演習問題２－１

- D – T 核融合反応で生ずるQ値を求め、DとTの運動エネルギーが無視できるとして反応後のHeとnの運動エネルギーを求めよ。

ただし、

D:	2.01410u	T:	3.01605u
n:	1.008665u	He:	4.00260u

とし、D – T 核融合反応は、以下で与えられる。

$$D + T \rightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{0}^{1}n$$

演習問題2－1　解答の方針

D–T核融合反応は

$$D + T \rightarrow {}^4_2He + {}^1_0n$$

である。よってQ値はM_i：原子iの質量とすると

$$Q = \left[\left(M_D + M_T\right) - \left(M_{{}^4_2He} + M_{{}^1_0n}\right)\right] \times 931.502[MeV] = \qquad [MeV]$$

反応後の運動エネルギーはおのおのの質量の比で与えられ、E_i：原子iの運動エネルギーとすると

$$E_{{}^4_2He} = \frac{M_{{}^1_0n}}{M_{{}^4_2He} + M_{{}^1_0n}} \cdot Q = \qquad [MeV]$$

$$E_{{}^1_0n} = \frac{M_{{}^4_2He}}{M_{{}^4_2He} + M_{{}^1_0n}} \cdot Q = \qquad [MeV]$$

演習問題２－１　解答

D–T核融合反応は

$$D+T \rightarrow {}^4_2\mathrm{He} + {}^1_0\mathrm{n}$$

である。よってQ値はM_i：原子iの質量とすると

$$Q=\left[\left(M_D+M_T\right)-\left(M_{{}^4_2\mathrm{He}}+M_{{}^1_0\mathrm{n}}\right)\right]\times 931.502[\mathrm{MeV}]=17.5914[\mathrm{MeV}]$$

反応後の運動エネルギーはおのおのの質量の比で与えられ、E_i：原子iの運動エネルギーとすると

$$E_{{}^4_2\mathrm{He}}=\frac{M_{{}^1_0\mathrm{n}}}{M_{{}^4_2\mathrm{He}}+M_{{}^1_0\mathrm{n}}}\cdot Q=3.54079[\mathrm{MeV}]$$

$$E_{{}^1_0\mathrm{n}}=\frac{M_{{}^4_2\mathrm{He}}}{M_{{}^4_2\mathrm{He}}+M_{{}^1_0\mathrm{n}}}\cdot Q=14.05061[\mathrm{MeV}]$$

演習問題２－２

- 以下の反応のしきいエネルギーを求めよ。
  $$ {}^{27}_{13}Al + {}^{4}_{2}He = {}^{30}_{15}P + {}^{1}_{0}n - 5.583\,MeV $$
- ${}^{4}_{2}He$ の入射エネルギーが8MeVの時、反応後の粒子 ${}^{30}_{15}P$ と ${}^{1}_{0}n$ のエネルギーを求めよ。

演習問題2－2 解答

この反応では5.583[MeV]を吸熱する。よって、この反応が進行するためには、5.583[MeV]のエネルギーが必要となる。この値がしきいエネルギーとなる。
次に、${}^{4}_{2}\mathrm{He}$が入射エネルギー8[MeV]で進入した場合を考える。この時Q値は

$$Q = 8.0 - 5.583 = 2.417[\mathrm{MeV}]$$

$$M_{{}^{30}_{15}P} = 30.9738\,\mathrm{u} \qquad M_{{}^{1}_{0}n} = 1.008665\,\mathrm{u}$$

となる。

よって、これらの原子が持つ反応後の運動エネルギーは

$$E_{{}^{30}_{15}\mathrm{P}} = \frac{M_{{}^{1}_{0}\mathrm{n}}}{M_{{}^{30}_{15}\mathrm{P}} + M_{{}^{1}_{0}\mathrm{n}}} \cdot Q = 0.0762274[\mathrm{MeV}]$$

$$E_{{}^{1}_{0}\mathrm{n}} = \frac{M_{{}^{30}_{15}\mathrm{P}}}{M_{{}^{30}_{15}\mathrm{P}} + M_{{}^{1}_{0}\mathrm{n}}} \cdot Q = 2.34077[\mathrm{MeV}]$$

演習問題２－３

- 放射性崩壊をする原子核の半減期をTとしたとき、この原子核の平均寿命が半減期1.44倍であることを示せ。

演習問題２－３ 解答の方針

原子核の平均寿命t_mは、t：時間、N_0：初期原子核個数とすると

$$t_m \equiv \int_{N_0}^{0} t dN \,/\, \int_{N_0}^{0} dN \qquad ①$$

また、原子核の個数Nの時間変化はλ を崩壊定数とすると、

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \quad \longrightarrow \quad dN = -\lambda N_0 \exp(-\lambda t) \cdot dt \qquad ②$$

となる。②を、①に代入して、

$$t_m = \lambda \int_0^{\infty} t \cdot \exp(-\lambda t) dt =$$

原子核の半減期は

$$T = \frac{0.6931}{\lambda}$$

よって $\frac{t_m}{T} =$

演習問題2－3 解答

原子核の平均寿命t_mは、t：時間、N_0：初期原子核個数とすると

$$t_m \equiv \int_{N_0}^{0} t dN \Big/ \int_{N_0}^{0} dN \qquad ①$$

また、原子核の個数Nの時間変化はλ　を崩壊定数とすると、

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \quad \longrightarrow \quad dN = -\lambda N_0 \exp(-\lambda t) \cdot dt \qquad ②$$

となる。②を、①に代入して、

$$t_m = -\lambda \int_0^{\infty} t \cdot \exp(-\lambda t) dt = t \cdot \exp(-\lambda t) \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \exp(-\lambda t) dt = \frac{1}{\lambda}$$

原子核の半減期は

$$T = \frac{0.6931}{\lambda}$$

よって　$\dfrac{t_m}{T} = \dfrac{1}{0.6931} = 1.44279 \cdots \approx 1.44$

演習問題２－４

- 半減期1602年のラジウムRa（質量数226、原子番号88）のおよそ 1g の放射能が、1Ci（3.7×10^{10}Bq）にほぼ等しいことを示せ。

演習問題2－4 解答の方針

Ra 1 [mol]の質量は、 226[g/mol]であるから、

$$N_0 = 6.022169 \times 10^{23}$$ ：アボガドロ数

とすると、 1 [g] 中のRa原子の個数 N_{ra} は

$$N_{Ra} = \frac{1 \times N_0}{226} =$$

また、Raの崩壊定数l_{Ra}は、

半減期1602 [year]=   [sec]より

$$\lambda = \frac{0.6931}{T} =$$

である。よってRa 1[g]の放射能は

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N_{Ra} =$$

演習問題2－4 解答

Ra 1 [mol]の質量は、

$$N_0 = 6.022169 \times 10^{23}$$: アボガドロ数

とすると、[g/mol]である。

よって 1 [g] 中のRa原子の個数n_{Ra}は

$$n_{Ra} = \frac{1 \times N_0}{226} = 2.66462 \times 10^{21}$$

また、Raの崩壊定数l_{Ra}は半減期1602 [year]=584730[day]
= 14033520 [hr] = 550.5207×10^6 [sec]より

$$\lambda = \frac{0.6931}{T} = 1.37191 \times 10^{-11}$$

である。よってRa 1[g]の放射能は

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N_{Ra} = 3.65563 \times 10^{10}[Bq] \approx 3.7 \times 10^{10}[Bq] \approx 1.0[Ci]$$