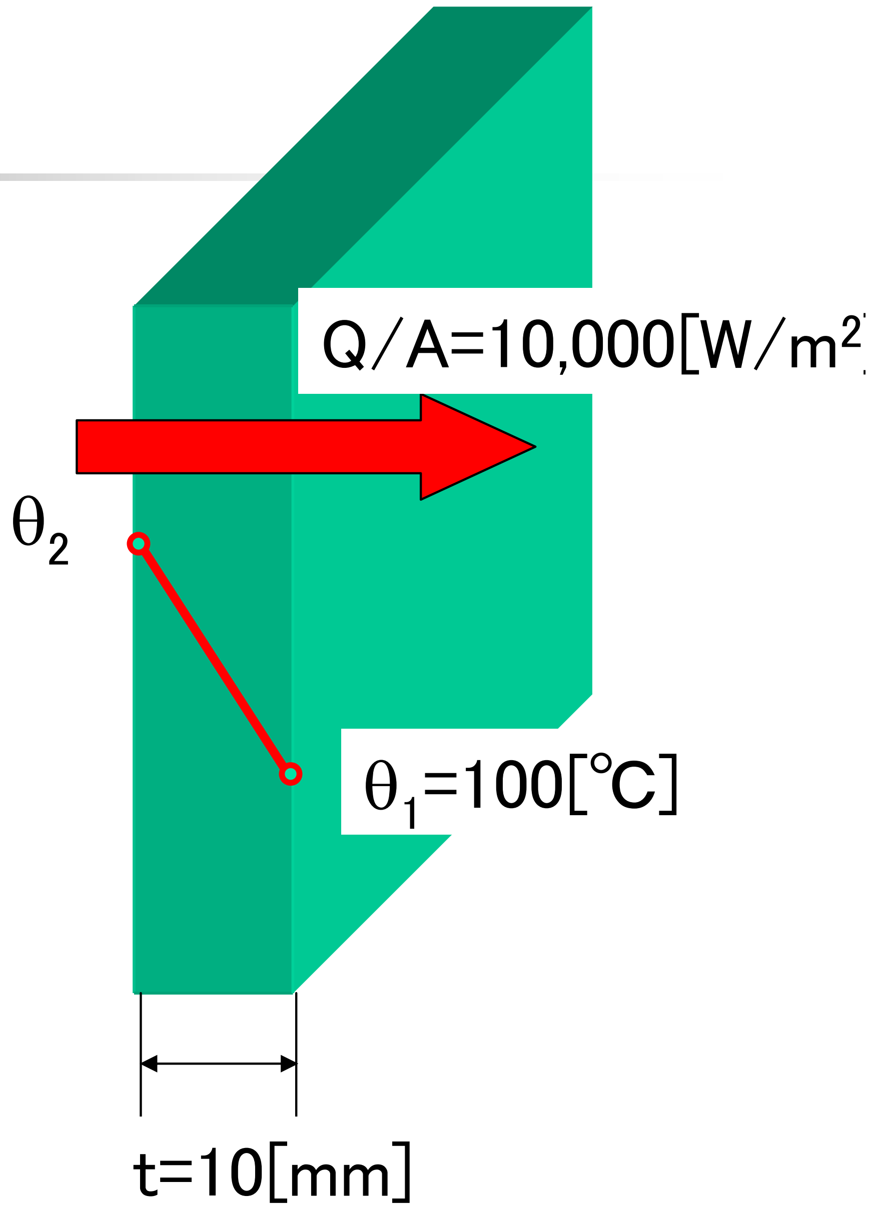
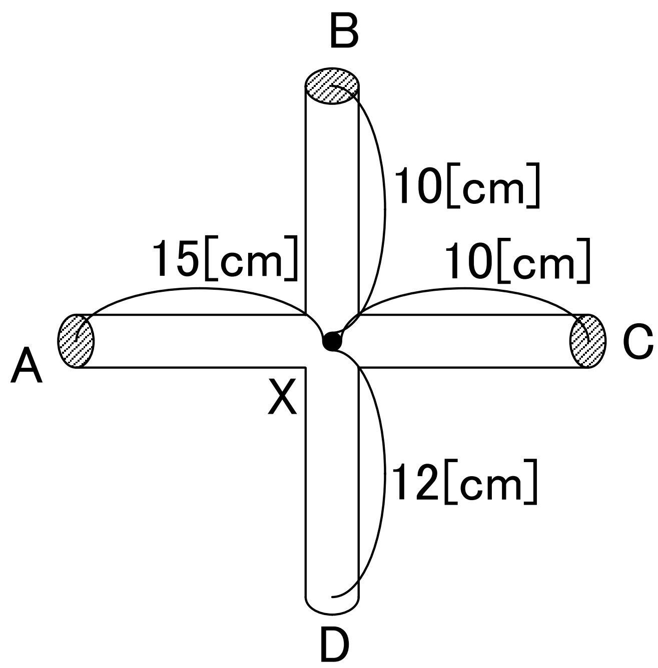
# 問題2-1

厚さ t=10[mm]、熱伝導率 k=10[W/m・K] の平板の表面温度が$\theta_1$=100[℃] となっている。平板の単位面積当たり Q/A=10[kW/m$^2$] の熱量が外面から内面へ伝わっているとすると、外面温度 $\theta_2$ はどれだけか。



