問題5-1

拡大管(Diffuser)の中を20(℃)の水が、10(kg/s)の割合で流れている。管の内径は、入り口断面で3.0(cm)、出口断面で9.0(cm)である。摩擦のない流れとして、出入り口での静圧上昇を計算しなさい。

ただし、ベルヌーイの法則

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho u_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho u_2^2$$

が成り立つとし、水の密度を1000(kg/m³)する。

ベルヌーイの法則:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho u_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho u_2^2$$

解法の方針5-1

出入り口での静圧上昇は、ベルヌーイの法則より

$$P_2 - P_1 = \frac{1}{2}\rho u_1^2 - \frac{1}{2}\rho u_2^2 = \frac{\rho}{2}(u_1^2 - u_2^2)$$

出入り口での速度は、質量速度を、$G(kg/s)$ とすると、

連続の式

$$\boxed{G = \rho A_1 u_1 = \rho A_2 u_2}$$ より $$u_1 = \frac{G}{\rho A_1}, \quad u_2 = \frac{G}{\rho A_2}$$

また $$A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}, \quad A_2 = \frac{\pi d_2^2}{4}$$ であるから、

$$P_2 - P_1 = \frac{\rho}{2}(u_1^2 - u_2^2) = \frac{\rho}{2}\left\{\left(\frac{G}{\rho A_1}\right)^2 - \left(\frac{G}{\rho A_2}\right)^2\right\} =$$

問題5-2

内径1 cmの円管に油が、流量0.14 kg/sで流れている。油は、入口より一様な速度で流入するものとし、速度助走区間を求めよ。さらに、管摩擦係数λ_fを用い、十分に発達した流れの区間における管軸1 m当たりの圧力損失を求めよ。なお、油はニュートン流体とし、密度r=860 kg/m3、粘度m=0.0172 Pa･sとする。なお、速度助走区間は以下の式で記述できる。

$L_u/d \approx 0.05Re_d$: 層流(Re_d≦2300)　　$L_u/d \approx 10$: 乱流(Re_d>2300)

また、管摩擦係数λ_fは以下の式で記述できる。

$\lambda_f = \dfrac{64}{Re_d}$: 層流(Re_d≦2300)　　$\lambda_f = 0.3164 Re_d^{-1/4}$: 乱流(Re_d>2300)

また、長さl [m]当たりの圧力損失は以下で表される。

$$\Delta p = \lambda_f \frac{l}{d}\frac{1}{2}\rho u^2$$

問題5-3

27℃で1atm(=1.0132×10^5Pa)の空気が平板に沿って2m/sの流速で流れている。平板の前縁からの距離が20cmにおける境界層厚さを計算せよ。ただし、空気のガス定数は287J/kgKであり、27℃における粘性係数は1.98×10^{-5}kg/msである。

解法の方針5-3

空気の密度は

$$\rho = \frac{p}{RT} =$$

であるから、レイノルズ数は、

$$Re_x = \frac{\rho u_\infty x}{\mu} =$$

無次元境界層厚さは、

$$\frac{\delta}{x} = \frac{4.64}{\sqrt{Re_x}} =$$

であるから、よって、境界層厚さは、

$$\delta = \frac{4.64x}{\sqrt{Re_x}} =$$

問題5-4

問題5-3の流れにおいて、平板が全面にわたって60℃に加熱されているとする。このとき、平板前縁から20cmまでの間の長さにおいて奪われる熱量を求めよ。ただし、奥行きz方向については単位厚みを考えよ。
ただし、以下の値を使用してよい。

$$\nu = 17.36 \times 10^{-6} (m^2 / s)$$
$$k = 0.02749 (W / m \cdot K)$$
$$Pr = 0.7$$
$$C_p = 1.006 (kJ / kg \cdot K)$$

解法の方針5-4

いま、レイノルズ数、ヌッセルト数は、

$$Re = \frac{u_\infty x}{\nu} =$$

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0.332\, Re^{1/2}\, Pr^{1/3} =$$

