}]} = 0.3304 = 33.04[\%] \quad ①$$

である。冷却水の流量は、熱の釣合いを考えると

(冷却水が燃料を通過したときに受け取る熱量)=(燃料が発熱した熱量)

となる。よって、

Θ_{IN} : 冷却材入口温度　　Θ_{OUT} : 冷却材出口温度

C : 比熱　　G : 冷却水流量

Q_T : 最大発熱量

とすると

$$CG\cdot(\Theta_{OUT} - \Theta_{IN}) = Q_T \quad ②$$

となる。これらに諸値を代入すると

$$4000[\mathrm{J/kg\cdot K}]\cdot G[\mathrm{kg/s}]\cdot(325[^{\circ}\mathrm{C}] - 289[^{\circ}\mathrm{C}]) = 3420\times10^{6}[\mathrm{W}]$$

ゆえに $G = 23.75\times10^{3}[\mathrm{kg/s}] = 85500[\mathrm{ton/h}]$ となる。

演習問題6 解答 (2/3)

燃料棒の平均熱流束は、熱流束の定義より、単位面積当たりの移動熱量なので、

$$\bar{q} = \frac{(\text{全発熱量})}{(\text{燃料の本数})\times(\text{燃料棒の表面積})}$$

$$= \frac{Q_F}{n \times (\pi D L)} \qquad ③$$

$$= \frac{3420 \times 10^6 [\mathrm{W}]}{50000[\text{本}] \times \left\{\pi \times 9.8 \times 10^{-3}[\mathrm{m}] \times 3.6[\mathrm{m}]\right\}}$$

$$= 617.13[\mathrm{kW/m^2}]$$

燃料棒軸方向発熱の最大熱流束は以下のようにして求める。まず始めに燃料棒長さをLとして燃料棒の発熱量

$$Q = Q_F \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \qquad ④$$

より平均発熱量を求める。

演習問題6 解答 (3/3)

$$\overline{Q}=\frac{\int_{-L/2}^{L/2}Q_F\cos\left(\frac{\pi x}{L}\right)dx}{\int_{-L/2}^{-L/2}dx}=\frac{2Q_F\int_0^{L/2}\cos\left(\frac{\pi x}{L}\right)dx}{L} \qquad ⑤$$

$$=2Q_F\cdot\frac{1}{\pi}\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)\Bigg|_0^{L/2}=\frac{2}{\pi}Q_F$$

発熱量と熱流束は比例しているので、平均熱流束と最大熱流束の関係は、式⑤と同様に

$$\overline{q}=\frac{2}{\pi}q_F \qquad ⑥$$

となる。よって最大熱流束は

$$q_F=\frac{\pi}{2}\overline{q}=969.39[kW/m^2] \qquad ⑦$$

演習問題7

電気出力118万kWの沸騰水型炉では、炉心で3600MWの熱を発生している。冷却水流量5万ton/h、冷却水出口温度（飽和温度に等しい）が287℃、出口クオリティ0.135として以下を求めよ。（水の比熱4kJ/kgK、蒸発潜熱1.6MJ/kgとせよ）

①このプラントの熱効率

②出口の水の流量と蒸気の流量

③冷却水の入口温度

演習問題7 解答 (1/2)

熱効率は、

$$\eta = \frac{(\text{電気出力})}{(\text{発生した熱出力})} = \frac{1180\times10^{6}[\mathrm{W}]}{3600\times10^{6}[\mathrm{W}]} = 0.3278 = 32.78[\%] \qquad ①$$

である。出口の水の流量と蒸気の流量は質量の釣り合いより求められている。クオリティとは気体と液体が混合した流れで、気体の占める割合を質量比で表したものである。すなわち、

G_L :冷却水流量(液体)　　G_G :冷却水流量(気体)

とすると、クオリティΨは次式で表される。

$$\Psi = \frac{G_G}{G_G + G_L} \qquad ②$$

入口では冷却水の流量は50000[ton/h]なので

$$0.135 = \frac{G_G}{50000\times10^{3}\times3600[\mathrm{kg/s}]} \qquad ③$$

よって、$G_G = 0.675\times10^{4}[\mathrm{ton/h}] = 1.875\times10^{3}[\mathrm{kg/s}]$

$$G_G = 4.325\times10^{4}[\mathrm{ton/h}] = 12.014\times10^{3}[\mathrm{kg/s}] \qquad ④$$

演習問題7 解答 (2/2)

冷却水の入口温度は、熱の釣り合いより

(冷却水が燃料を通過したときに受け取る熱量)=(燃料が発熱した熱量)

となる。よって、

Θ_{IN}: 冷却材入口温度　　Θ_{OUT}: 冷却材出口温度

C : 比熱　　G_T : 冷却水全流量

h : 蒸発潜熱　　Q_T : 最大発熱量

とすると

$$CG_T \cdot (\Theta_{OUT} - \Theta_{IN}) + hG_G = Q_T \quad ⑤$$

となる。これらに諸値を代入すると

$$4000[J/kg \cdot K] \times 13.889 \times 10^3 [kg/s] \times \left(289[^\circ C] - \Theta_{IN}[^\circ C]\right) = 3600 \times 10^6 [W] \quad ⑥$$

$$289[^\circ C] - \Theta_{IN}[^\circ C] = \frac{3600 \times 10^6 [W]}{4000[J/kg \cdot K] \times 13.889 \times 10^3 [kg/s]}$$

ゆえに　$\Theta_{IN} = 278.2[^\circ C]$　　となる。