## 問題2-2

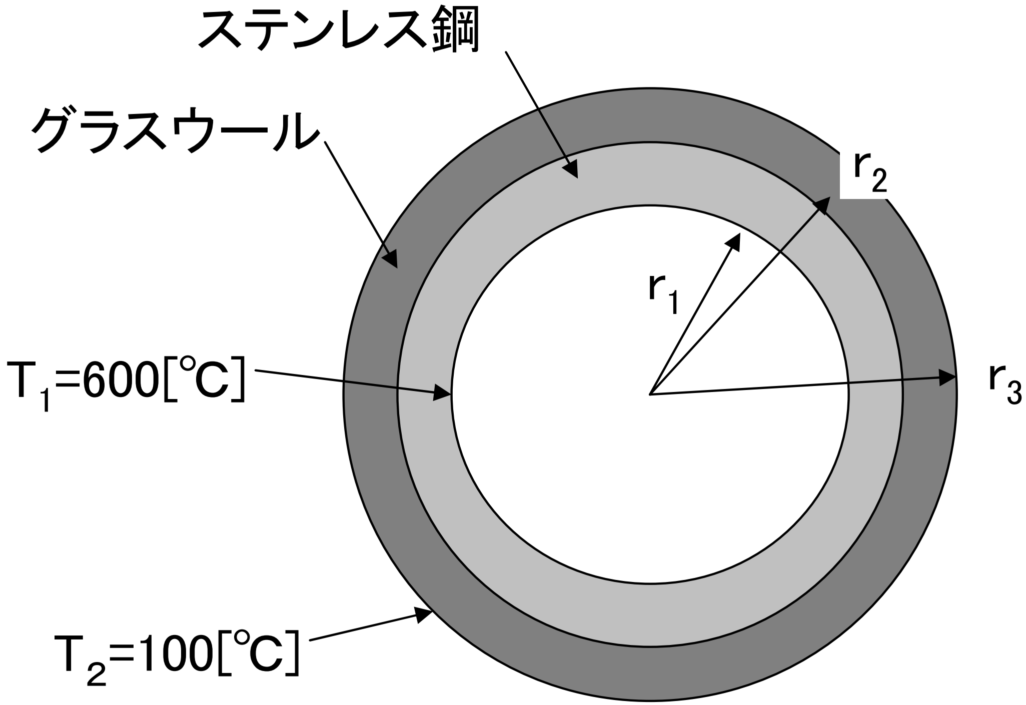
図のような同一の材料からなる線材の十字形がある。AX, BX, CX, DXの長さはそれぞれ15[cm], 10[cm], 10[cm], 12[cm]、AX, BX, CXの断面積はそれぞれ2[cm$^2$], 2.5[cm$^2$], 3[cm$^2$]である。A, B, C, Dの温度はそれぞれ常に60[℃], 50[℃], 40[℃], 30[℃]に保たれ、線材の表面からの放熱はないものとする。このような定常状態が成り立つときXの温度が42[℃]であった。DXの断面積を求めよ。(熱管理士試験問題)




| | A | B | C | D | X |
|---|---|---|---|---|---|
| 断面積[cm$^2$] | 2 | 2.5 | 3 | ? | − |
| 温度[℃] | 60 | 50 | 40 | 30 | 42 |

# 問題2-3

内径2[cm]、外径4[cm]のステンレス製（18%Cr、8%Ni、k=19[W/m・K]）厚肉管が、3[cm]のグラスウールで断熱されている。内壁が600[℃]、グラスウール（k=0.2[W/m・K]）の外壁が100[℃]に保たれているときの単位長さ当りの熱損失を計算せよ。