であるから、熱伝達率は

$$h_x = Nu_x \frac{k}{x} =$$

ここで、平均熱伝達率は、この2倍であるから、

$$\bar{h} = 2 \times h_x =$$

よって　奪われる全熱量は、

$$Q = \bar{h} A \left(T_w - T_\infty \right) =$$

問題5-5

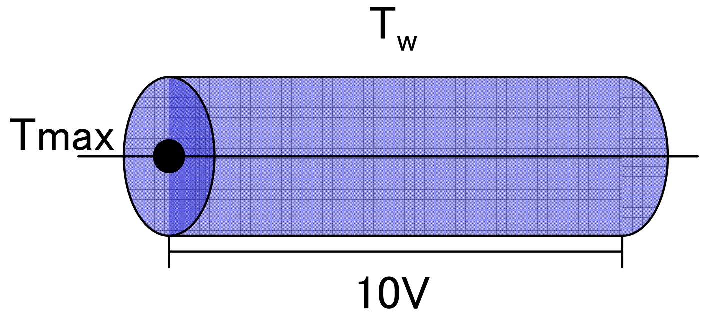
単位体積当たりの発熱量がQの熱源が一様に分布した厚さLの平板がある。片面は断熱されており、もう一方の面は、温度T_1の流体と熱交換している。この流体と板壁面との熱伝達率をhとするとき、板内部の温度分布を記述する式を求めなさい。ただし、この平板の熱伝導率をkとする。

問題5-6

単位体積当たり発熱する熱量が、0.35[MW/m^3]の平板壁がある。片面は断熱されているが、もう一方の面は、93[℃]の流体と熱交換している。流体と壁との間の熱伝達率を570[W/m^2・K]、平板壁の熱伝導率を21[W/m・K]、平板壁の厚さを7.5[cm]とし、壁内部の最高温度を計算しなさい。

問題5−7

２OOAの電流が、長さが1m、直径3.0mmのステンレス鋼製針金中を流れる。ステンレス鋼線は、110℃の液体に浸されており、熱伝達率は、4[kW/m^2/K]とする。ステンレス鋼線の中心温度を求めなさい。ただし、ステンレス製の針金の熱伝導率を k=19[W/m･K]とし、鋼の比抵抗を70[μΩ･cm]とする。



解法の方針5-7

導線の抵抗は、

$$R=\rho\frac{L}{\pi r^2}=$$

導線内で発生する熱量は、対流熱伝達によって液体中に持ち去られるから

$$P=I^2R=q=hA(T_w-T_\infty)$$

鋼線の表面温度は、次式となる。

$$T_w=T_\infty+\frac{I^2R}{hA}=$$

また、単位体積当たりの発熱量は

$$\dot{q}=\frac{P}{V}=\frac{P}{\pi r^2 L}=$$

であるから、熱伝導方程式の解より、中心温度T_{max}は

$$T(r)=T_{\max}-\frac{\dot{q}}{4k}r^2$$

$$\therefore T_{max}=\frac{r^2\dot{q}}{4k}+T_w=$$

[記号表]

単位体積当りの発熱量： $\dot{q}=P/V$

電力： $P=IE=I^2R=\dfrac{E^2}{R}$

電圧： E

体積： $V=\pi r^2L$

抵抗： $R=\rho\dfrac{L^2}{\pi r^2}$

長さ： L

半径： r

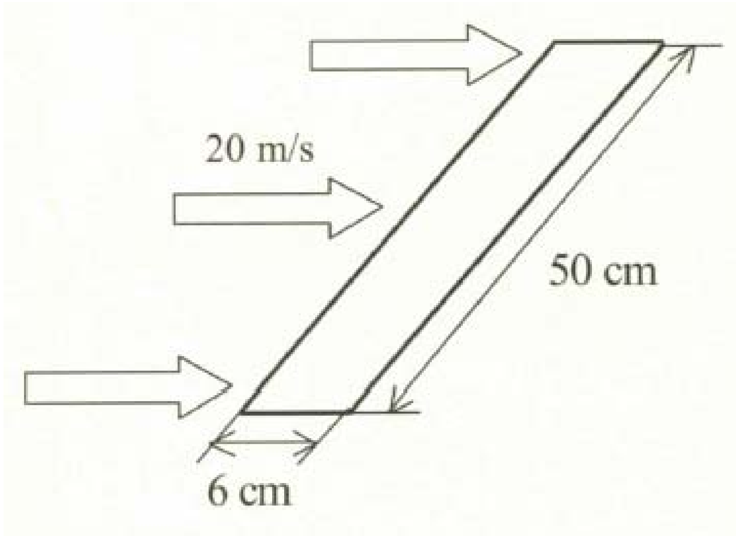
表面積： $A=2\pi rL$

周囲流体温度： T_∞

壁温度： T_w

中心温度： T_{max}

問題5-8



図に示すように、長さ6 cmで幅50 cmの平板上を温度20 ºCの空気が速度20 m/sで流れている。平板表面が一様な温度60 ºCに保たれる時、その表面(片面)からの単位幅当たりの放熱量はいくらか。ただし、40 ºCにおける空気の動粘度を1.70×10-5 m^2/s、熱伝導率を0.0272 W/(m·K)、プラントル数Pr=0.711とし，熱伝達率には平均熱伝達率 $\bar{h}$ を用いること.