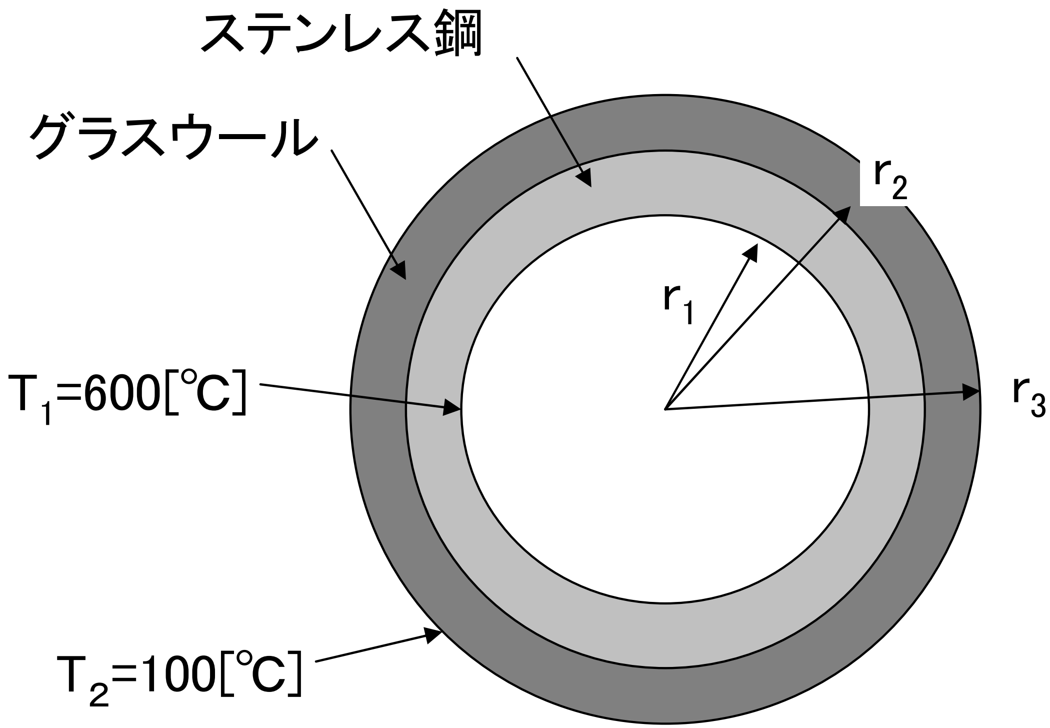


# 問題2-3の回答方針

管の長さをLとする。この間を横切る熱流束は

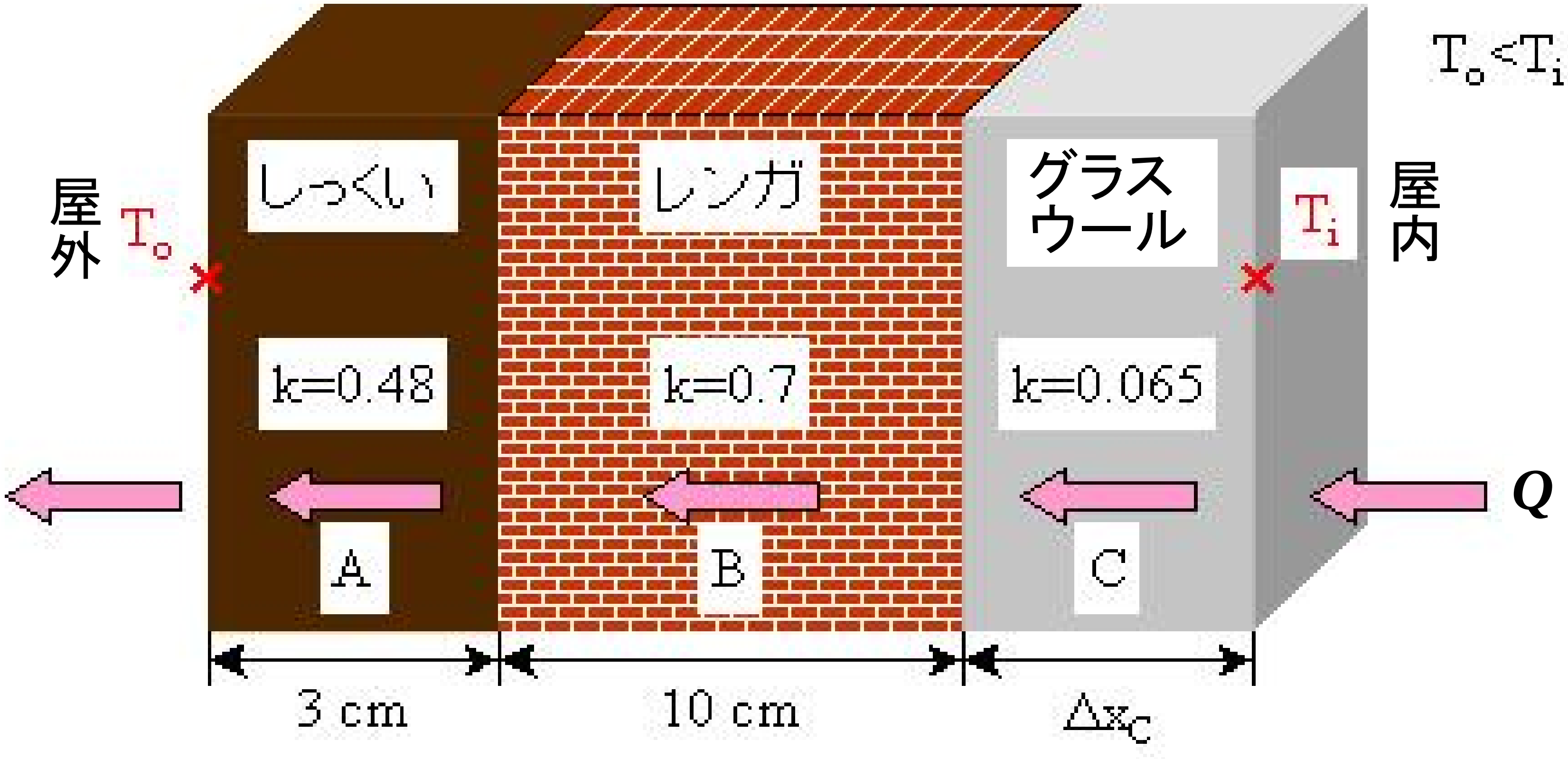
$$\frac{Q}{L} = \frac{2\pi(T_1 - T_2)}{\dfrac{ln(r_2/r_1)}{k_S} + \dfrac{ln(r_3/r_2)}{k_A}}$$

$$=$$



# 問題2-4

しっくいとレンガの壁に、グラスウール断熱材を設置することにより、屋内から屋外への熱損失を元の値の20%以下にまで減少させたい。グラスウール断熱材の厚さを何cm以上にすればよいか？



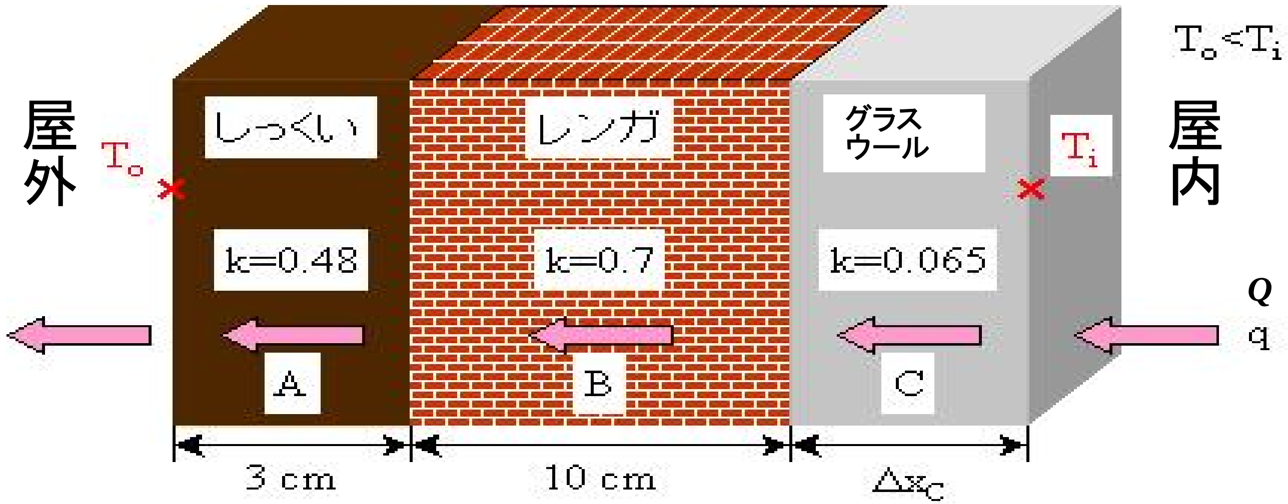
# 問題2-4回答の方針

グラスウールがない場合： $Q_0 = \dfrac{T_i - T_o}{\dfrac{1}{A}\left(\dfrac{\Delta x_A}{k_A} + \dfrac{\Delta x_B}{k_B}\right)}$

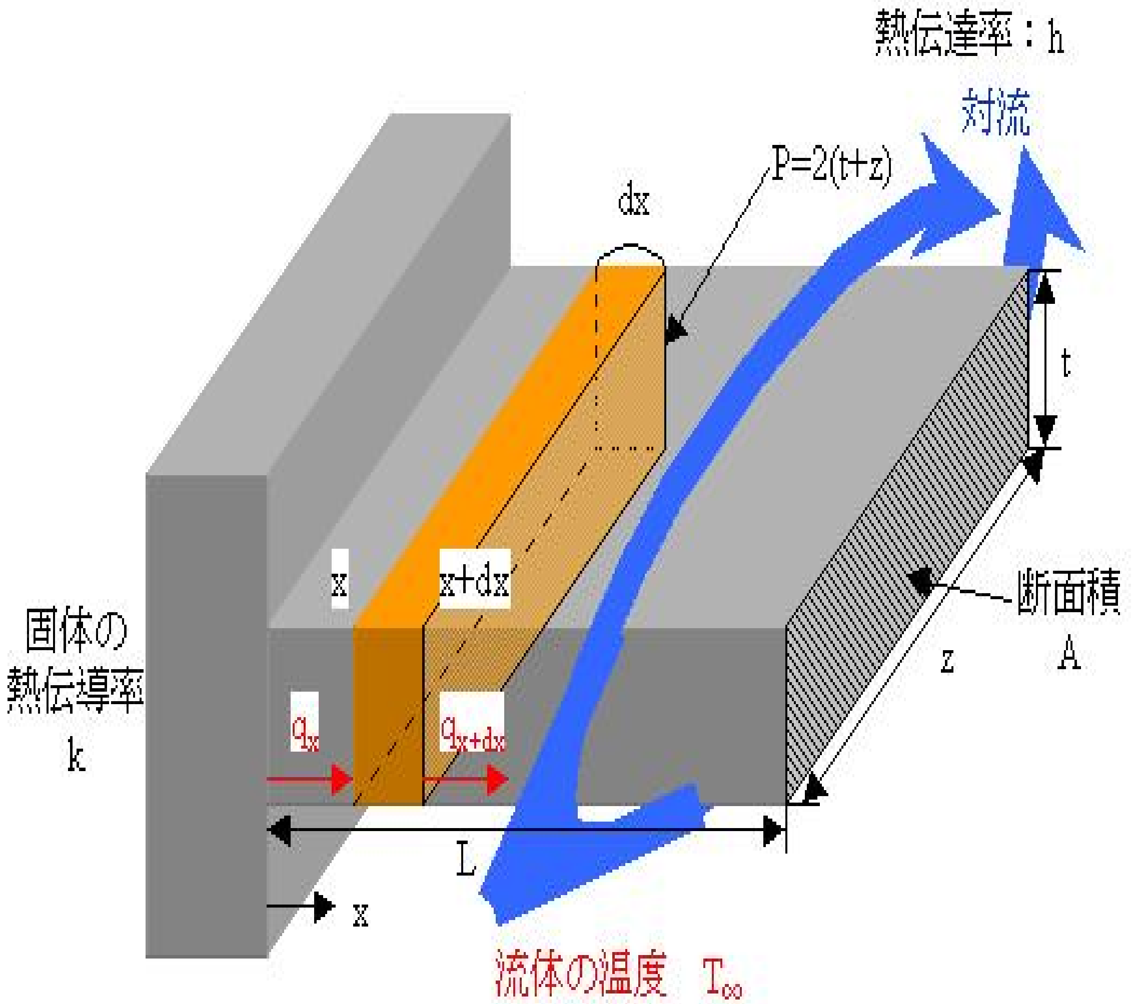
グラスウールがある場合：$Q_x = \dfrac{T_i - T_o}{\dfrac{1}{A}\left(\dfrac{\Delta x_A}{k_A} + \dfrac{\Delta x_B}{k_B} + \dfrac{\Delta x_C}{k_C}\right)}$

題意より：$Q_x = 0.2 \times Q_0$

であるから　∴　$\Delta x_C =$ 　　　$(cm)$



# 問題2-5




厚さt=3.0mm、長さL=7.5cmのアルミニウム製(k=200W/m·K)フィンが左図のように壁についている。フィンの根元は300℃に保たれ、周囲の温度は50℃、熱伝達率は$h=10W/m^2 \cdot K$である。フィンから放出される(z方向)単位幅あたりの放出熱量を計算しなさい。

# 回答の方針2-5

フィンからの放出熱量は:

$$Q = mkA\theta_0 \tanh(mL_c)$$

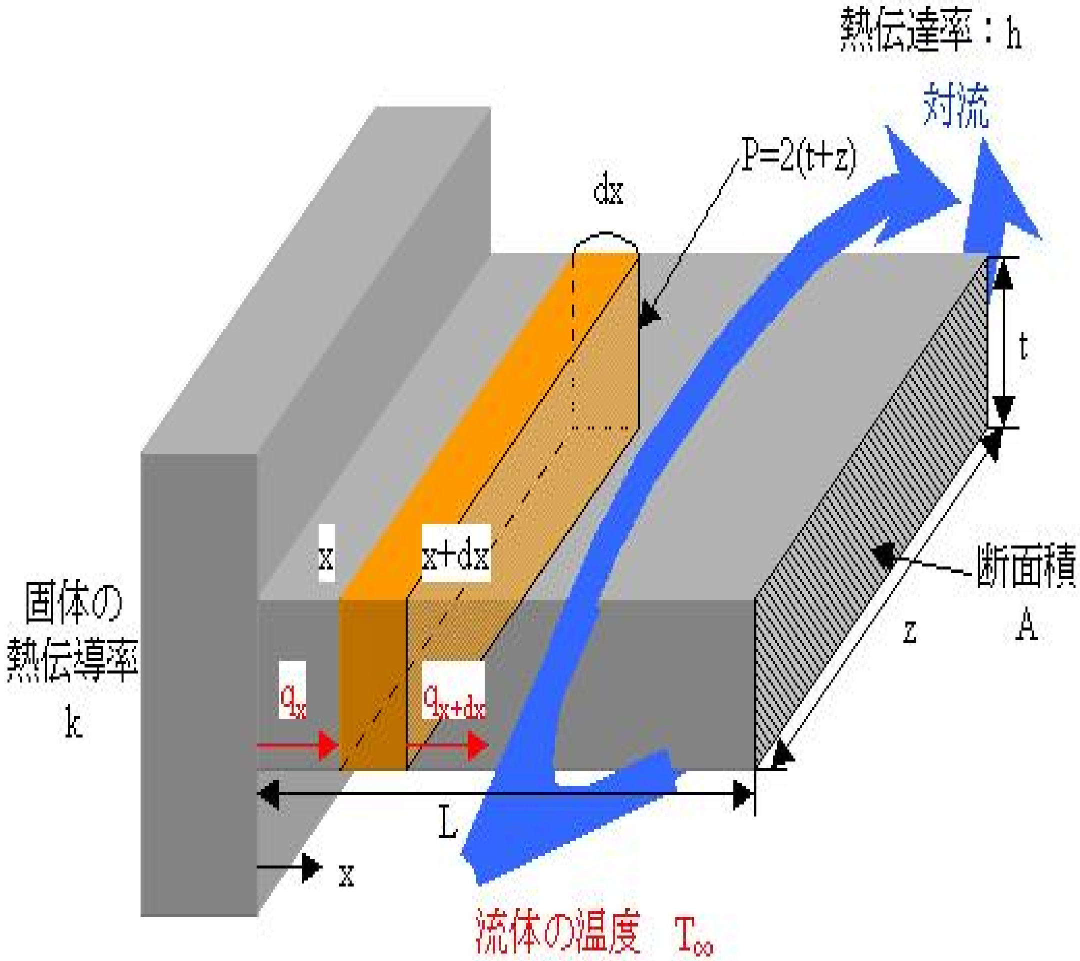
と表される。ただし

$$m = \sqrt{\frac{hP}{kA}} \approx \sqrt{\frac{2h}{kt}} =$$

$$L_c = L + \frac{t}{2} =$$

であるから

$$Q = mkA\theta_0 \tanh(mL_c) =$$




$$\tanh[(5.774)(0.0765)] = 0.415$$

# 問題2-6

200Aの電流が直径3mmのステンレス製(熱伝導k=19W/m·K)鋼線中を流れる。鋼の比抵抗を70μΩ·cm、鋼線の長さを1mとする。鋼線は110℃の液体に浸されており、熱伝達率は4kW/$m^2$·Kとする。ステンレス鋼の中心温度を計算しなさい。

# 問題2-6の回答指針

鋼線中での発熱量はオームの法則により: $P = I^2 R$

鋼線の抵抗値は、比抵抗をρとすると:

$$R = \rho \frac{L}{A} = \qquad \Omega$$

よって鋼線からの全発熱量は: $P = I^2 R = \qquad W$

この熱が液体中に放出されるから:

$P = q = hA(T_w - T_\infty)$ より: $T_w = \qquad °C$

一方、単位体積当たりの発熱量は:

$$\dot{q} = \frac{P}{V} = \frac{P}{\pi \cdot r_0^2 L} = \qquad W/m^3$$

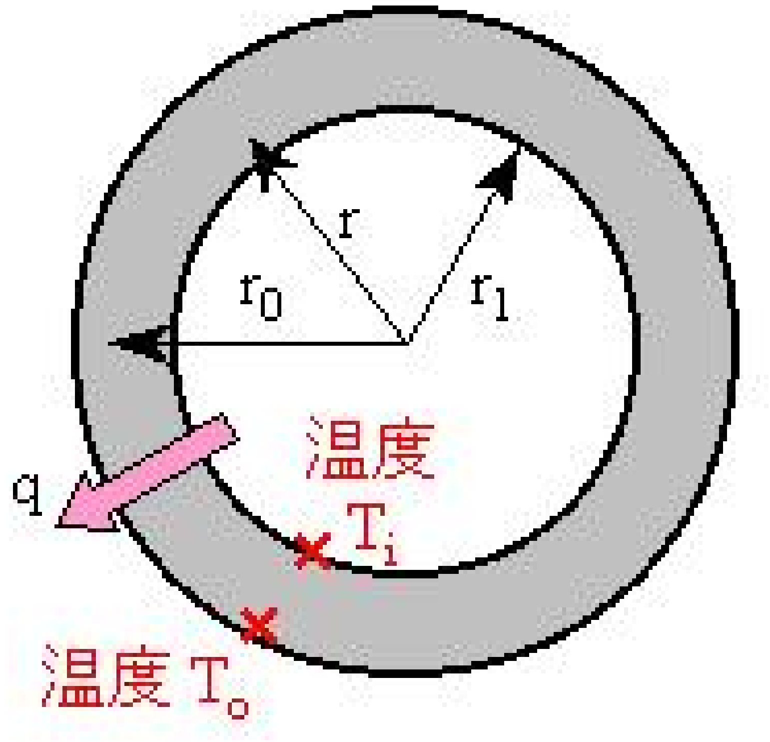
よって、鋼線の中心温度は:

$$T_0 = \frac{\dot{q}\, r_0^2}{4k} + T_w = \qquad °C$$

# 問題2-7

発熱の無い球殻を通過する熱流束が、以下の式によって表されることを示しなさい。ただし、式の導出には、以下の図の記号を用いなさい。

$$Q_r = \frac{4\pi k\left(T_o - T_i\right)}{\left(1/r_o\right) - \left(1/r_i\right)}$$