ベルヌーイの法則：

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho u_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho u_2^2$$

回答5-1

出入り口での静圧上昇は、ベルヌーイの法則より

$$P_2 - P_1 = \frac{1}{2}\rho u_1^2 - \frac{1}{2}\rho u_2^2 = \frac{\rho}{2}(u_1^2 - u_2^2)$$

出入り口での速度は、質量速度を、$G(kg/s)$ とすると、

$$G = \rho A_1 u_1 = \rho A_2 u_2 \quad \text{より} \quad u_1 = \frac{G}{\rho A_1}, \quad u_2 = \frac{G}{\rho A_2}$$

また $A_1 = \dfrac{\pi d_1^2}{4}$, $A_2 = \dfrac{\pi d_2^2}{4}$ であるから、

$$P_2 - P_1 = \frac{\rho}{2}(u_1^2 - u_2^2) = \frac{\rho}{2}\left\{\left(\frac{G}{\rho A_1}\right)^2 - \left(\frac{G}{\rho A_2}\right)^2\right\} = \frac{G^2}{2\rho}\left(\frac{1}{A_1^2} - \frac{1}{A_2^2}\right)$$

$$= \frac{8G^2}{\rho\pi^2}\left(\frac{1}{d_1^4} - \frac{1}{d_2^4}\right) = \frac{8(10)^2}{(1000)(3.14)^2}\left(\frac{1}{(0.03)^4} - \frac{1}{(0.09)^4}\right)$$

$$= 0.81 \times 10^7 \times \left(\frac{1}{81} - \frac{1}{6561}\right) = 0.099 \times 10^6 (Pa) = 0.099 (MPa)$$

回答5-2

管内平均速度u_Bは、 $u_B = \dfrac{4\dot{m}}{\rho\pi d^2} = \dfrac{4\times 0.14}{860\times 3.14\times 0.01^2} = 2.07\,\mathrm{m/s}$

なので、この流速よりレイノルズ数は、

$$Re_d = \frac{\rho u_B d}{\mu} = \frac{860\times 2.07\times 0.01}{0.0172} = 1035 < 2300$$

となり、流れは層流である。よって助走区間は、

$$L_u \approx 0.05 Re_d d = 0.05\times 1035\times 0.01 = 0.52\mathrm{m}$$

である。管摩擦係数λ_fは $\lambda_f = \dfrac{64}{Re_d} = 0.0618$ であることから、

管1 m当たりの圧力損失は、

$$\Delta p = \lambda_f \frac{l}{d}\frac{1}{2}\rho u_B{}^2 = 0.0618\times\frac{860\times 2.07^2}{2\times 0.01}\times 1 = 1.14\times 10^4\,\mathrm{Pa}$$

回答5-3

空気の密度は

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{1.0132 \times 10^5}{(287)(300)} = 1.177 (kg / m^3)$$

であるから、レイノルズ数は、

$$\mathbf{Re} = \frac{(1.177)(2.0)(0.2)}{1.98 \times 10^{-5}} = 23770$$

$$\boxed{\mathbf{Re}_x = \frac{\rho u_\infty x}{\mu}}$$

ここで、境界層厚さは、

$$\frac{\delta}{x} = \frac{4.64}{\sqrt{\mathbf{Re}_x}}$$

であるから、

$$\delta = \frac{4.64 x}{\sqrt{Re_x}} = \frac{(4.64)(0.2)}{(23770)^{1/2}} = 0.00602 (m)$$

回答5-4

物性値を、膜温度に対して見積もると(別添の表参照)

$$T_f = \frac{27+60}{2} = 43.5(°C) = 316.5(K)$$

別添の表より
$$\nu = 17.36 \times 10^{-6}(m^2/s)$$
$$k = 0.02749(W/m \cdot K)$$
$$Pr = 0.7$$
$$C_p = 1.006(kJ/kg \cdot K)$$