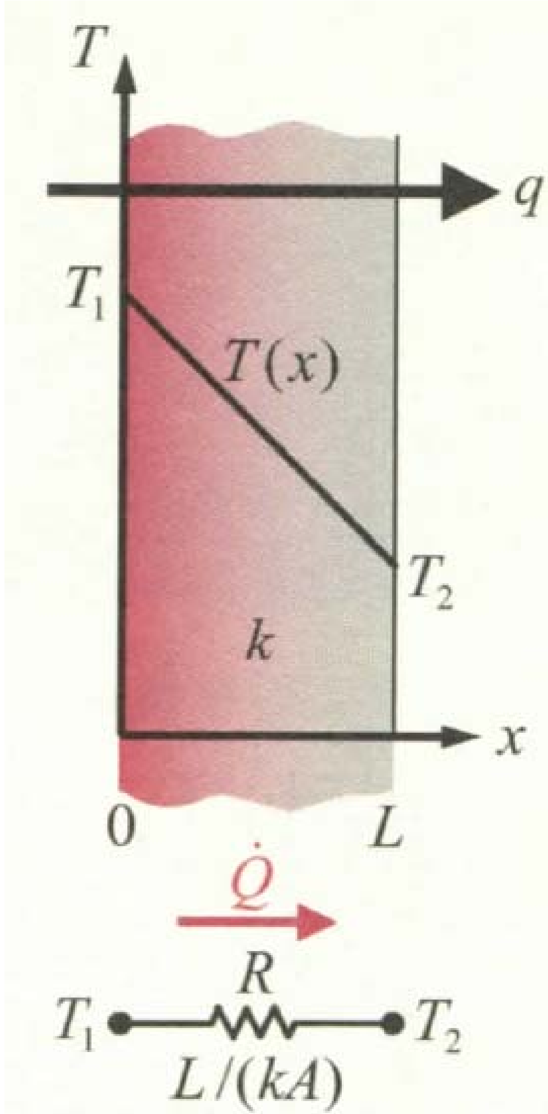
# 問題2-8

大きさ1 m ×0.5 m ×0.5 m の冷蔵庫を考える。この冷凍庫が厚さL = 5 cm の押出発泡ポリスチレン断熱材で覆われている。冷凍庫の外部壁面と内部壁面の温度をそれぞれ$T_1$=20℃、$T_2$=−18℃とするとき、年間(t = 365×24×3600 s)の電力使用量を計算せよ。ただし、この冷蔵庫の成績係数(COP, Coefficient of Performance)を2とし、押出発泡ポリスチレン断熱材の熱伝導率はk=0.038[W/(m・K)]とする。
なお、成績係数は以下の関係式で表される。

$$COP = \frac{(\text{伝熱量})}{(\text{実際の電力使用量})}$$

# 問題2-9

図に示すような、厚さ20 mmのコンクリート(k=1.6 W/(m･K))の壁がある。内側の表面温度$T_1$が30℃、外側の表面温度$T_2$が5℃のとき、壁の面積1.5 $m^2$を通過する単位時間あたりの熱量を求めよ。



# 問題2-10

(a) 厚さ3 mmのガラス(k=1.1W/(m・K))の窓がある。室内温度$T_i$=20℃、外気温度$T_0$=-10℃として、外気への損失熱流束$q_1$を求めよ。ただし、室内側の熱伝達率$h_i$=5 W/(m$^2$・K)、外気側への熱伝達率$h_0$=15W/(m$^2$・K)とする。

(b) このガラスの窓を厚さ5 mmの空気層($k_a$=0.024W/(m・K))を含む二重ガラス(それぞれのガラスの厚さは3 mm)にした場合の損失熱流束$q_2$を求めよ。ただし、ガラス間の空気は静止しており、対流は無いものとする。

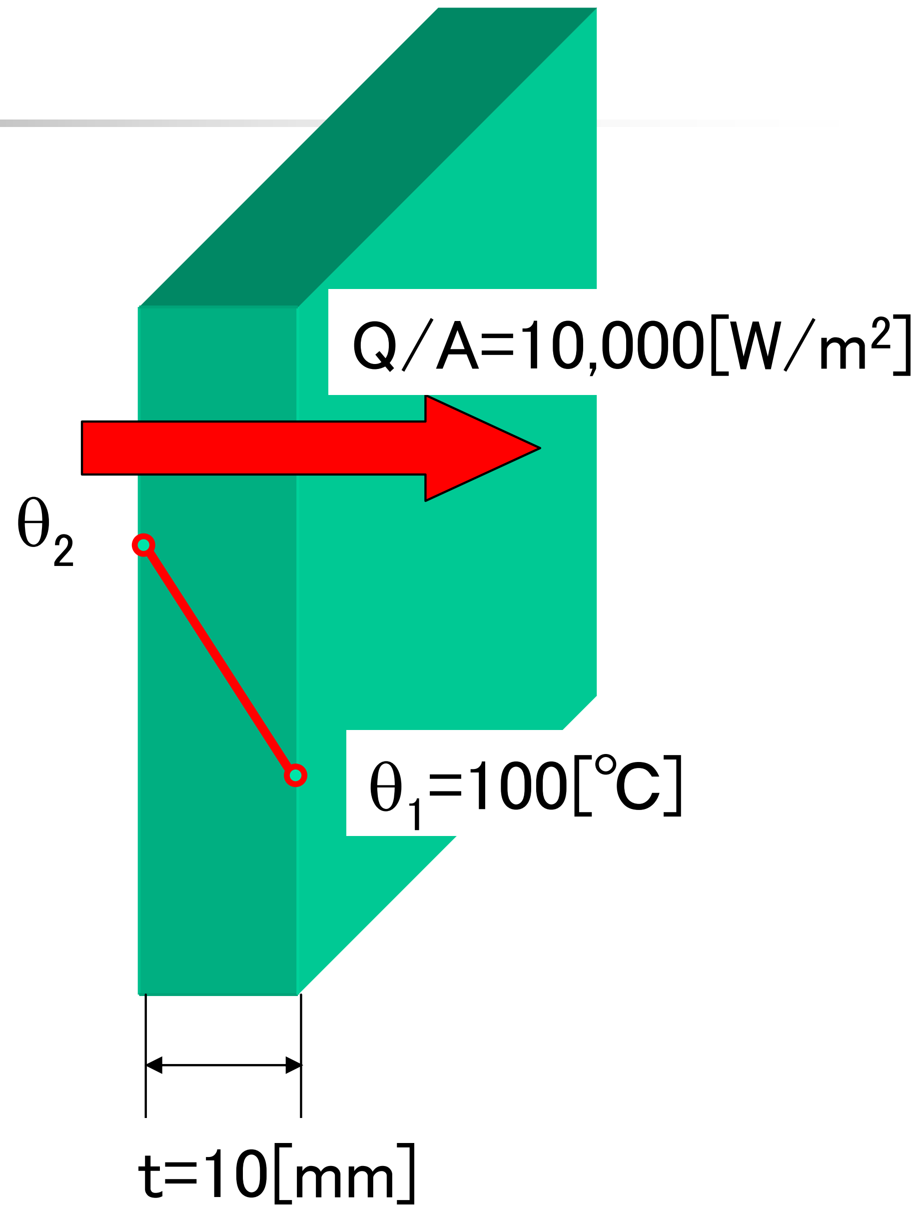
# 回答2-1

フーリエの法則より

$$\frac{Q}{A} = -k\frac{\partial T}{\partial x} = -k\frac{\theta_1 - \theta_2}{t}$$

従って、

$$\begin{aligned}\theta_2 &= \frac{Qt}{Ak} + \theta_1 \\ &= \frac{10{,}000 \times 0.01}{10} + 100 \\ &= 110\left[{}^\circ C\right]\end{aligned}$$



# 回答2-2

A, B, C, DからXに流入する熱量$Q_A$, $Q_B$, $Q_C$, $Q_D$は定常状態ではXにおいて0となる。

$$\therefore \quad Q_A + Q_B + Q_C + Q_D = 0$$

そこで、材料の熱伝導率をλとし、長さおよび断面積の単位を[cm]および[cm$^2$]にとる。また、DXの断面積の大きさをADとすると、次式が成立する。

$$\frac{\lambda(60-42)}{15} \times 2 + \frac{\lambda(50-42)}{10} \times 2.5 + \frac{\lambda(40-42)}{10} \times 3 + \frac{\lambda(30-42)}{12} \times A_D = 0$$

$$\therefore \quad A_D = 3.8\left[cm^2\right]$$

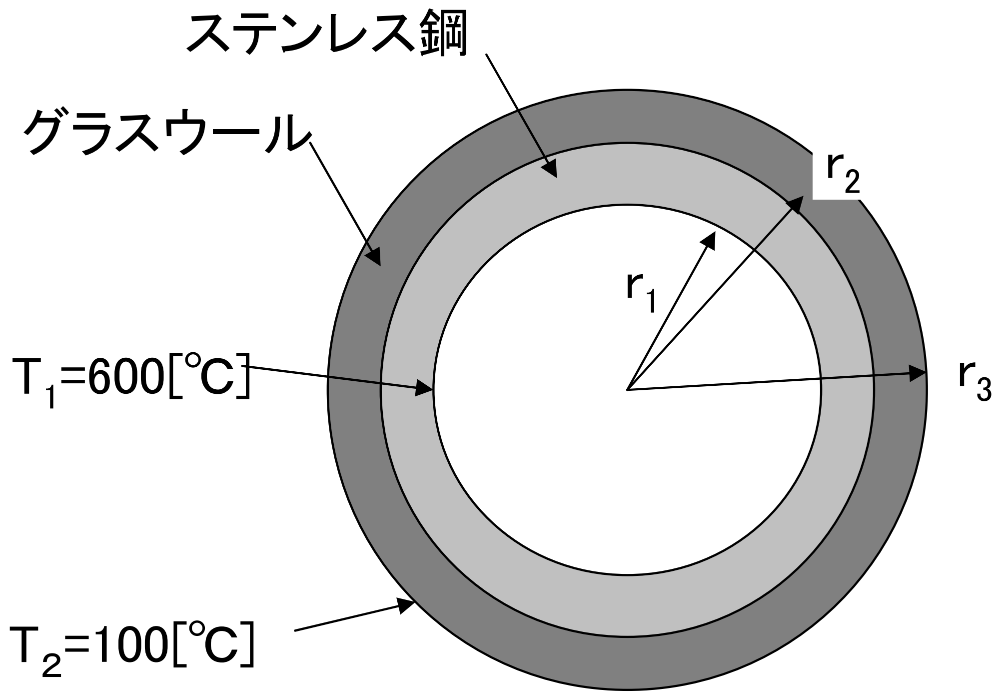
# 回答2-3

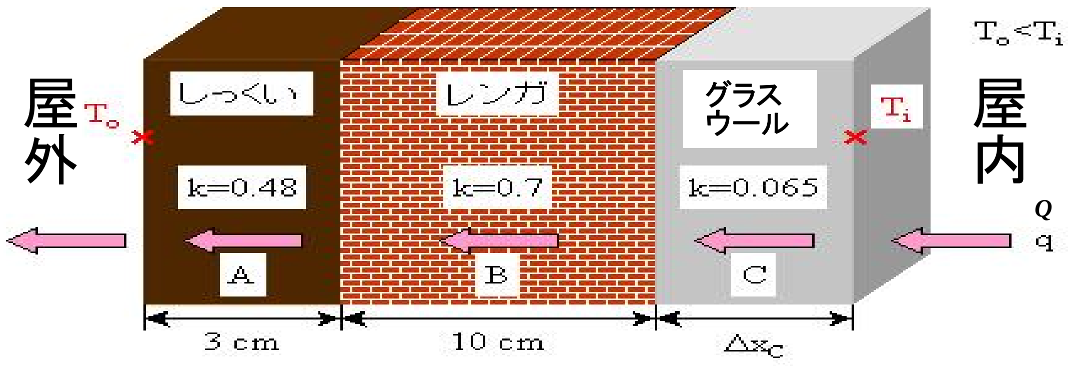
管の長さをLとする。この間を横切る熱流束は

$$\frac{Q}{L}=\frac{2\pi(T_1-T_2)}{\dfrac{ln(r_2/r_1)}{k_S}+\dfrac{ln(r_3/r_2)}{k_A}}$$

$$=\frac{2\pi(600-100)}{\dfrac{ln(2/1)}{19}+\dfrac{ln(5/2)}{0.2}}$$

$$=680[W/m]$$






# 回答2-4

グラスウールがない場合：$Q_0 = \dfrac{T_i - T_o}{\dfrac{1}{A}\left(\dfrac{\Delta x_A}{k_A} + \dfrac{\Delta x_B}{k_B}\right)}$