従って、レイノルズ数、ヌッセルト数は、

$$\mathrm{Re} = \frac{u_\infty x}{\nu} = \frac{(2.0)(0.2)}{17.36 \times 10^{-6}} = 23041$$

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0.332\,\mathrm{Re}^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$$
$$= (0.332)(23041)^{1/2}(0.7)^{1/3} = 44.74$$

回答5-4(続き)

熱伝達率は

$$h_x = Nu_x \frac{k}{x} = \frac{(44.74)(0.02749)}{0.2} = 6.15(W/m^2 \cdot K)$$

平均熱伝達率は、この2倍であるから、

$$\bar{h} = 2 \times 6.15 = 12.3(W/m^2 \cdot K)$$

総熱流束は、

$$q = \bar{h}A(T_w - T_\infty) = (12.3)(0.2 \times 1.0)(60 - 27)$$

$$= 81.18(W)$$

回答5-5

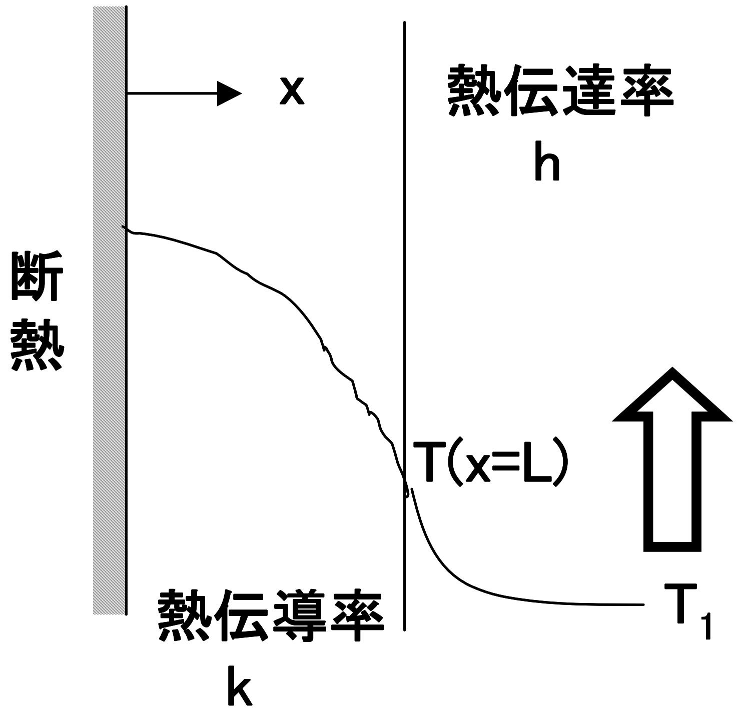
直行座標系における温度分布を支配する
1次元定常熱伝導方程式は、

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{Q}{k} = 0$$

であるから、これを以下の境界条件のもとで解けば、

$$x = 0 \quad : \quad \frac{dT}{dx} = 0$$

$$x = L \quad : \quad Q \cdot L = h \cdot \left(T - T_1\right)$$



一次元温度分布は、以下の式として得られる。

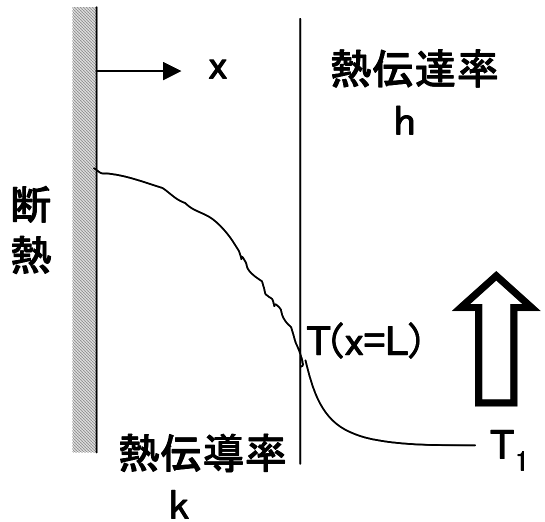
$$T - T_1 = \frac{Q}{2k}\left(L^2 - x^2\right) + \frac{QL}{h}$$

回答5-6

直行座標系における1次元定常熱伝導方程式を境界条件

$$x = 0 \quad : \quad \frac{dT}{dx} = 0$$

$$x = L \quad : \quad \frac{dT}{dx} = -\frac{h}{k}\left(T - T_\infty\right)$$



のもとで解けば

$$T - T_\infty = \frac{q}{2k}\left(L^2 - x^2\right) + \frac{qL}{h}$$

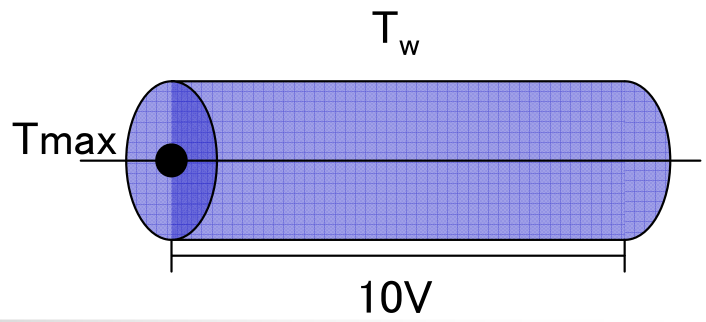
となる。最高温度はx=0の温度であることは明らかだから、

$$T_{max} = T_\infty + \frac{QL^2}{2k} + \frac{QL}{h}$$

$$= 93 + \frac{\left(0.35 \times 10^6\right)\left(0.075\right)^2}{\left(2\right)\left(21\right)} + \frac{\left(0.35 \times 10^6\right)\left(0.075\right)}{\left(570\right)}$$

$$= 93 + 46.875 + 46.05$$

$$= 185.9\left[°C\right]$$



回答5-7

導線の抵抗は、

$$R = \rho \frac{L}{\pi r^2} = (70\times 10^{-8})\frac{1}{3.14\times(1.5\times 10^{-3})^2} = 0.099[\Omega]$$

導線内で発生する熱量は、対流熱伝達によって液体中に持ち去られるから

$$P = I^2 R = q = hA(T_w - T_\infty)$$

よって、鋼線の表面温度は、次式となる。

$$T_w = T_\infty + \frac{I^2 R}{hA}$$

$$= 110 + \frac{200^2 \times 0.099}{4\times 10^3 \times (2\times 3.14\times 1.5\times 10^{-3}\times 1)} = 215.1[^\circ C]$$

また、単位体積当たりの発熱量は

$$\dot{q} = \frac{P}{V} = \frac{P}{\pi r^2 L} = \frac{200^2\times 0.099}{3.14\times(1.5\times 10^{-3})^2\times 1}$$

$$= 560\times 10^6 [W/m^3] = 560[MW/m^3]$$

であるから、熱伝導方程式の解より、中心温度T_{max}は

$$T(r) = T_{max} - \frac{\dot{q}}{4k} r^2$$

$$\therefore T_{max} = \frac{r^2 \dot{q}}{4k} + T_w = \frac{(1.5\times 10^{-3})^2 \times 560\times 10^6}{4\times 19} + 215 = 231.6[^\circ C]$$

[記号表]

単位体積当りの発熱量： $\dot{q} = P/V$

電力： $P = IE = I^2 R = \dfrac{E^2}{R}$

電圧： E

体積： $V = \pi r^2 L$

抵抗： $R = \rho \dfrac{L^2}{\pi r^2}$

長さ： L

半径： r

表面積： $A = 2\pi r L$

周囲流体温度： T_∞

壁温度： T_w

中心温度： T_{max}

回答5-8

膜温度(75+15)/2=45℃におけるレイノルズ数は

$$Re_L = \frac{uL}{\nu} = \frac{20 \times 0.06}{1.70 \times 10^{-5}} = 7.06 \times 10^4$$

となる。平均熱伝達率は、

$$\bar{h} = 2 \times 0.332 Re^{1/2} Pr^{1/3} \frac{k}{L} = 0.664 \times \left(7.06 \times 10^4\right)^{1/2} \times 0.711^{1/3} \times \frac{0.0272}{0.06}$$

$$= 71.4\,\mathrm{W/\left(m^2 \cdot K\right)}$$

よって、放熱量Qは、

$$Q = \bar{h} A \left(T_{wall} - T_{air}\right) = 71.4 \times \left(0.06 \times 0.5\right) \times \left(60 - 20\right) = 85.7\,\mathrm{W}$$