グラスウールがある場合：$Q_x = \dfrac{T_i - T_o}{\dfrac{1}{A}\left(\dfrac{\Delta x_A}{k_A} + \dfrac{\Delta x_B}{k_B} + \dfrac{\Delta x_C}{k_C}\right)}$

題意より：

$$Q_x = 0.2 \times Q_0$$

であるから

$$\frac{\Delta x_A}{k_A} + \frac{\Delta x_B}{k_B} = 0.2\left(\frac{\Delta x_A}{k_A} + \frac{\Delta x_B}{k_B} + \frac{\Delta x_C}{k_C}\right)$$

$$\therefore \quad \Delta x_C = \frac{1-0.2}{0.2} \cdot k_C\left(\frac{\Delta x_A}{k_A} + \frac{\Delta x_B}{k_B}\right)$$

$$= 0.0534$$

$$= 5.34(cm)$$

# 回答2-5

フィンからの放出熱量は: $Q = mkA\theta_0 \tanh(mL_c)$

ただし

$$m = \sqrt{\frac{hP}{kA}} \approx \sqrt{\frac{2h}{kt}} = \sqrt{\frac{(2)(10)}{(200)(3\times 10^{-3})}} = 5.774$$

$$L_c = L + \frac{t}{2} = 7.5 + 0.15 = 7.65cm = 0.0765m$$

$$A = (dz)(3\times 10^{-3}) = 3\times 10^{-3} \times dz \ \ m^2$$

であるから

$$\begin{aligned} Q &= mkA\theta_0 \tanh(mL_c) \\ &= (5.774)(200)(3\times 10^{-3})(300-50)\tanh[(5.774)(0.0765)]\times dz \\ &= 359 \times dz \ W \end{aligned}$$

より

$$\therefore \frac{Q}{dz} = 359(W/m)$$

# 回答2-6

鋼線中での発熱量はオームの法則により:　$P = I^2 R$

鋼線の抵抗値は、比抵抗をρとすると:

$$R = \rho \frac{L}{A} = \frac{(70\times 10^{-6})(100)}{\pi (0.15)^2} = 0.099\Omega$$

よって鋼線からの全発熱量は:　$P = I^2 R = (200)^2 (0.099) = 3960W$

この熱が液体中に放出されるから:　$P = q = hA(T_w - T_\infty)$

$$3960 = (4000)(\pi \times 3 \times 10^{-3} \times 1)(T_w - 110)$$　より:　$T_w = 215°C$

一方、単位体積当たりの発熱量は:

$$\dot{q} = \frac{P}{V} = \frac{P}{\pi \cdot r_0^2 L} = \frac{3960}{\pi (1.5\times 10^{-3})^2 (1)} = 560.2 MW / m^3$$

よって、鋼線の中心温度は:

$$T_0 = \frac{\dot{q} r_0^2}{4k} + T_w = \frac{(5.602\times 10^8)(1.5\times 10^{-3})^2}{(4)(19)} + 215 = 231.6°C$$

# 回答2-8

冷凍庫の表面積はA=2.5 m$^2$であるから、

$$Q' = -Ak\frac{T_2 - T_1}{L} = 2.5 \times 0.038 \times \left(20 + 18\right)/0.05 = 72.2\mathrm{W}$$

となる。ここで、冷凍庫の成績係数COP=2であることから、
必要動力は伝熱量の半分である。
したがって、年間電力使用量は

$$Q = \frac{Q't}{COP} = \frac{72.2 \times 3600 \times 24 \times 365}{2} = 1.138\mathrm{GJ} = 316\mathrm{kWh}$$

ただし、1 kWhは、1 kWの電力を1時間使用するエネルギー量、
つまり3600 kJである。

# 回答2-9

定常状態においてはコンクリート壁の断面を通過する熱量は
どこでも一定であるので、板内部の温度勾配 dT/dx も一定となる。
よって、壁を通過する熱量Qは、

$$Q = qA = -k\frac{T_2 - T_1}{L}A = -1.6 \times \frac{5-30}{20\times 10^{-3}} \times 1.5 = 3000\mathrm{W} = 3.0\mathrm{kW}$$

となる。

# 回答2-10

(1) ガラスを通過する熱流束$q_1$は、総括熱抵抗$R_t$を用いる事により以下のように求められる。

$$q_1 = \frac{Q}{A} = \frac{T_i - T_0}{AR_t} = \frac{T_i - T_0}{\dfrac{1}{h_i} + \dfrac{\delta_1}{k} + \dfrac{1}{h_0}} = \frac{20 - (-10)}{\dfrac{1}{5} + \dfrac{0.003}{1.1} + \dfrac{1}{15}} = 111\,\mathrm{W/m^2}$$

(2) 二重ガラスを通過する熱流束$q_2$は、総括熱抵抗$R_t$を用いる事により以下のように求められる。

$$q_1 = \frac{Q}{A} = \frac{T_i - T_0}{AR_t} = \frac{T_i - T_0}{\dfrac{1}{h_i} + \dfrac{\delta_1}{k} + \dfrac{\delta_2}{k_a} + \dfrac{\delta_1}{k} + \dfrac{1}{h_0}} = \frac{20 - (-10)}{\dfrac{1}{5} + 2 \times \dfrac{0.003}{1.1} + \dfrac{0.005}{0.024} + \dfrac{1}{15}} = 62.4\,\mathrm{W/m^2}$$